

423 – Fresnelsche Formeln

1. Aufgaben

- 1.1 Untersuchen Sie die Reflexion von Licht an einer Glasplatte und bestimmen Sie das Reflexionsvermögen R in Abhängigkeit vom Einfallswinkel α_1 für senkrechte und parallele Polarisation!
- 1.2 Stellen Sie $R_{\perp}(\alpha_1)$ und $R_{\parallel}(\alpha_1)$ grafisch dar. Vergleichen Sie Ihre Messwerte mit den zu erwartenden Ergebnissen!
- 1.3 Bestimmen Sie den Polarisationswinkel α_p und die Brechzahl des Glases!

2. Grundlagen

Stichworte:

Elektromagnetische Welle, Intensität, Reflexion, Transmission, Absorption, Einfallsebene, Polarisationszustand, Brewsterwinkel, Goniometer, Brechzahl von Glas

2.1 Einleitung

Die von MAXWELL im Jahre 1873 aufgestellten Gleichungen beschreiben vollständig die Entstehung und Ausbreitung elektromagnetischer Wellen im freien Raum und in verschiedenen Medien. Das System der gekoppelten Differentialgleichungen für die Felder \vec{E} und \vec{B} lässt sich aus der Ladungserhaltung, der Erhaltung des magnetischen Flusses und der Lorentzkraft auf bewegte Ladungen herleiten, und kann damit auf experimentell beobachtbare Größen zurückgeführt werden. Breiten sich elektromagnetische Wellen aus, müssen an der Grenzfläche zweier Medien mit unterschiedlichen Brechzahlen die Übergangsbedingungen für die Felder \vec{E} und \vec{B} erfüllt sein (siehe Literatur). Es ist aber unabhängig davon klar, dass der Poyntingsche Satz (Erhaltung des Energieflusses) gelten muss. Dieser kann in der Optik ganz einfach geschrieben werden:

$$R + T + A + S = 1 \quad (1).$$

Dabei bedeutet R der Reflexionsanteil, T der Transmissionsanteil, A der Anteil der Absorption und S beinhaltet den Streuungsanteil einer auf 1 normierten Intensität.

2.2 Reflexion und Transmission

Das Reflexionsvermögen R einer Grenzfläche ist definiert als das Verhältnis der reflektierten Lichtintensität zur einfallenden Lichtintensität.

$$R = \frac{\text{reflektierte Intensität}}{\text{einfallende Intensität}} = \left| \frac{I_r}{I_e} \right| \quad (2).$$

Analog dazu ist das Transmissionsvermögen T definiert als das Verhältnis der transmittierten Lichtintensität zur einfallenden Lichtintensität. Für die in der Regel verwendeten optischen Materialien sind die Absorption A und die Streuung S gegenüber der Reflexion und Transmission vernachlässigbar.

Im Versuch wird das Reflexionsvermögen einer Glasplatte bestimmt. Diese Größe ist abhängig vom Einfallswinkel α_1 und den beiden Brechzahlen n_1 und n_2 .

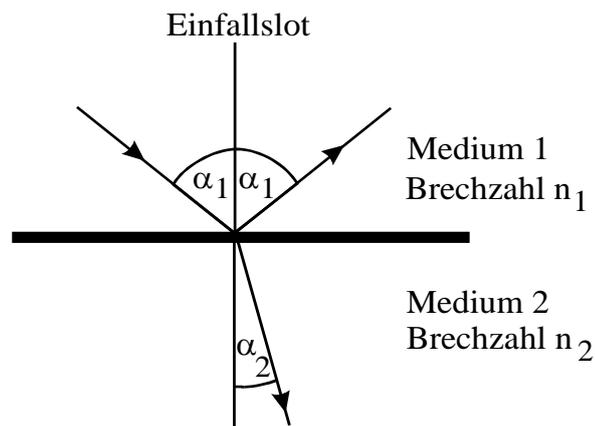


Bild 1: Verhältnisse an der Grenzfläche zweier Medien.

Es gilt das SNELLIUSsche Brechungsgesetz.

$$n_1 \cdot \sin \alpha_1 = n_2 \cdot \sin \alpha_2 \quad (3).$$

Bei senkrechtem Lichteinfall ($\alpha_1 = 0^\circ \rightarrow \alpha_2 = 0^\circ$) gilt für das Reflexionsvermögen

$$R = \left| \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right|^2 \quad (4).$$

2.3 Fresnelsche Formeln

Betrachtet man den nicht senkrechten Einfall der elektromagnetischen Strahlung, muss die Polarisation der Strahlung zerlegt werden in die beiden linear unabhängigen Polarisationen senkrecht und parallel zur Einfallsebene. Für das Reflexionsvermögen gelten die FRESNELSCHEN Formeln (bei nicht absorbierenden und nichtleitenden Materialien).

$$R_{\perp} = \left| \frac{n_1 \cdot \cos \alpha_1 - n_2 \cdot \cos \alpha_2}{n_1 \cdot \cos \alpha_1 + n_2 \cdot \cos \alpha_2} \right|^2 \quad (5)$$

$$R_{\parallel} = \left| \frac{n_2 \cdot \cos \alpha_1 - n_1 \cdot \cos \alpha_2}{n_2 \cdot \cos \alpha_1 + n_1 \cdot \cos \alpha_2} \right|^2 \quad (6)$$

Die oftmals in der Literatur angegebenen Formeln

$$R_{\perp} = \frac{\sin^2(\alpha_2 - \alpha_1)}{\sin^2(\alpha_2 + \alpha_1)} \quad \text{und} \quad R_{\parallel} = \frac{\tan^2(\alpha_2 - \alpha_1)}{\tan^2(\alpha_2 + \alpha_1)} \quad (7)$$

lassen sich mit Hilfe des Brechungsgesetzes und von Additionstheoremen einfach aus den Formeln (Gl. 5, 6) ableiten. Das Reflexionsvermögen für unpolarisiertes Licht berechnet sich aus dem arithmetischen Mittel von R_{\perp} und R_{\parallel} .

Augustin Fresnel hat aufgrund von experimentellen Ergebnissen bereits 1821 die nach ihm benannten Gesetze mit Hilfe seiner elastischen Lichttheorie formuliert.

2.4. Brewster-Winkel

Das Reflexionsvermögen nimmt für senkrechte Polarisation von $\alpha_1 = 0^\circ$ bis $\alpha_1 = 90^\circ$ stetig zu. Im Falle paralleler Polarisation (\vec{E} liegt in der Einfallsebene) existiert ein Winkel, bei dem die Reflexion bis auf Null zurückgeht. Dies passiert genau dort, wo gebrochener und reflektierter Strahl senkrecht aufeinander stehen. Da bei diesem Einfallswinkel die Komponente R_{\parallel} fehlt, ist das reflektierte Licht linear polarisiert. Der Polarisationswinkel α_p (BREWSTER-Winkel) berechnet sich aus

$$\tan(\alpha_p) = \frac{n_2}{n_1} \quad (8)$$

Für Reflexion an Glas ($n_2 \approx 1,5$) findet man also α_p bei ca. 56° .

Anwendungen: Einerseits lassen sich in der Praxis mit der Brewster-Winkel-Methode hochgradig polarisiertes Licht erzeugen, andererseits unerwünschte Reflexionen unterdrücken. Zum Beispiel werden zur Reduktion der Reflexionsverluste und zur Erhöhung der Güte eines Lasers für eine gewünschte Polarisationsrichtung s.g. *Brewster-Fenster* in einen Laserresonator eingesetzt. Mit Hilfe der *Brewster-Winkel-Mikroskopie* kann der strukturelle Aufbau ultradünner Membrane und Filme grenzflächenaktiver Substanzen bestimmt werden.

Übrigens: Die Gl. (4) entspricht der allgemeinen Tatsache, dass der Leistungsfluss an einem Impedanzübergang von Z_1 nach Z_2 eine Reflexion der Größe $R = (Z_2 - Z_1)^2 / (Z_2 + Z_1)^2$ erfährt.

3. Versuchsdurchführung

3.1 Messung

Die Messungen werden mit einem Präzisions-Goniometer-Spektrometer (PGS) durchgeführt. Als Empfänger dient ein Phototransistor mit nachgeschaltetem Piko-Amperemeter. Die Lichtquelle ist eine Hg-Spektrallampe mit Interferenzfilter (grün oder gelb) und Polarisator. Hinweise zur Bedienung und Justierung des PGS liegen am Versuchsplatz aus.

3.1.1 Einstellung des Reflexionswinkels:

- Hohe Messempfindlichkeit einschalten.
- Schwenken des Fernrohres mit dem Photoempfänger, bis Instrument einen Ausschlag zeigt.
- Mit dem Feintrieb Winkel exakt einstellen, dabei die Messempfindlichkeit verringern.
- Ablesen des Winkels φ : Ist φ_0 die Winkelablesung für das aus dem Kollimator austretende Licht (bei entfernter Glasplatte), dann ist der Ablenkwinkel $\Delta\varphi = |\varphi - \varphi_0|$.
Eine einfache geometrische Betrachtung liefert den Zusammenhang: $\Delta\varphi + 2\alpha_1 = 180^\circ$, woraus folgt:

$$\alpha_1 = \frac{1}{2} (180^\circ - \Delta\varphi) \quad (9).$$

Dabei ist zu beachten, dass beim Überschreiten von 360° anstelle $|\varphi - \varphi_0|$ für den Ablenkwinkel $360^\circ - |\varphi - \varphi_0|$ einzusetzen ist.

3.1.2 Polarisator

Die zunächst unbekanntere Durchlassrichtung des Polarisators ist folgendermaßen zu bestimmen: Beachtet man, dass R_\perp stets größer ist als R_\parallel , dann erhält man die Polarisatorstellung für senkrechte Polarisation, indem man den Polarisator (bei beliebigem Einfallswinkel) so dreht, dass der Photostrom maximal wird.

Die Einstellung des Reflexionswinkels geschieht zweckmäßigerweise bei senkrechter Polarisation, da in der Nähe des Brewsterwinkels der Photostrom bei paralleler Polarisation sehr klein werden kann.

3.2 Auswertung

Zur Auswertung werden die bei den jeweiligen Winkeln α_1 gemessenen Photoströme I durch den Strom I_0 (bei geradem Durchgang, ohne Glasplatte) geteilt und die damit erhaltenen Werte für R_\perp und R_\parallel grafisch über α_1 dargestellt (auszumessender Winkelbereich etwa $20^\circ \dots 80^\circ$). Aus der Darstellung ist der Polarisationswinkel α_p abzulesen (in der Umgebung von α_p Abstand der Messwerte enger wählen!) und aus α_p die Brechzahl der Glasplatte zu berechnen.

Versuchen Sie außerdem, durch Extrapolieren beider Kurven einen Wert für die Reflexion bei senkrechtem Einfall R ($\alpha_1 = 0$) zu finden und berechnen Sie auch daraus die Brechzahl. Um welche Glassorte könnte es sich handeln?