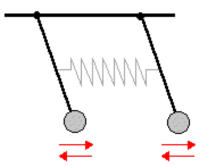
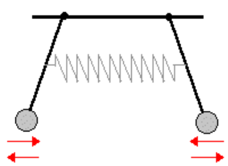
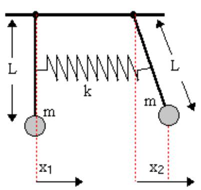
Vom Doppelpendel zum Modell des Festkörpers

„Schlüsselexperiment“ **Doppelpendel**

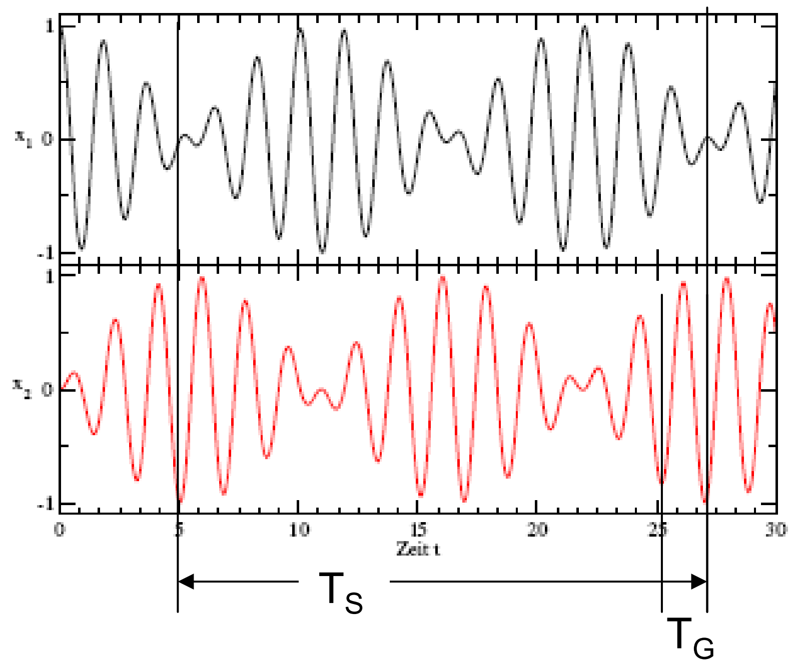
Schwingungart	Symmetrie bei Spiegelung	Muster	Frequenzen
Erste Eigenschwingung	Symmetrisch		Isoliertes Pendel: ω_0 $\omega_{Gl} = \omega_0$
Zweite Eigenschwingung	„Anti“-symmetrisch		$\omega_{Geg} > \omega_0$
Beliebig, das ist eine Überlagerung beider Eigenschwingungen	Unsymmetrisch		$\omega_G = ½ (\omega_{Geg} + \omega_{Gl})$ $\omega_s = ½ (\omega_{Geg} - \omega_{Gl})$

Überlagerung der Eigenschwingungen zweier Pendel:

Die Amplitude der hochfrequenten (ω_G) Schwingung ist niederfrequent (ω_S) moduliert. Die niederfrequente Schwingung nennt man **Schwebung**.

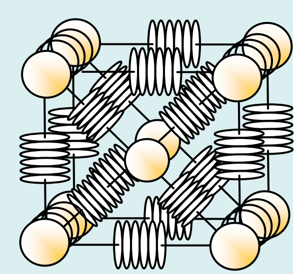
Mit steigender Kopplung K nimmt der Frequenzunterschied zwischen gleich- und gegensinniger Schwingung zu.

$$K = \frac{\omega_{Geg}^2 - \omega_{Gl}^2}{\omega_{Geg}^2 + \omega_{Gl}^2}$$

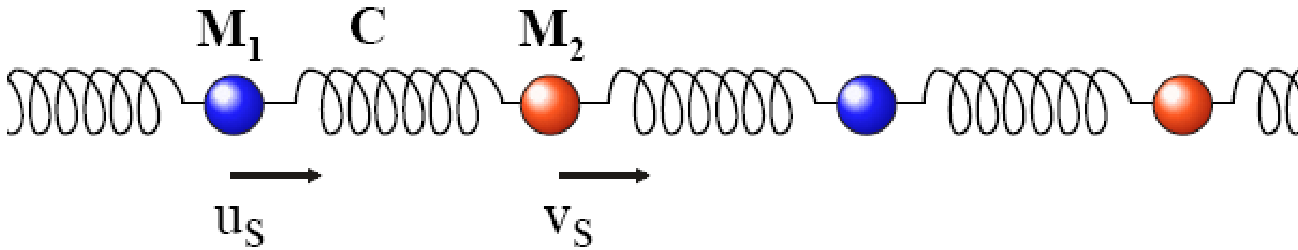


Was passiert beim Übergang zu vielen gekoppelten Oszillatoren ?

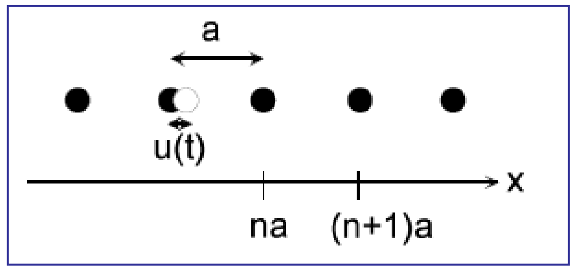
- Alle durch **Wechselwirkungskräfte** verbundenen Teile sind – bei entsprechender Anregung – **„gekoppelte Pendel“**
- Bei Teilchenzahl n wächst die Zahl der „Freiheitsgrade“ auf **3·n**
- Es gibt deshalb **3·n Eigenschwingungen** mit **unterschiedlichen Symmetrieeigenschaften und Energie-Werten**.

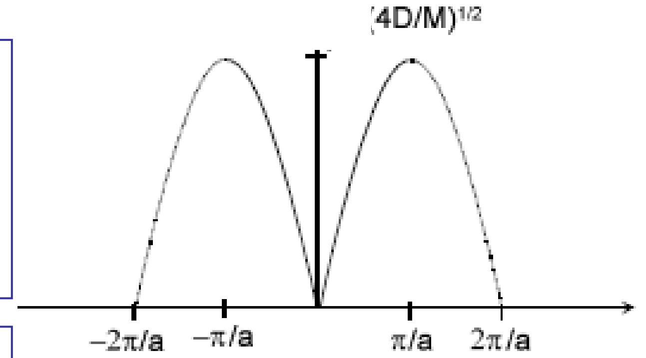


Beispiele vieler gekoppelter Oszillatoren:

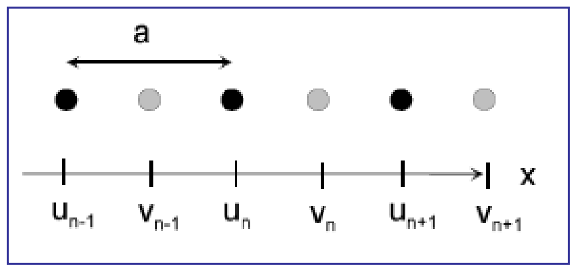


Einatomige lineare Kette
Masse M
Federkonstante D

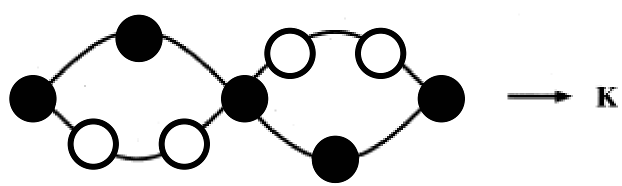




Zweiatomige lineare Kette
Massen M_1 und M_2
Federkonstante D

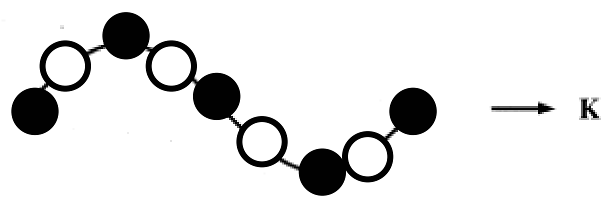


Optische Mode



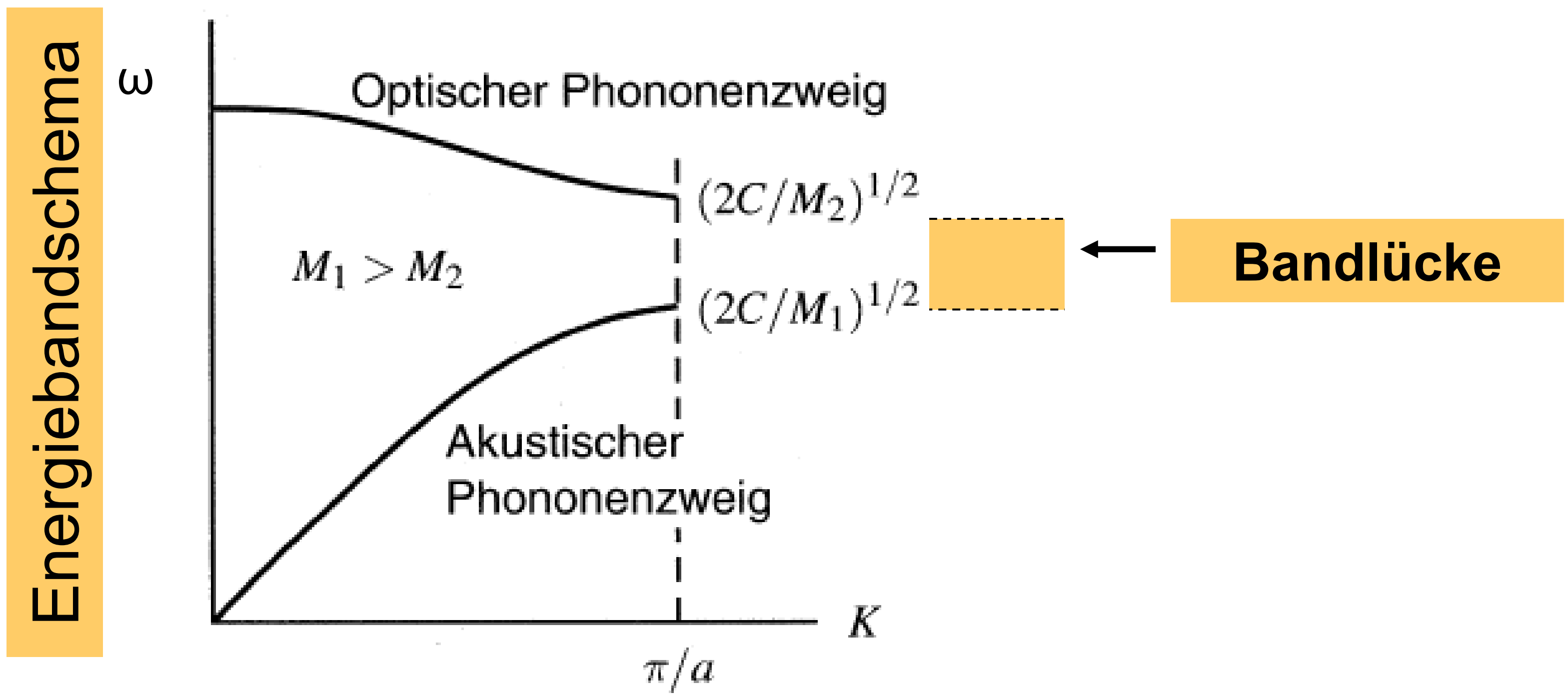
Änderung des elektrischen Dipolmoments

Akustische Mode

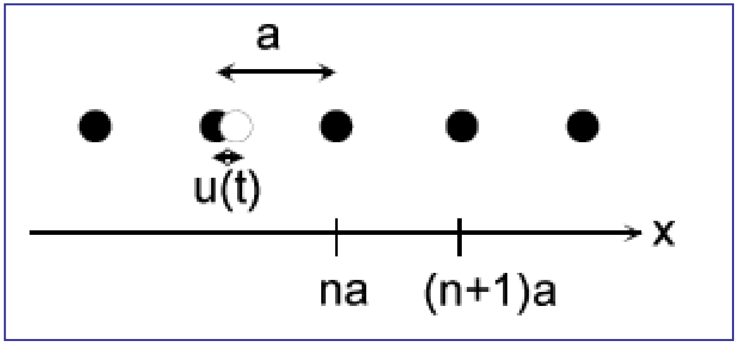


Betrachtung der Dispersionsgleichungen ω=f(k) für die zweiatomige lineare Kette

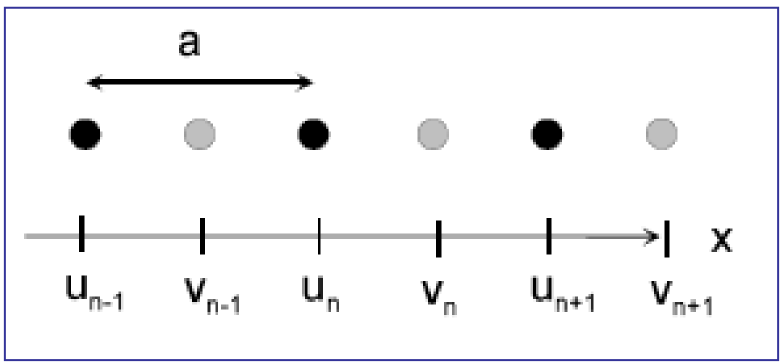
	$ka \ll 1$	$ka = \pm\frac{\pi}{2}$
Optische Mode	$\omega^2 = 2D \cdot \left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}\right)$	$\omega^2 = \frac{2D}{M_2}$
Akustische Mode	$\omega^2 = \frac{C}{2 \cdot (M_1 + M_2)} \cdot k^2 a^2$	$\omega^2 = \frac{2D}{M_1}$

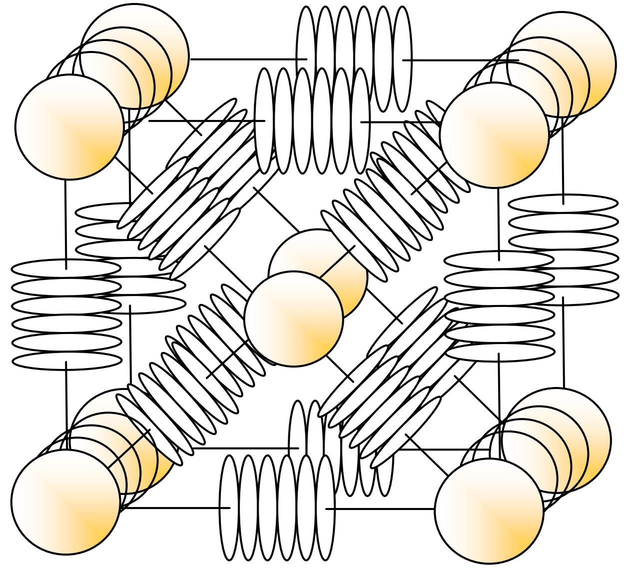


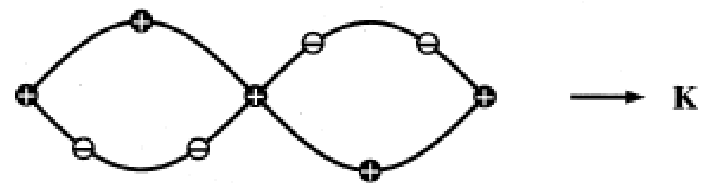
Einatomige lineare Kette



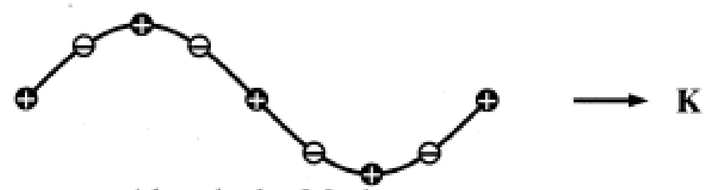
Zweiatomige lineare Kette







Optische Mode



Akustische Mode