Kinetische Deutung der van-der-Waals-Gleichung

Modellannahme: Gasmoleküle sind harte Kugeln mit Radius R und mittlerer Geschwindigkeit V

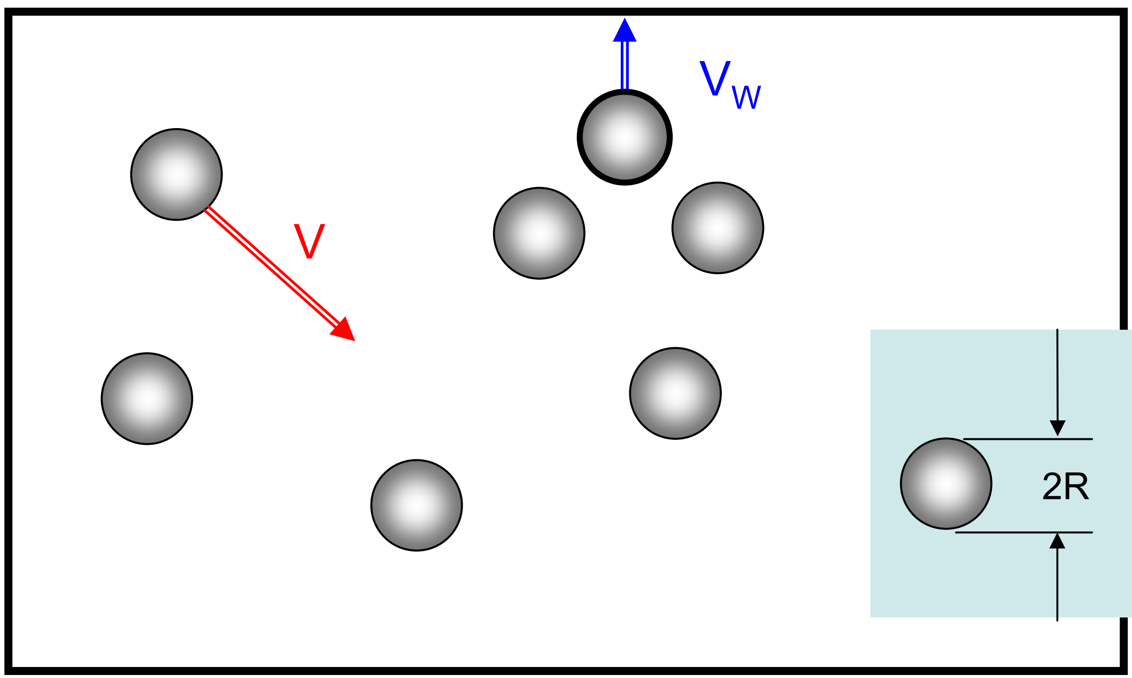
Es wirken Kohäsionskräfte zwischen ihnen

Wir haben zu unterscheiden zwischen:

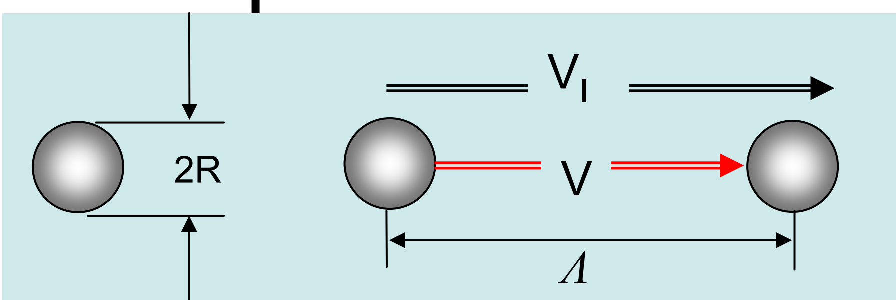
v Molekülgeschwindigkeit

v_W Aufprallgeschwindigkeit auf Wand

v_I Impulsfortpflanzungsgeschwindigkeit



$$v_I = v \cdot \left(1 + \frac{2R}{\Lambda}\right)$$



1. Molekülvolumen vergrößert die Impulsfortpflanzungsgeschwindigkeit

N Anzahldichte

V_m Molekülvolumen

Λ mittlere freie Weglänge: $\Lambda = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot N}$

$$\boxed{\nu_I = \nu \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot R}{\Lambda}\right) = \nu \cdot (1 + 4 \cdot N \cdot V_m)}$$

2. Kohäsionskräfte bremsen Moleküle vor der Wand ab

F - Kohäsionskraft soll proportional N sein! F führt zur **Impulsreduzierung** *Δp* beim Stoß mit der Wand.

D – Molekülabstand zur Wand,

T - Flugzeit zur Wand mit T= d/V

$$F = \alpha \cdot N$$

$$\Delta p = F \cdot T = m \cdot (\nu - \nu_W) = F \cdot \frac{d}{\nu}$$

$$\boxed{\nu_W = \nu - \frac{\alpha \cdot d \cdot N}{\nu \cdot m}}$$

Berechnung des Drucks auf die Wand

Druck P = Anzahl der auftreffenden Moleküle (pro Zeit und Fläche) x 2 x Einzelimpuls

Anzahl der auftreffenden Moleküle pro Zeit und Fläche: $\frac{1}{6} \cdot N \cdot v_I$

Einzelimpuls: $m \cdot v_W$

$$P = \frac{1}{6} \cdot N \cdot v_I \cdot 2 \cdot m \cdot v_W$$

$$= \frac{1}{6} \cdot N \cdot v \cdot (1 + 4 \cdot N \cdot V_m) \cdot 2 \cdot m \cdot \left(v - \frac{\alpha \cdot d \cdot N}{v \cdot m} \right)$$

$$= \frac{1}{3} \cdot N \cdot m \cdot v^2 \cdot (1 + 4 \cdot N \cdot V_m) - \frac{1}{3} \cdot \alpha \cdot d \cdot N^2$$

Betrachtung für 1 Mol Gas

mit $N = N_A / V$ (Avogadrozahl N_A , Gefäßvolumen V) folgt:

$$P + \frac{1}{3} \cdot \frac{N_A^2 \cdot \alpha \cdot d}{V} = \frac{1}{3} \cdot N \cdot m \cdot v^2 \cdot \left(1 + 4N \cdot V_m\right)$$

Gleichverteilungssatz: $$\frac{1}{3} \cdot N \cdot m \cdot v^2 = \frac{R \cdot T}{V}$$

Also schließlich unter Verwendung von (1+ε) ≈ 1 / (1-ε) und Molvolumen V_{Mol}

$$\boxed{\left(p + \frac{a}{V_{Mol}^2}\right) \cdot \left(V_{Mol} - b\right) = R \cdot T}$$

mit dem **Binnendruck** $$\frac{a}{V^2} = \frac{1}{3} \cdot \alpha \cdot d \cdot N^2$$

und dem **Kovolumen** $$b = 4 \cdot N_A \cdot V_m$$