

## 350 – Elektronische Messverfahren

### 1 Aufgaben

1. Untersuchung des Frequenzverhaltens unterschiedlicher Spannungsmessgeräte.
2. Messung unterschiedlicher Spannungssignale (Sinus, Dreieck, Rechteck) mittels Oszilloskop und Vergleich der Werte mit der Anzeige eines AC-Millivoltmeters.
3. Bestimmung der Raumtemperatur sowie der Siedetemperatur von Stickstoff mithilfe eines Pt100-Widerstands sowohl in 2-Draht- als auch in 4-Draht-Schaltung.

### 2 Grundlagen

**Stichworte:** Gleich- und Wechselspannung, ohmsches Gesetz, Innenwiderstand von Messgeräten, Wheatstone-Brücke, Oszilloskop, Effektivwert, Drehspulmessinstrument, Temperaturmessung, 2-Draht- und 4-Draht-Messung

#### 2.1 Grundgesetze des elektrischen Stromkreises

Wird an einen ohmschen Leiter eine Spannung  $U$  angelegt, so fließt durch ihn ein Strom  $I$ . Die Größe des Stroms wird hierbei durch den ohmschen Widerstand  $R$  des Leiters festgelegt. Es gilt das ohmsche Gesetz:

$$R = \frac{U}{I} \quad (1)$$

In unverzweigten und verzweigten Stromkreisen (siehe Abb. 1) gelten die [kirchhoffschen Regeln](#). Als direkte Folge der Kontinuitätsgleichung ergibt sich:

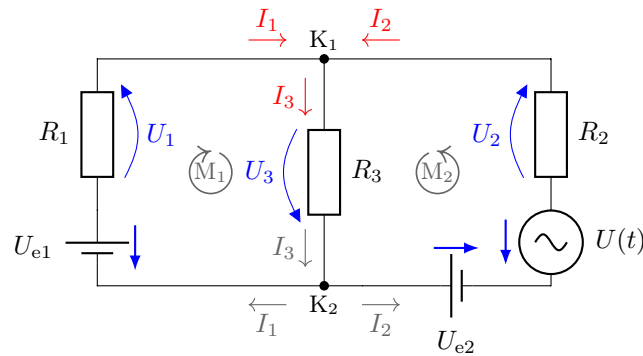
$$\textbf{Knotensatz:} \quad \sum_n I_n = 0 \quad (\text{für gegebenen Knoten}) \quad (2)$$

In Gleichung (2) zählen alle in einen gegebenen Knoten hineinfließenden Ströme positiv und alle herausfließenden Ströme negativ. Anders ausgedrückt: **Die Summe der in einen Knoten hineinfließenden Ströme entspricht der Summe der herausfließenden Ströme.** Weiterhin lässt sich aus dem Induktionsgesetz schlussfolgern:

$$\textbf{Maschensatz:} \quad \sum_m U_m = 0 \quad (\text{für gegebene Masche}) \quad (3)$$

Auch hier sind die Spannungen vorzeichenbehaftet: Das positive Vorzeichen wird gewählt, wenn die Strom- bzw. Spannungsrichtung am Bauelement gleich dem Umlaufsinn der Masche ist (ansonsten negatives Vorzeichen). Bei Gleichspannungsquellen wird die eingeprägte Spannung vom Pluspol zum Minuspol als positiv definiert (siehe Pfeile an  $U_{e1}$  und  $U_{e2}$  in Abb. 1).

**Wie legt man aber den Maschenumlaufsinn „richtig“ fest?** Kurze Antwort: Das ist im Prinzip egal. Etwas längere Antwort: [i] Maschen durchnummerieren. [ii] Für jede Masche den Umlaufsinn willkürlich festlegen. [iii] Spannungsabfälle der *Gleichspannungsquellen* (+  $\rightarrow$  -) einzeichnen, bei *Wechselspannungsquellen* muss man das festlegen. [iv] Stromrichtungen und Spannungsabfälle der *Verbraucher* entsprechend dem Maschenumlaufsinn einzeichnen. Dabei einmal festgelegte Zweige (z.B. in der Mitte der Schaltung in Abb. 1) *unangetastet* lassen.



**Abbildung 1:** Verzweigter Stromkreis mit 2 Maschen, deren Umlaufsinn o.B.d.A. willkürlich festgelegt wurde. Aus Gleichung (2) folgt hier:  $I_1 + I_2 - I_3 = 0$ . Aus Gleichung (3) folgt hier:  $U_1 + U_3 - U_{e1} = 0$  für  $M_1$  und  $U_2 + U_3 + U_{e2} - U(t) = 0$  für  $M_2$ .

Eine wichtige Anwendung stellt der sogenannte Spannungsteiler in Abb. 2 dar. Er besteht aus einer Reihenschaltung von (im einfachsten Fall zwei) Widerständen. Da diese Schaltung einen unverzweigten Stromkreis darstellt, muss der hereinfließende Strom gleich dem herausfließenden sein, d.h. durch alle Bauelemente fließt derselbe Strom  $I_1 = I_2 = I$ . Die Teilspannungen an den Widerständen verhalten sich nach Gleichung (1) entsprechend:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} \tag{4}$$

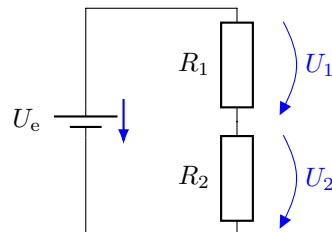
Die Spannungsteilerregel (4) besagt, dass am größeren Widerstand die größere Spannung abfällt. Vielfach ist diese Form jedoch in der Praxis unhandlich. Zum Berechnen der Teilspannung  $U_1$  müsste man die (oft unbekannte) Teilspannung  $U_2$  kennen. Häufig kennt man jedoch nur die Gesamtspannung  $U_e$  und die Größe der Widerstände. Die Gesamtspannung setzt sich aus der Summe der Teilspannungen zusammen ( $U_e = U_1 + U_2$ ). Nach einigen Umformungen erhält man:

$$U_1 = U_e \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \tag{5}$$

Gleichung (5) wird oft benötigt: Die Spannung am Bauteil X ergibt sich aus der Gesamtspannung multipliziert mit dem Widerstandswert von X geteilt durch den Gesamtwiderstand.

## 2.2 Messung der elektrischen Grundgrößen Strom und Spannung

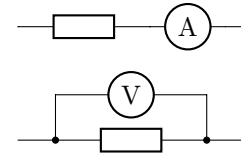
Strom und Spannung können mithilfe von Drehspulmessinstrumenten gemessen werden. Hier führt ein elektrischer Strom durch das Messinstrument zum Aufbau eines Magnetfeldes. Dieses



**Abbildung 2:** Spannungsteiler mit zwei Widerständen  $R_1$  und  $R_2$ . Durch beide Widerstände fließt derselbe Strom  $I$ . Aus Gleichung (3) folgt hier:  $U_1 + U_2 - U_e = 0$ , d.h. die Teilspannungen  $U_1$  und  $U_2$  ergeben zusammen die Gesamtspannung  $U_e$ .

wird genutzt, um einen Zeigerausschlag zu erzeugen, der proportional zum fließenden Strom ist.

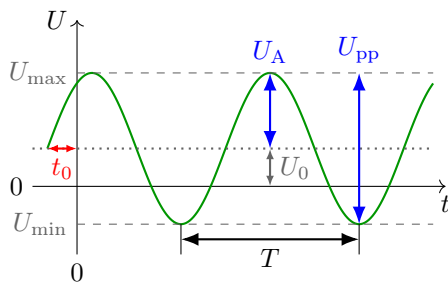
**Ströme werden prinzipiell in Reihe zum betreffenden Bauelement gemessen, Spannungen immer parallel zum Bauelement.** Ein reales Messgerät besitzt unvermeidlicherweise einen sogenannten Innenwiderstand. Dieser entsteht einfach dadurch, dass bei einem fließenden Strom immer eine Spannung am Messgerät abfällt (bzw. beim Anlegen einer Spannung immer ein Strom fließt, siehe Drehpultmessinstrument zum Aufbau des Magnetfeldes).



**Ein reales Ampèremeter besitzt einen sehr kleinen Innenwiderstand  $R > 0$ .**  
**Ein reales Voltmeter besitzt einen sehr hohen Innenwiderstand  $R < \infty$ .**

### 2.3 Wechselspannung und Effektivwert

Eine wichtige Form des elektrischen Stroms stellt der Wechselstrom dar. Er erlaubt es, große Energiemengen einfach über weite Strecken zu transportieren (Möglichkeit der Transformation). Abbildung 3 gibt die wichtigen Kenngrößen einer Wechselspannung an. Diese sind vor allem die Amplitude  $U_A$ , die Phasenverschiebung  $\varphi_0$  sowie die Periodendauer  $T$ , welche mit der Frequenz  $f$  über  $f = 1/T$  zusammenhängt.



- $U_0$  ... Offsetspannung („DC-Anteil“)
- $U_A$  ... Amplitude („AC-Anteil“)
- $U_{pp}$  ... Spitze-Spitze-Spannung („peak-to-peak“)
- $T$  ... Periodendauer
- $f$  ... Frequenz ( $f = 1/T$ )
- $\omega$  ... Kreisfrequenz ( $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$ )
- $\varphi_0$  ... Anfangsphase ( $\varphi_0 = \omega \cdot t_0$ )

**Abbildung 3:** Wichtige Kenngrößen einer Wechselspannung  $U(t) = U_0 + U_A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$ . Für den sinusförmigen Anteil der Schwingung (Offset abgezogen) gilt  $U_A = U_{pp}/2$ .

Der Effektivwert  $U_{\text{eff}}$  einer Wechselspannung ist definiert als die äquivalente Gleichspannung, die an einem ohmschen Widerstand  $R$  dieselbe Leistung  $P = U^2/R$  umsetzt wie die Wechselspannung *im zeitlichen Mittel*. Es ergibt sich dadurch:

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T U^2(t) dt} \quad (6)$$

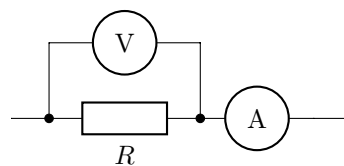
mit der Periodendauer  $T$  und dem zeitlichen Verlauf der Wechselspannung  $U(t)$ . Für eine sinusförmige Wechselspannung  $U(t) = U_A \cdot \sin(\omega t)$  ergibt sich ein Effektivwert von  $U_{\text{eff}} = U_A/\sqrt{2}$ .

### 2.4 Bestimmung des elektrischen Widerstands durch Strom- und Spannungsmessung

Um den ohmschen Widerstand  $R$  nach Gleichung (1) experimentell bestimmen zu können, müssen die Spannung am Bauelement sowie der Strom durch das Bauelement gleichzeitig bekannt sein. Dies führt vielfach auf messtechnische Probleme, wie im Folgenden beschrieben wird.

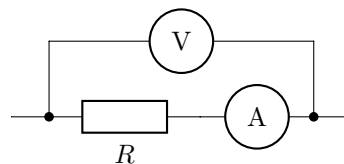
### 2.4.1 Spannungsrichtige Messung

Eine Möglichkeit, Strom und Spannung an einem unbekanntem Bauelement zu bestimmen, ist rechts dargestellt. Hierbei wird die Spannung direkt am Bauelement und der Strom in der gemeinsamen Zuleitung des Widerstands und des Spannungsmessgeräts gemessen. Während die gemessene Spannung die wahre Spannung am Widerstand ist, stellt der gemessene Strom die Summe aus dem gesuchten Strom durch den Widerstand und dem Strom durch das Spannungsmessgerät dar (Innenwiderstand realer Messgeräte beachten!). Es entsteht dadurch unweigerlich ein systematischer Messfehler. Dieser tritt besonders dann zum Vorschein, wenn der Strom durch das zu untersuchende Bauelement in die Größenordnung des Stroms durch das Spannungsmessgerät kommt. Deshalb ist die **spannungsrichtige Messung für hochohmige Bauelemente ungeeignet**.



### 2.4.2 Stromrichtige Messung

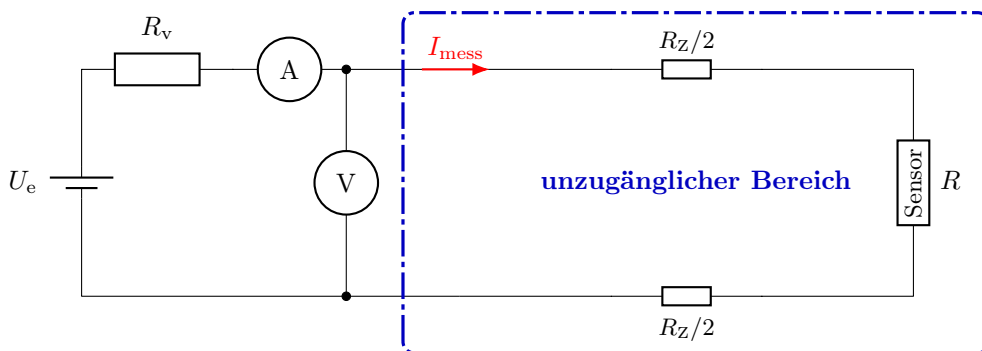
Im Gegensatz dazu stellt die rechts gezeigte Schaltung die stromrichtige Messung dar. Hier wird der durch den Widerstand fließende Strom direkt gemessen und die Spannung über dem Widerstand und dem Strommessgerät abgegriffen. Diese Schaltung ist immer dann ungeeignet, wenn der Spannungsabfall am Widerstand in die Größenordnung des Spannungsabfalls am Ampèremeter kommt. Deshalb ist die **stromrichtige Messung für niederohmige Bauelemente ungeeignet**.



### 2.4.3 2-Draht- und 4-Draht-Messung

Vielfach muss in experimentellen Aufbauten der elektrische Widerstand eines Bauelements mit langen Zuleitungen bestimmt werden. Beispiele sind etwa Temperaturmessungen bei sehr tiefen Temperaturen. Hier sind vielfach mehrere Meter Zuleitung notwendig, da der Warm-Kalt-Abstand aufgrund der Isolation des Aufbaus sehr groß sein muss. Weitere Aufbauten wären beispielsweise Sensoren in gefährlichen Umgebungen (z.B. Strahlenschutzbereiche), die durch lange Zuleitungen ausgelesen werden müssen.

In solchen Fällen wird der Eigenwiderstand der Zuleitung bei der exakten Bestimmung des elektrischen Widerstands des Sensors bemerkbar. Abbildung 4 skizziert ein typisches Messproblem. Ein Temperatursensor soll an einer unzugänglichen Stelle betrieben und durch lange Zuleitungen im zugänglichen Bereich ausgelesen werden. Dadurch sind Strom- und Spannungsmessgeräte vom eigentlichen Messobjekt weit entfernt.



**Abbildung 4:** Auslesen eines Sensors mithilfe einer 2-Draht-Messung. Der gesamte Zuleitungswiderstand zum Sensor wurde zur Verdeutlichung als  $R_Z$  angenommen.

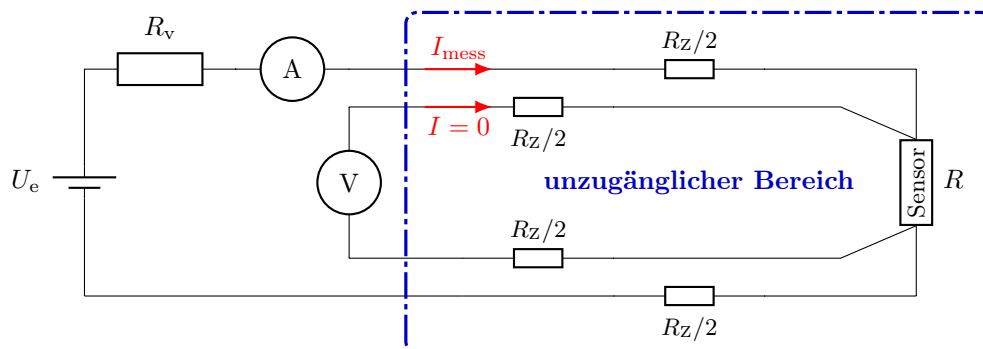
Für die weiteren Betrachtungen wird vereinfachend ein mittelgroßer Widerstand  $R$  angenommen, so dass das Problem der spannungs- und stromrichtigen Messung vernachlässigt werden kann. Das Ampèremeter misst unter dieser Annahme den wahren Strom durch den Sensorwiderstand  $R$  (Reihenschaltung). Der vom Voltmeter gemessene Spannungsabfall entspricht aber der Spannung über dem Sensorwiderstand und den Zuleitungen  $U_{\text{mess}} = U_{R_Z} + U_R$ . Benutzt man nun die gemessene Spannung  $U_{\text{mess}}$  und den gemessenen Strom  $I_{\text{mess}}$  zur Berechnung des Widerstands  $R_{\text{mess}}$ , so ergibt sich ein zu großer Wert:

$$R_{\text{mess}} = \frac{U_{\text{mess}}}{I_{\text{mess}}} = \frac{U_{R_Z} + U_R}{I_{\text{mess}}} > \frac{U_R}{I_{\text{mess}}} = R \quad (7)$$

Dieser Effekt kommt besonders dann zum Tragen, wenn die Größe des zu messenden Widerstands  $R$  vergleichbar mit dem Zuleitungswiderstand  $R_Z$  wird.

Um den Widerstand  $R$  möglichst genau zu bestimmen, könnte man den Widerstand  $R_Z$  der Zuleitungen separat messen (Kurzschließen des Sensors) und später vom gemessenen Gesamtwiderstand abziehen. Vielfach ist dies jedoch nicht möglich, weil sich beispielsweise die Widerstände der Zuleitungen in unvorhersehbarer Weise zeitlich ändern (z.B. durch Temperaturschwankungen). Dann verwendet man eine 4-Draht-Messung, um den Fehler durch den Zuleitungswiderstand zu eliminieren.

Abbildung 5 zeigt den Aufbau in 4-Draht-Geometrie. Ein weiteres Leitungspaar wird hierbei vom Sensor zum externen Spannungsmessgerät verlegt. Dieses Leitungspaar besitzt erneut einen Zuleitungswiderstand von insgesamt  $R_Z$  (Annahme gleicher Geometrien und Materialien).



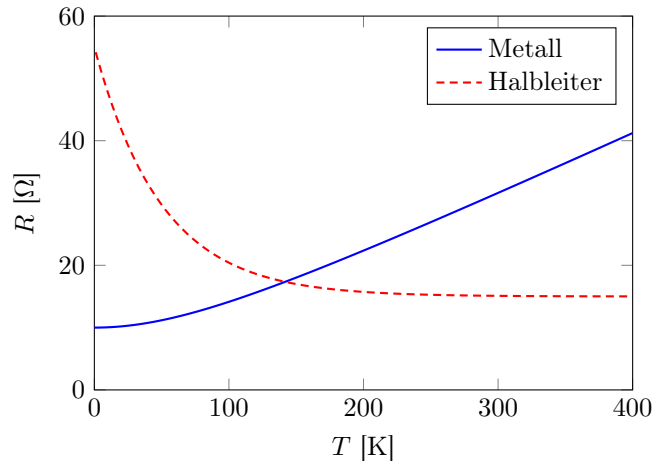
**Abbildung 5:** Auslesen eines Sensors mithilfe einer 4-Draht-Messung. Im Vergleich zur einfachen 2-Draht-Messung wird das Spannungsmessgerät mit einem weiteren Leitungspaar (gesamter Zuleitungswiderstand  $R_Z$ ) am Sensor angeschlossen.

Aufgrund des hohen Innenwiderstands des Voltmeters (typischerweise  $> G\Omega$ ) fließt in diesem Kreis kein Strom. Dies hat unmittelbar zur Folge, dass am Zuleitungswiderstand zum Spannungsmessgerät in diesem Kreis auch keine Spannung abfällt. Demnach zeigt das Spannungsmessgerät die wahre Spannung  $U_R$  am Sensor an. Der durch die Spannungsquelle bereitgestellte Strom fließt weiterhin nur durch den Widerstand  $R$  und wird korrekt vom Strommessgerät bestimmt. Durch die Trennung der Leitungen für Strom- und Spannungsmessung wird somit der Einfluss der Zuleitungswiderstände eliminiert. Selbst wenn sich der Wert für  $R_Z$  während der Messung ändert, hat dies keinen Einfluss auf die Messung des Sensorwiderstands  $R$ .

Die 4-Draht-Messung stellt eine spannungsrichtige Messung dar und ist somit für Widerstände geeignet, die deutlich kleiner als der Innenwiderstand des Spannungsmessgeräts sind. Da dieser Innenwiderstand sehr groß ist ( $> G\Omega$ ), ist dieses Messverfahren in der Praxis nahezu für alle Probleme anwendbar. Besonders für sehr kleine Widerstände (beispielsweise  $\ll 1\Omega$ ) ist die 4-Draht-Messung notwendig, da selbst gut leitende Zuleitungen aus Kupfer in 2-Draht-Geometrie bereits bemerkbare Messfehler produzieren.

## 2.5 Resistive Temperaturmessung

Um eine physikalische Größe elektrisch messen zu können, muss ein entsprechender Effekt benutzt werden, der diese physikalische Größe mit einer elektrischen Größe verknüpft. Der elektrische Widerstand leitfähiger Materialien ist temperaturabhängig. Je nach Typ des Leiters ergeben sich unterschiedliche Abhängigkeiten (siehe Abb. 6).



**Abbildung 6:** Typische qualitative Abhängigkeit des elektrischen Widerstands einer Probe von der Temperatur (schematisch). Die Zahlenwerte für  $R$  sind willkürlich skaliert.

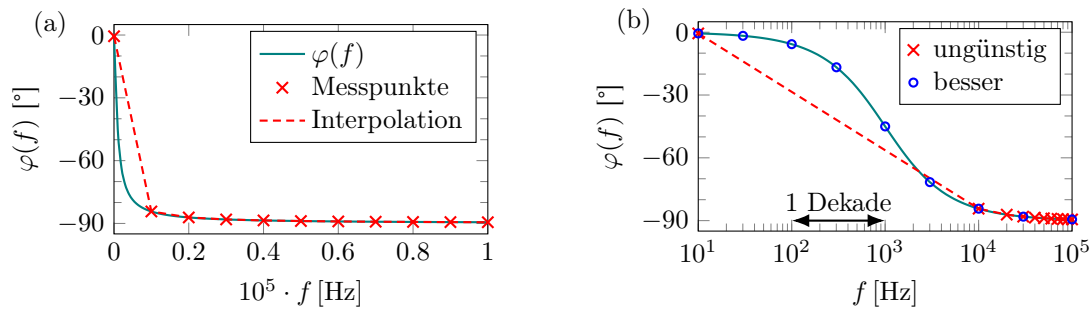
In metallischen Leitern wird der elektrische Strom von frei beweglichen Elektronen getragen (Modell des Elektronengases). Diese werden an ihrem Fluss durch Gitterschwingungen (Phononen) oder Stöße mit Verunreinigungsatomen behindert. Wird die Temperatur einer solchen Probe verringert, so nehmen Anzahl und Stärke der Gitterschwingungen ab – der Stromfluss wird weniger behindert, und der elektrische Widerstand sinkt somit. Der Beitrag der Verunreinigungsatome zum elektrischen Widerstand ist hingegen temperaturunabhängig. Dies führt dazu, dass besonders bei niedrigen Temperaturen ein konstanter Restwiderstand bestehen bleibt.

## 2.6 Messungen in einem großen Frequenzbereich

Häufig erfordert die aussagefähige Darstellung einer physikalischen Größe die Variation der dazugehörigen Variablen über einen weiten Bereich, meist über mehrere Größenordnungen. In Abb. 7 ist dies anhand der Phasenübertragungsfunktion  $\varphi$  (in Abhängigkeit der Frequenz  $f$ ) eines RC-Tiefpasses veranschaulicht. Dabei fällt bei der Darstellung der theoretisch zu erwartenden Funktion  $\varphi(f)$  auf, dass der Kurvenverlauf (—) bei einer *logarithmischen* Skalierung der Frequenzachse viel besser zu erkennen ist als bei einer *linearen*.

Möchte man nun den Kurvenverlauf in einer praktischen Anwendung messen, so geht das natürlich immer nur mit endlich vielen Messpunkten. Somit stellt sich die Frage, bei welchen Werten man die Messpunkte günstigerweise aufnehmen muss. Wählt man alle Werte äquidistant auf der *linearen* Frequenzachse (z.B. immer im Abstand von  $10^4$  Hz, markiert durch  $\times$ ), so wird offensichtlich, dass sich die Messpunkte in der logarithmischen Darstellung Abb. 7(b) im rechten Bereich stark häufen, während im übrigen Kurvenverlauf viel zu wenig Messpunkte aufgenommen werden. Daher ist es wesentlich besser, die Messpunkte so zu wählen, dass sie auf der *logarithmischen* Frequenzachse gleichmäßig verteilt liegen (in Abb. 7(b) immer 2 Messpunkte  $\circ$  pro Dekade).

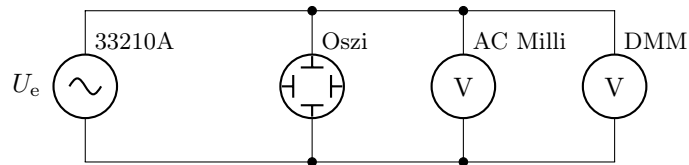
**👉 Überlegen Sie sich vor dem Versuch, wie Sie die Frequenzen wählen müssen, damit Sie auf einer *logarithmischen* Frequenzachse immer genau 4 äquidistante Messpunkte pro Dekade erhalten. Berechnen Sie diese Werte, gerundet auf 2 signifikante Stellen, und tragen Sie diese Werte in eine Tabelle ein.**



**Abbildung 7:** Zwei Darstellungen der exakt gleichen Funktion  $\varphi(f)$  aufgetragen (a) über einer *linear* skalierten und (b) über einer *logarithmisch* skalierten Frequenzachse. Die Messpunkte  $\times$  in (a) und (b) liegen bei identischen Werten!

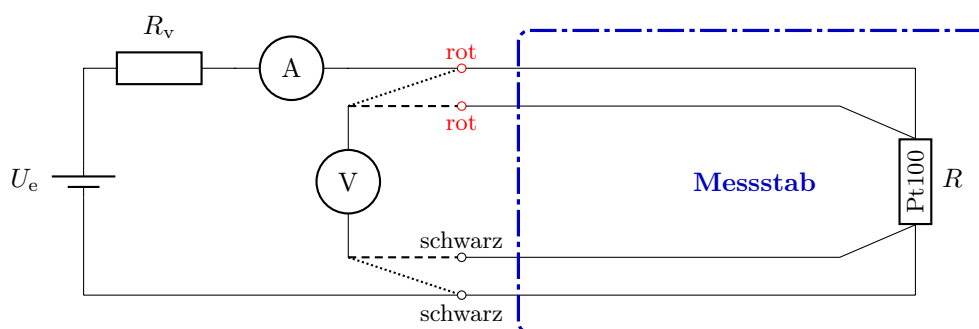
### 3 Versuchsdurchführung

- Schließen Sie das Oszilloskop, das AC-Millivoltmeter sowie das Digitalmultimeter (DMM) parallel an den Ausgang des Frequenzgenerators Agilent 33210A an (siehe Abb. 8). Variieren Sie nun die Frequenz des Signals von 1 Hz bis 10 MHz. Lesen Sie in geeigneten Frequenzabständen (äquidistant auf einer *logarithmischen* Frequenzachse!) die angezeigten Spannungswerte aller Messgeräte ab. Stellen Sie die Ergebnisse graphisch dar (halb-logarithmische Darstellung) und diskutieren Sie diese hinsichtlich der Einsetzbarkeit der unterschiedlichen Messgeräte.



**Abbildung 8:** Vergleich unterschiedlicher Spannungsmessgeräte hinsichtlich ihres Frequenzverhaltens. Eingang am **Digitalmultimeter auf AC** stellen (DMM misst somit nur AC-Anteil). Eingang am **Oszilloskop auf DC** stellen (Oszi misst somit DC- und AC-Anteil). Stellt man den Oszi Eingang auf AC, so werden (im Unterschied zum DMM) durch einen internen Hochpass niedrige Frequenzen herausgefiltert. Dies würde die Messung niederfrequenter Signale systematisch verfälschen.

- Legen Sie nun ein Eingangssignal von  $f = 100$  Hz mit einer Amplitude von  $U_e = 1$  V an die Schaltung aus Abb. 8 an. Lesen Sie den Anzeigewert für eine Sinus-, eine Dreieck- sowie eine Rechteckspannung ab. Wie hängen die Anzeigewerte miteinander zusammen?
- Bauen Sie eine Schaltung zur Temperaturmessung mithilfe eines Pt100-Widerstandes auf (siehe Abb. 9). Um eine realistische Anwendung mit langen Zuleitungen zu simulieren, ist der Temperatursensor am unteren Ende eines Messstabes montiert, dieser wird Ihnen ausgehändigt. Die Zuleitungen sind auf der anderen Seite entsprechend zugänglich.
  - Beginnen Sie Ihre Untersuchungen bei Raumtemperatur. Bestimmen Sie anhand einer Strom- und Spannungsmessung den elektrischen Widerstand des Sensors. Stellen Sie dabei den Messstrom auf ca. 1 mA ein. Verwenden Sie hierbei einen 1 k $\Omega$  Vorwiderstand. Führen Sie die Messungen in 2-Draht- (siehe Abb. 4) sowie in 4-Draht-Geometrie (siehe Abb. 5) durch. Berechnen Sie anhand des [Datensatzes des Pt100](#) aus dem erhaltenen Widerstandswert eine Temperatur und vergleichen Sie diesen Wert mit der Anzeige eines im Praktikum befindlichen Thermometers.



**Abbildung 9:** Schaltung zur Temperaturmessung mithilfe eines Pt100 als Sensor. Je nach Anschlussbelegung können 2-Draht-Messungen (.....) und 4-Draht-Messungen (----) realisiert werden. Beachten Sie, dass zum Einstellen des Messstroms ein Vorwiderstand in der Größenordnung von  $R_v = 1 \text{ k}\Omega$  benutzt werden muss.

- b) Erhöhen Sie nun den Messstrom auf  $15 \text{ mA}$ . Lesen Sie den Widerstand des Pt100 mithilfe der 4-Draht-Geometrie aus. Zeichnen Sie den Widerstand über einen Zeitraum von  $5 \text{ min}$  auf. Diskutieren Sie das Ergebnis.
- c) Wiederholen Sie die Untersuchungen aus Aufgabe a) mit flüssigem Stickstoff. Kühlen Sie dabei den Sensor im Messstab durch Eintauchen in die Kryoflüssigkeit ab. Beobachten Sie den Verlauf während des Einkühlens. Protokollieren Sie Ihre Beobachtungen.
 

▲ **Sicherheitshinweise zum Umgang mit flüssigem Stickstoff ( $-196 \text{ }^\circ\text{C}$ ): Bitte unbedingt Schutzbrille tragen! Bitte stets den passenden Standfuß für die Thermoskanne verwenden!**
- d) Führen Sie eine Fehlerabschätzung für die Temperaturmessung durch. Wie genau können Sie die Siedetemperatur von Stickstoff bestimmen? Diskutieren Sie die Vor- und Nachteile der 4-Draht-Messung.
- e) Benutzen Sie das Präzisionsmessgerät der Firma KEITHLEY Typ 2100 zur Bestimmung des ohmschen Widerstands in 2-Draht- und 4-Draht-Geometrie. Verwenden Sie hierfür die Tasten  $\Omega 2$  bzw.  $\text{SHIFT} + \Omega 4$ . Vergleichen Sie die erhaltenen Ergebnisse.
- f) Benutzen Sie das Präzisionsmessgerät der Firma KEITHLEY Typ 2100 zur direkten Temperaturmessung in 4-Draht-Geometrie (Taste  $\text{TEMP}$ ).