

# 307 - Messungen im elektrischen Stromkreis

Dieser Versuch beschäftigt sich mit der Messung von Strom und Spannung an ohmschen und nicht-linearen Widerständen mittels unterschiedlicher Messgeräte und -methoden. Dabei werden die Eigenschaften von Reihen- und Parallelschaltung untersucht.

## 1. Aufgaben

- 1.1 Untersuchen Sie die Aufteilung von Strömen und Spannungen bei Reihen- und Parallelschaltung von Widerständen! Überprüfen Sie die Spannungs- und Stromteilerregel!
- 1.2 Bestimmen Sie den Wert eines ohmschen Widerstandes.
- 1.3 Nehmen Sie die Strom-Spannungs-Kurve einer LED auf und diskutieren Sie das Ergebnis!

## 2. Grundlagen

### Stichworte:

Ohmsches Gesetz, Kirchhofsche Regeln, Strom- und Spannungsteilerregel, Reihen- und Parallelschaltung, nichtlinearer Widerstand

### 2.1 Grundgesetze des elektrischen Stromkreises

Wird an einen elektrischen Leiter (z.B. Metalldraht) eine Spannung  $U$  angelegt, so fließt ein Strom  $I$ , welcher aufgrund des Widerstandes  $R$  (des Drahtes) nur einen endlich großen Wert annehmen kann.

Es gilt das **Ohmsche Gesetz:**

$U = R \cdot I$  (Strom und Spannung sind einander proportional; Proportionalitätsfaktor ist der Widerstand),

oder umgestellt nach  $I$  und  $R$ :

$I = U / R$  (die Größe des fließenden Stromes ist bei fester Spannung umgekehrt proportional zum (Gesamt-) Widerstand des Stromkreises) und

$R = U / I$  (durch Messen von Strom und Spannung lässt sich der Widerstand ermitteln).

An einem **Spannungsteiler** (im einfachsten Fall zwei in Reihe geschaltete Widerstände  $R_1$  und  $R_2$ ; vgl. Bild 1a) wird die Gesamtspannung  $U$  im Verhältnis der Widerstände aufgeteilt:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

Der durch beide Widerstände fließende Strom ist derselbe:  $I = U / (R_1 + R_2)$ . Man sagt: Der Strom  $I$  führt am Widerstand  $R_1$  zu einem „Spannungsabfall“ von  $U_1 = I \cdot R_1$  sowie an  $R_2$  zu einem Spannungsabfall von  $U_2 = I \cdot R_2$ . Beide Spannungsabfälle addieren sich zur Gesamtspannung  $U_G$ .

Gibt es eine **Verzweigung** im Stromkreis (z.B. zwei parallel geschaltete Widerstände; vgl. Bild 1b), so liegt über beiden Widerständen unabhängig von ihrer Größe die volle Spannung  $U$  an, und es fließen die Teilströme  $I_1 = U_G / R_1$  bzw.  $I_2 = U / R_2$  welche sich zum Gesamtstrom  $I$  addieren. Es gilt die sogenannte **Stromteilerregel**, die besagt, dass sich die Ströme umgekehrt oder indirekt proportional zu den Widerständen durch die sie fließen verhalten:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

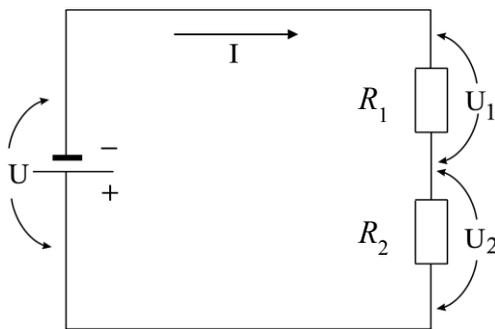


Bild 1a: Spannungsteiler.

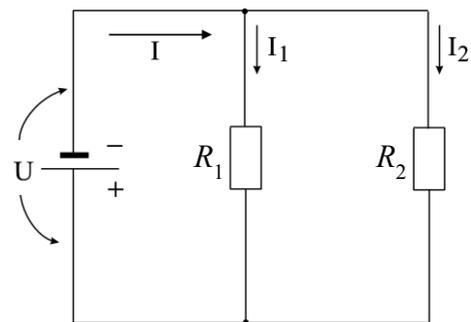


Bild 1b: Stromteiler.

Verallgemeinert finden sich diese Überlegungen in den sogenannten „Kirchhoffschen Regeln“ („Maschensatz“ und „Knotensatz“) wieder (z.B. /7/ oder /11/, siehe Web-Literaturverzeichnis oder Internet).

## 2.2 Vielfachmesser

Spannungsmessgeräte werden üblicherweise als Voltmeter (VM) bezeichnet, Strommessgeräte entsprechend als Amperemeter (AM). Auf Grund des Maschensatzes werden **Spannungen** an Bauelementen immer **parallel** zum Bauelement gemessen (Parallelschaltung sichert gleiche Spannung), **Ströme** immer **seriell**, in Reihe gemessen (laut Knotensatz sind in einer Reihenschaltung die fließenden Ströme durch Amperemeter und Bauelement gleich).

In den meisten Fällen sind beide Gerätearten miteinander kombiniert, und man nennt sie Vielfachmesser bzw. Multimeter. Die Messung kann analog oder digital erfolgen. Im Allgemeinen werden digitale Geräte bevorzugt, zum einen, weil sie sich bequemer ablesen lassen, aber z.B. auch wegen des höheren Innenwiderstandes bei Spannungsmessungen (vgl. unten). Analoge Geräte haben aber auch Vorteile, z.B. beim Verfolgen veränderlicher Signale. Außerdem benötigen sie keine Batterie.

### 2.2.1 Analog-Multimeter

Analoge Vielfachmesser besitzen ein Drehspulmesswerk. Die Spule, welche von dem zu messenden Strom durchflossen werden soll, befindet sich drehbar gelagert und mit einem Zeiger verbunden im Feld eines Permanentmagneten und wird von einer Rückstellfeder in Nulllage gehalten. Bei Stromfluss wirkt eine Kraft, welche ein Verdrehen der Spule und damit einen Ausschlag des Zeigers auf der Skala zur Folge hat.

Die meisten der im Praktikum verwendeten Vielfachmesser sind so eingerichtet, dass ein Strom von  $50\ \mu\text{A}$  zum Vollausschlag des Zeigers führt. Da außerdem der Widerstand des Messwerkes auf  $2\ \text{k}\Omega$  dimensioniert ist, erreicht man den Vollausschlag auch durch Anlegen einer Spannung von  $U = R \cdot I = 2\ \text{k}\Omega \cdot 50\ \mu\text{A} = 100\ \text{mV}$ . Damit ergibt sich der Grundmessbereich (ohne zusätzliche Widerstände) zu  $100\ \text{mV} / 50\ \mu\text{A}$ .

Im Allgemeinen sollen natürlich auch größere Spannungen und Ströme gemessen werden. Dazu ist eine sogenannte **Messbereichserweiterung** erforderlich. Diese wird durch Reihenschaltung (Spannungsmessbereiche) bzw. Parallelschaltung (Strommessbereiche) geeignet dimensionierter Widerstände realisiert (Bild 2). Beispiele dazu finden Sie im Anhang 1.

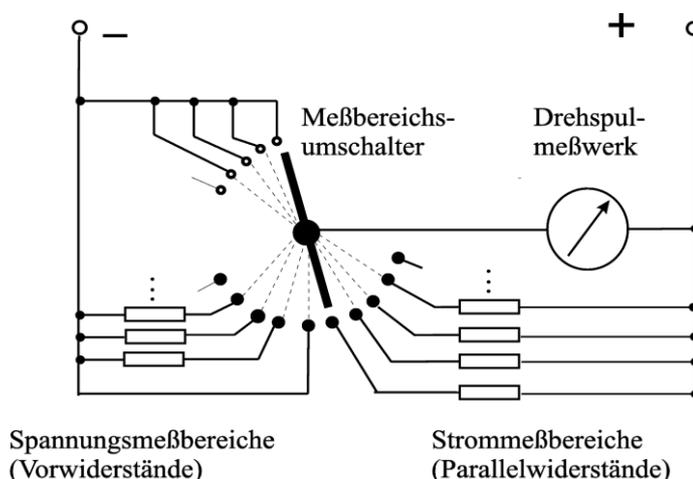


Bild 2: Prinzipschaltbild des Vielfachmessers.

### 2.2.2 Digital-Multimeter

Digitale Vielfachmesser besitzen als Grundbaustein einen Analog-Digital-Wandler. Der digitalisierte Spannungswert kann direkt auf einer Flüssigkristallanzeige (LCD = Liquid Crystal Display) abgelesen werden. Zur Messung von Strömen wird der Spannungsabfall an einem eingebauten Messwiderstand genutzt. Die Messbereichserweiterung funktioniert im Prinzip ähnlich wie bei einem analogen Gerät.

## 2.3 Widerstandsmessung

### 2.3.1 ... mit zwei Geräten durch gleichzeitiges Messen von Strom und Spannung

Die Widerstandsmessung beruht im Allgemeinen auf dem Ohmschen Gesetz, d.h. auf der (gleichzeitigen) Messung von Strom und Spannung. Bei der gleichzeitigen Messung taucht das Problem auf, dass immer nur eine der beiden Größen „richtig“ gemessen werden kann. Die andere wird durch das zweite Messgerät (dessen nicht zu vernachlässigenden Innenwiderstand  $R_{VM}$  oder  $R_{AM}$ ) mehr oder weniger verfälscht. Die Ursache liegt in den

Innenwiderständen der Strom- bzw. Spannungsmessgeräte. Kennt man den Innenwiderstand, so kann man den Messwert entsprechend korrigieren. Ansonsten hält man sich wieder an die Faustregel, Amperemeter kleiner Innenwiderstand und Voltmeter großer Innenwiderstand. Daraus resultiert für die Messung eines unbekanntes Widerstandes:

großer Widerstand ( $> 10 \text{ k}\Omega$ )  $\rightarrow$  stromrichtig messen (Bild 3a),

kleiner Widerstand ( $< 1 \text{ k}\Omega$ )  $\rightarrow$  spannungsrichtig messen (Bild 3b).

Erfolgt die Messung mit Digitalmultimetern, so ist fast immer die spannungsrichtige Schaltung günstiger, weil bei diesen Geräten  $R_{VM}$  im Mega-Ohm-Bereich liegt und damit der Stromfluss durch das Voltmeter vernachlässigt werden kann.

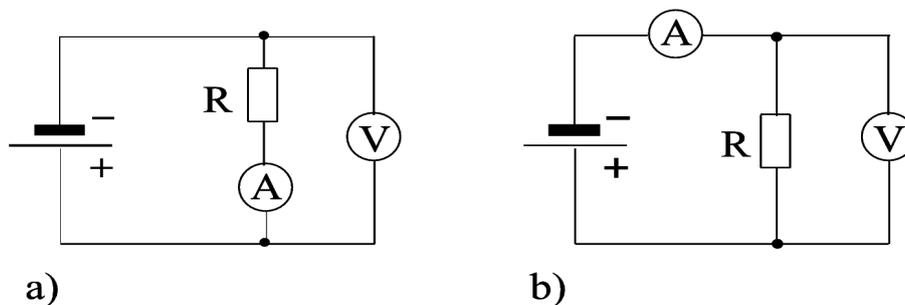


Bild 3: a) stromrichtige Schaltung und b) spannungsrichtige Schaltung.

### 2.3.2 ... mit einem Multimeter im Widerstands-Messbereich

Diese Messung folgt demselben Prinzip mit dem Unterschied, dass eine im Gerät integrierte stabilisierte Konstant-Stromquelle einen vorgegebenen Strom liefert. Damit ist die am Messobjekt abfallende Spannung proportional zu dessen Widerstand und an einer entsprechend geeichten Skala kann direkt der Wert in Ohm abgelesen werden. Analoggeräte müssen für diesen Zweck mit einer Batterie ausgerüstet werden, bei digitalen Multimetern fallen die Widerstandsmessbereiche quasi nebenbei mit ab.

## 2.4 Nichtlineare Widerstände

Nach dem Ohmschen Gesetz ist der Zusammenhang zwischen Spannung  $U$  und Stromstärke  $I$  linear. Das gilt meist für Metalle bei konstanter Arbeitstemperatur. Es gibt aber auch Beispiele für nichtlineare Bauelemente, z.B. den Varistor, dessen Widerstand von der Größe der angelegten Spannung abhängt oder den sogenannten Heißeiter, dessen Widerstand mit steigender Temperatur (bei Halbleitern nimmt der Widerstand aufgrund Zunahme der Zahl von Ladungsträgern ab) sinkt. Auch die allseits (noch) bekannte Glühlampe besitzt keine lineare Strom-Spannungs-Kennlinie, da hier der Widerstand mit zunehmender Helligkeit (Temperatur des Glühfadens erhöht sich mit dem fließenden Strom) steigt. Ein modernes Beispiel sind alle Halbleiterbauelemente wie Dioden, oder LED's (Light emitting diode) auf der Basis einer Halbleiterdiode.

Nichtlineare Widerstände werden nicht mehr durch den ohmschen Widerstand beschrieben, da dieser sich mit angelegter Spannung ändert. Hier wird der differentielle Widerstand  $R_D$  genutzt, der der Ableitung der Kurve an einem bestimmten Spannungswert entspricht.

$$R_D = \frac{dU}{dI} \approx \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{(U_2 - U_1)}{(I_2 - I_1)}$$

Eine LED weist, wie jede Diode, je nach Polarität der angelegten Spannung, eine Sperrichtung (hochohmiges Verhalten) und eine Durchlassrichtung (niederohmiges Verhalten) auf (siehe Bild 4).

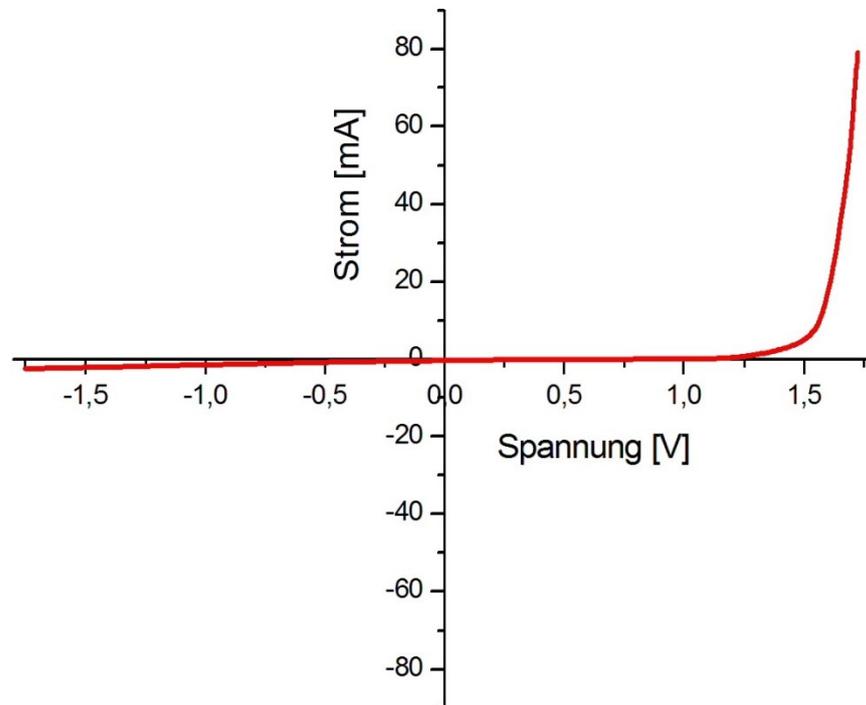


Bild 5: Strom-Spannungskennlinie einer LED. Negative Spannung – Sperrichtung, positive Spannung – Durchlassrichtung

## 2.5 Reihen- und Parallelschaltung von Widerständen

Bei Reihenschaltung von Widerständen addieren sich ihre Widerstandswerte und damit auch die an ihnen abfallenden Spannungen. Der fließende Strom ist überall gleich (vgl. Abschnitt 2.1. Spannungsteiler):

$$U_1 + U_2 + U_3 + \dots = U_{\text{ges}} \quad I = \text{const.} \quad R_1 + R_2 + R_3 + \dots = R_{\text{ges.}}$$

Beispiele für Reihenschaltungen sind Lichterketten oder eine Weihnachtsbaumbeleuchtung: die Netzspannung (230 V) wird zwischen z.B. 16 gleichen Lampen aufgeteilt, d.h. die einzelnen Lampen müssen für ca. 15 V ausgelegt sein.

Bei Parallelschaltung addieren sich die Ströme, während die Spannung an allen Widerständen dieselbe bleibt (vgl. 2.1. Verzweigung/Stromteiler):

$$I_1 + I_2 + I_3 + \dots = I_{\text{ges}} \quad U = \text{const.}$$

Den Gesamtwiderstand kann man durch Addition der reziproken Größen (Leitwerte) errechnen.

Bestes Beispiel für eine Parallelschaltung ist die normale Haushalts-Elektrik: An allen Steckdosen liegt dieselbe Spannung an (230 V). Alle fließenden Ströme werden addiert und im „Stromzähler“ als verbrauchte Energie ( $E = P \cdot t$ ,  $P = U \cdot I$ ) in kWh abgerechnet.

### 3. Versuchsdurchführung

#### 3.1 Reihen- und Parallelschaltung von Widerständen

Schalten Sie zwei Widerstände (2,2 k $\Omega$ , 4,7 k $\Omega$ ) in Reihe, und stellen Sie eine Spannung von ca. 10 V ein. Messen Sie die Gesamtspannung und die beiden Teilspannungen (Voltmeter), und überprüfen Sie die Gültigkeit der Spannungsteilerregel! Die Messung sollte der Einfachheit wegen mit dem Digital-Multimeter durchgeführt werden. Eine „Fehlerrechnung“ ist nicht erforderlich.

Schalten Sie die beiden Widerstände als „Stromverbraucher“ parallel ( $U \approx 10$  V) und messen Sie den Gesamtstrom (Amperemeter). Ermitteln Sie die Einzelströme, indem Sie jeweils einen Verbraucher entfernen. Stimmen die Stromstärkewerte mit der Erwartung laut Stromteilerregel überein? Wiederholen Sie die Messung mit einer LED als zusätzlichen Verbraucher. Um den Strom durch die LED zu begrenzen wird diese in Reihe mit einem Vorwiderstand eingebaut. Dieser „Vorwiderstand“ darf unter keinen Umständen vergessen werden, da die LED sonst zerstört werden kann. Nutzen Sie dazu den 200  $\Omega$  Widerstand, bzw. das als „Vorwiderstand“ gekennzeichnetes Bauelement.

#### 3.2 Messung eines unbekanntes Widerstandes

Vor Beginn dieser Messung ist durch den Assistenten die Strombegrenzung am Netzgerät in geeigneter Weise einzustellen. Der zu messende Widerstand  $R_X$  (regelbares Potentiometer) wird vor Beginn des Versuches vom Assistenten eingestellt und ist danach nicht mehr zu verändern!

##### 3.2.1 Gleichzeitiger Messung von Strom und Spannung

Bestimmen Sie einen unbekanntes Widerstand  $R_X$  durch gleichzeitige Strom- und Spannungsmessung mit zwei Digital-Multimetern. Nutzen Sie dazu die Schaltung 3b (spannungsrichtig). Wiederholen Sie die Messung ca. 5 mal, indem Sie  $U$  (und damit  $I$ ) leicht variieren (z.B. 10V, 9V, 8V, 7V, 6V). Berechnen sie jeweils die Widerstandswerte. Bilden Sie von den so erhaltenen Ergebnissen den Mittelwert und vergleichen Sie dessen Streuung mit der abgeschätzten Messgenauigkeit (Größtfehler  $\Delta R$  ermittelt aus  $\Delta U$  und  $\Delta I$ , vgl. Abschnitt 3.2.3). Stellen sie alle 5 Messwerte grafisch dar. Zeichnen Sie dazu die Abhängigkeit  $I$  von  $U$  ( $I = f(U)$ ) oder  $I$ - $U$ -Kennlinie) auf **Millimeterpapier!**

Messen Sie  $R_X$  außerdem direkt mit dem Digital-Multimeter im Widerstandsmessbereich. Die Genauigkeit können Sie dem ausliegenden Datenblatt entnehmen.

## 3.2.2 Messgenauigkeit

Bei Digital-Multimetern kann die Genauigkeitsangabe aus der Bedienungsanleitung entnommen werden. Diese setzt sich (in guter Abschätzung) zusammen aus einem Anteil von z.B.  $\pm 0.5\%$  vom Anzeigewert und dazu  $\pm 1$  oder  $2$  Digits (letzte Anzeigestelle). Auch diese Fehlerangaben sind eher als Maximalwerte zu betrachten.

Fragen Sie dazu den betreuenden Assistenten!

Um von den abgeschätzten Genauigkeiten  $\Delta U$  und  $\Delta I$  (bei der ersten Methode) auf die Genauigkeit des Ergebnisses  $\Delta R$  schließen zu können, bietet sich im vorliegenden Fall die Addition der relativen Fehler an (gilt für reine Produkte und Quotienten), d.h.

$$\text{aus } R = \frac{U}{I} \quad \text{folgt} \quad \frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta I}{I}.$$

Da dem abgeschätzten Größtfehler  $\Delta R$  und der Streuung der Ergebnisse um einen Mittelwert (vgl. 3.2.1) jeweils derselbe Sachverhalt zugrunde liegt (begrenzte Messgenauigkeit), müßten beide Werte etwa in derselben Größenordnung liegen. Ist das so?

## 3.3 I – U – Kennlinie einer LED

Messen Sie für eine Reihenschaltung aus Vorwiderstand ( $R_V$  mindestens  $200\ \Omega$  oder größer) und LED für verschiedene Spannungen die zugehörige Stromstärke. Beachten Sie die angegebene Polarität der LED bezüglich der Spannungsquelle. Verwenden Sie auch hier die spannungsrichtige Schaltung. Die Spannung wird dabei direkt über der LED gemessen (siehe Bild 5)!

Schaltung bitte vor Inbetriebnahme vom Assistenten abnehmen lassen!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

Nehmen Sie bitte mindestens 10 Messwerte auf. Verändern Sie dazu die Eingangsspannung an der Spannungsquelle im Bereich von 0 bis **maximal** 10 V mit einer Schrittweite von **maximal** 1V. Überschreiten Sie dabei **nicht** den Gesamtstrom von 20 mA. Passen Sie gegebenenfalls Maximalspannung und Schrittweite der Messung an. Stellen Sie die Abhängigkeit  $I$  von  $U$  grafisch dar ( $I$ - $U$ -Kennlinie auf **Millimeterpapier**)!

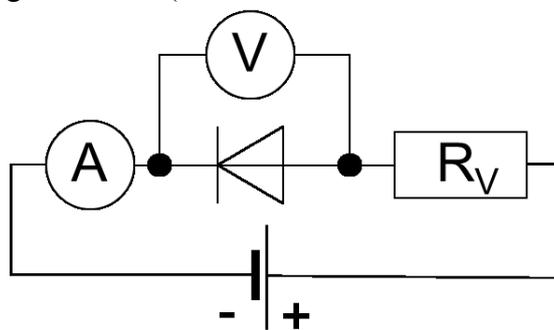


Bild 5: Schaltung zur Bestimmung des Widerstandes einer LED

**Literatur:**

siehe Link: [http://www.uni-jena.de/Literatur\\_p\\_131600.html](http://www.uni-jena.de/Literatur_p_131600.html)