

300 - Messungen im elektrischen Stromkreis

Dieser Versuch beschäftigt sich mit der Messung von Strom und Spannung an ohmschen und nicht-linearen Widerständen mittels unterschiedlicher Messgeräte und -methoden sowie der Widerstandsbestimmung durch eine Wheatstonesche Brückenschaltung. Besonderes Augenmerk liegt dabei auf einer realistischen Einschätzung der erreichbaren Messgenauigkeiten. Desweiteren werden die Eigenschaften von Reihen- und Parallelschaltung untersucht.

1. Aufgaben

- 1.1 Untersuchen Sie die Aufteilung von Strömen und Spannungen bei Reihen- und Parallelschaltung von Widerständen!
- 1.2 Bestimmen Sie den Wert eines ohmschen Widerstandes durch drei verschiedene Methoden. Vergleichen Sie die unterschiedlichen Messverfahren insbesondere in Hinblick auf ihre Genauigkeit!
- 1.3 Nehmen Sie die Strom-Spannungs-Kurve einer Glühlampe auf und diskutieren Sie das Ergebnis!
- 1.4 (Zusatzaufgabe für Physikstudenten) Untersuchen Sie, wie Volt- und Amperemeter die Messung in Abhängigkeit von ihren Innenwiderständen verfälschen, und ermitteln Sie daraus die Leerlaufspannung bzw. den Kurzschlussstrom.

2. Grundlagen

Stichworte:

Ohmsches Gesetz, Spannungsteiler, Verzweigung, Messbereichserweiterung, Wheatstone-Brücke, Reihen- und Parallelschaltung, absoluter und relativer Fehler

2.1 Grundgesetze des elektrischen Stromkreises

Wird an einen elektrischen Leiter (z.B. Metalldraht) eine Spannung U angelegt, so fließt ein Strom I , welcher aufgrund des Widerstandes R (des Drahtes) nur einen endlich großen Wert annehmen kann.

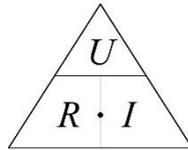
Es gilt das **Ohmsche Gesetz:**

$U = R \cdot I$ (Strom und Spannung sind einander proportional; Proportionalitätsfaktor ist der Widerstand),

oder umgestellt nach I und R :

$I = U / R$ (die Größe des fließenden Stromes ist bei fester Spannung umgekehrt proportional zum (Gesamt-) Widerstand des Stromkreises) und

$R = U / I$ (durch Messen von Strom und Spannung lässt sich der Widerstand ermitteln).



Merkbild („Eselsbrücke“) für das Ohmsche Gesetz, dass alle drei Varianten zusammenfasst.

An einem **Spannungsteiler** (im einfachsten Fall zwei in Reihe geschaltete Widerstände R_1 und R_2 ; vgl. Bild 1a) wird die Gesamtspannung U im Verhältnis der Widerstände aufgeteilt:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

Der durch beide Widerstände fließende Strom ist derselbe: $I = U / (R_1 + R_2)$. Man sagt: Der Strom I führt am Widerstand R_1 zu einem „Spannungsabfall“ von $U_1 = I \cdot R_1$ sowie an R_2 zu einem Spannungsabfall von $U_2 = I \cdot R_2$. Beide Spannungsabfälle addieren sich zur Gesamtspannung U .

Gibt es eine **Verzweigung** im Stromkreis (z.B. zwei parallel geschaltete Widerstände; vgl. Bild 1b), so liegt über beiden Widerständen unabhängig von ihrer Größe die volle Spannung U an, und es fließen die Teilströme $I_1 = U / R_1$ bzw. $I_2 = U / R_2$ welche sich zum Gesamtstrom I addieren.

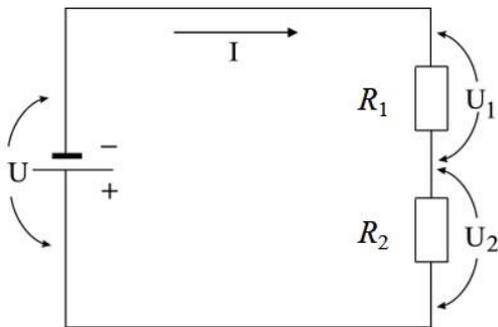


Bild 1a: Spannungsteiler.

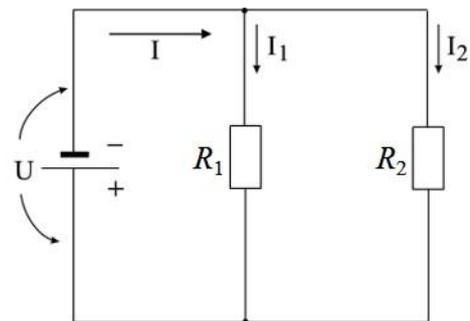


Bild 1b: Verzweigung.

Verallgemeinert finden sich diese Überlegungen in den sogenannten „Kirchhoffschen Regeln“ („Maschensatz“ und „Knotensatz“) wieder (z.B. /7/ oder /11/, siehe Web-Literaturverzeichnis oder Internet).

Bei **Reihenschaltung** von (beliebig vielen) Widerständen addieren sich ihre Widerstandswerte und damit auch die an ihnen abfallenden Spannungen. Der fließende Strom ist überall gleich:

$$U_1 + U_2 + U_3 + \dots = U_{\text{ges}} \qquad I = \text{const.} \qquad R_1 + R_2 + R_3 + \dots = R_{\text{ges.}}$$

Beispiele für Reihenschaltungen sind Lichterketten oder eine Weihnachtsbaumbeleuchtung: die Netzspannung (230 V) wird zwischen z.B. 16 gleichen Lampen aufgeteilt, d.h. die einzelnen Lampen müssen für ca. 15 V ausgelegt sein.

Bei **Parallelschaltung** addieren sich die Ströme, während die Spannung an allen Widerständen dieselbe bleibt:

$$I_1 + I_2 + I_3 + \dots = I_{\text{ges}} \quad U = \text{const.} \quad \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots = \frac{1}{R_{\text{ges}}}$$

Den Gesamtwiderstand kann man durch Addition der reziproken Größen (Leitwerte) errechnen.

Bestes Beispiel für eine Parallelschaltung ist die normale Haushalts-Elektrik: An allen Steckdosen liegt dieselbe Spannung an (230 V). Alle fließenden Ströme werden addiert und im „Stromzähler“ als verbrauchte Energie ($E = P \cdot t$, $P = U \cdot I$) in kWh abgerechnet.

2.2 Vielfachmesser

Spannungsmessgeräte werden üblicherweise als Voltmeter (VM) bezeichnet, Strommessgeräte entsprechend als Amperemeter (AM). In den meisten Fällen sind beide Gerätearten miteinander kombiniert, und man nennt sie Vielfachmesser bzw. Multimeter. Die Messung kann analog oder digital erfolgen. Im Allgemeinen werden digitale Geräte bevorzugt, zum einen, weil sie sich bequemer ablesen lassen, aber z.B. auch wegen des höheren Innenwiderstandes bei Spannungsmessungen (vgl. unten). Analoge Geräte haben aber auch Vorteile, z.B. beim Verfolgen veränderlicher Signale. Außerdem benötigen sie keine Batterie.

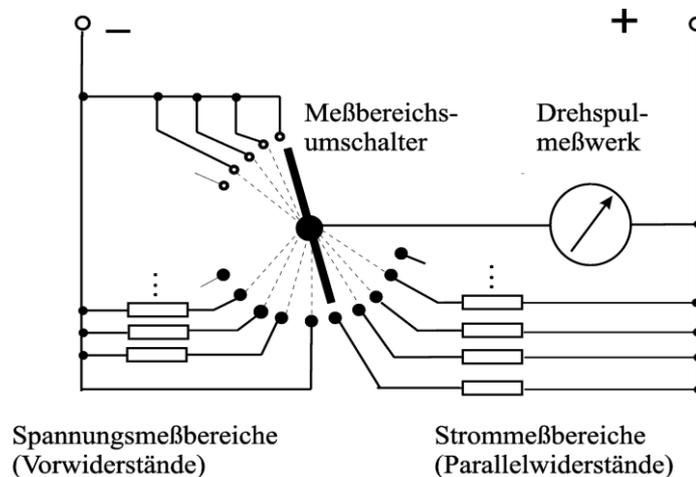


Bild 2: Prinzipschaltbild des Vielfachmessers.

2.2.1 Analog-Multimeter

Analoge Vielfachmesser besitzen ein Drehspulmesswerk. Die Spule, welche von dem zu messenden Strom durchflossen werden soll, befindet sich drehbar gelagert und mit einem Zeiger verbunden im Feld eines Permanentmagneten und wird von einer Rückstellfeder in Nulllage gehalten. Bei Stromfluss wirkt eine Kraft, welche ein Verdrehen der Spule und damit einen Ausschlag des Zeigers auf der Skala zur Folge hat.

Die meisten der im Praktikum verwendeten Vielfachmesser sind so eingerichtet, dass ein Strom von $50 \mu\text{A}$ zum Vollausschlag des Zeigers führt. Da außerdem der Widerstand des Messwerkes auf $2 \text{ k}\Omega$ dimensioniert ist, erreicht man den Vollausschlag auch durch Anlegen

einer Spannung von $U = R \cdot I = 2 \text{ k}\Omega \cdot 50 \text{ }\mu\text{A} = 100 \text{ mV}$. Damit ergibt sich der Grundmessbereich (ohne zusätzliche Widerstände) zu $100 \text{ mV} / 50 \text{ }\mu\text{A}$.

Im Allgemeinen sollen natürlich auch größere Spannungen und Ströme gemessen werden. Dazu ist eine sogenannte **Messbereichserweiterung** erforderlich. Diese wird durch Reihenschaltung (Spannungsmessbereiche) bzw. Parallelschaltung (Strommessbereiche) geeignet dimensionierter Widerstände realisiert (Bild 2). Beispiele dazu finden Sie im Anhang 1.

2.2.2 Digital-Multimeter

Digitale Vielfachmesser besitzen als Grundbaustein einen Analog-Digital-Wandler. Der digitalisierte Spannungswert kann direkt auf einer Flüssigkristallanzeige (LCD = Liquid Crystal Display) abgelesen werden. Zur Messung von Strömen wird der Spannungsabfall an einem eingebauten Messwiderstand genutzt. Die Messbereichserweiterung funktioniert im Prinzip ähnlich wie bei einem analogen Gerät.

2.3 Widerstandsmessung

2.3.1 ... mit zwei Geräten durch gleichzeitiges Messen von Strom und Spannung

Die Widerstandsmessung beruht im Allgemeinen auf dem Ohmschen Gesetz, d.h. auf der (gleichzeitigen) Messung von Strom und Spannung. Es taucht dabei das Problem auf, dass immer nur eine der beiden Größen „richtig“ gemessen werden kann. Die andere wird durch das zweite Messgerät (dessen nicht zu vernachlässigenden Innenwiderstand) mehr oder weniger verfälscht. Kennt man den Innenwiderstand, so kann man den Messwert entsprechend korrigieren. Ansonsten hält man sich an die Regel:

großer Widerstand \rightarrow stromrichtig messen (Bild 3a),

kleiner Widerstand \rightarrow spannungsrichtig messen (Bild 3b).

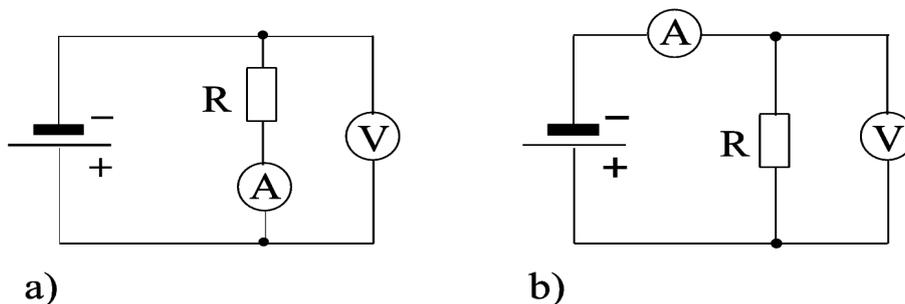


Bild 3: a) stromrichtige Schaltung und b) spannungsrichtige Schaltung.

Im ersten Fall („großer“ Widerstand, d.h. $R \gg R_{AM}$) verursacht der Strommesser keinen nennenswerten Spannungsabfall im Stromkreis. Damit unterscheidet sich die Spannung an R kaum von der über $R + R_{AM}$ und ist auch (das sieht man in Bild 3a) dieselbe, wie an den Klemmen des Stromversorgungsgerätes, was letztlich bedeutet, dass man U und I auch nacheinander messen könnte. Ein wie in Bild 3b parallel zu R geschaltetes Voltmeter mit zu geringem Innenwiderstand wäre dagegen kontraproduktiv, weil es einen zusätzlichen Stromfluss verursacht.

Ist R „klein“ bzw. weiß man nicht viel über R und kennt evtl. auch den Innenwiderstand des Amperemeters nicht und besitzt außerdem ein hochohmiges Spannungsmessgerät (Röhrenvoltmeter, Oszilloskop,.....), dann sollte man auf jeden Fall die Spannung direkt an R messen (spannungsrichtig, Bild 3b), um einer Beeinflussung durch das Amperemeter von vorneherein aus dem Weg zu gehen.

In unserem Versuch liegen R_x im Bereich von 100 bis 500 Ω und R_{VM} (analog) im Bereich von 60 bis 200 k Ω . Letzteres ist fast 1000-fach größer und kann somit als hinreichend hochohmig betrachtet werden. Mit einem Digitalmultimeter ist man fast immer im hochohmigen Bereich ($R_{VM} \approx 10 \text{ M}\Omega!$), d.h. gleichzeitiges Messen von U und I mit Schaltung 3b ist die Methode der Wahl!

2.3.2 ... mit einem Multimeter im Widerstands-Messbereich

Diese Messung folgt demselben Prinzip mit dem Unterschied, dass eine im Gerät integrierte stabilisierte Konstant-Stromquelle einen vorgegebenen Strom liefert. Damit ist die am Messobjekt abfallende Spannung proportional zu dessen Widerstand und an einer entsprechend geeichten Skala kann direkt der Wert in Ohm abgelesen werden. Analoggeräte müssen für diesen Zweck mit einer Batterie ausgerüstet werden, bei digitalen Multimetern fallen die Widerstandsmessbereiche quasi nebenbei mit ab.

2.3.3 ... mit einer Wheatstoneschen Brücke

Eine Wheatstonesche Brücke besteht aus vier Widerständen, die entsprechend Bild 4 miteinander verbunden sind.

Zwischen den Punkten A und B liegt die Brückenspannung, zwischen C und D ist ein Messinstrument geschaltet. Durch geeignete Wahl der Widerstandswerte R_1 , R_2 , R_x und R_N kann erreicht werden, dass die Punkte C und D auf gleichem Potential liegen und damit durch das Instrument kein Strom fließt. Die Brücke ist dann abgeglichen. Die Abgleichbedingung lautet:

$$\frac{R_x}{R_N} = \frac{R_1}{R_2} \quad \text{daraus folgt} \quad R_x = R_N \cdot \frac{R_1}{R_2} \quad (1).$$

Ein unbekannter Widerstand R_x lässt sich also aus dem (veränderlichen) Vergleichswiderstand R_N und dem Verhältnis R_1/R_2 zweier bekannter Festwiderstände über Gl.(1) ermitteln. Lesen Sie dazu auch z.B. /1/ Abschnitt E 1.2!

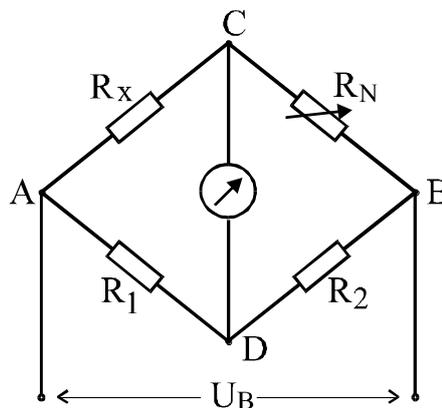


Bild 4: Wheatstonesche Brücke.

2.4 Nichtlineare Widerstände

Nach dem Ohmschen Gesetz ist der Zusammenhang zwischen Spannung U und Stromstärke I linear. Es gibt aber auch Beispiele für nichtlineare Bauelemente, z.B. den Varistor, dessen Widerstand von der Größe der angelegten Spannung abhängt oder den sogenannten Heiß-

leiter, ein Halbleiterbauelement, dessen Widerstand mit steigender Temperatur (aufgrund Zunahme der Zahl von Ladungsträgern) sinkt. Auch die allseits bekannte Glühlampe besitzt keine lineare Strom-Spannungs-Kennlinie, da hier der Widerstand mit zunehmender Helligkeit (Temperatur des Glühfadens) steigt.

3. Versuchsdurchführung

3.1 Reihen- und Parallelschaltung von Widerständen

Schalten Sie zwei Widerstände ($100\ \Omega$, $200\ \Omega$) in Reihe, und stellen Sie eine Spannung von ca. $10\ \text{V}$ ein. Messen Sie die Gesamtspannung und die beiden Teilspannungen, und überprüfen Sie die Gültigkeit der Spannungsteilerregel. Die Messung sollte der Einfachheit wegen mit dem Digital-Multimeter durchgeführt werden. Eine „Fehlerrechnung“ ist nicht erforderlich.

Schalten Sie die beiden Widerstände und eine Glühlampe als „Stromverbraucher“ parallel ($U \approx 10\ \text{V}$), und messen Sie den Gesamtstrom! Ermitteln Sie die Einzelströme, indem Sie jeweils die anderen Verbraucher entfernen! Stimmen die Stromstärkewerte mit der Erwartung überein?

3.2 Messung eines unbekanntes Widerstandes

Vor Beginn dieser Messung ist durch den Assistenten die Strombegrenzung am Netzgerät in geeigneter Weise einzustellen (vgl. Anhang 3).

3.2.1 ... mit Analog- bzw. Digital-Multimeter

Bestimmen Sie einen unbekanntes Widerstand R_X durch gleichzeitige Strom- und Spannungsmessung mit Analog-Multimetern. Nutzen Sie dazu die Schaltung 3b (spannungsrichtig). Wiederholen Sie die Messung ca. 5 mal, indem Sie U und I leicht variieren (am besten auf „krumme“ Werte einstellen) und dabei aber immer in der oberen Hälfte bzw. im oberen Drittel des Anzeigebereiches bleiben. Bilden Sie von den so erhaltenen Ergebnissen den Mittelwert und vergleichen Sie dessen Streuung mit der abgeschätzten Messgenauigkeit (Größtfehler ΔR ermittelt aus ΔU und ΔI , vgl. Abschnitt 3.2.3). Danach sollten die beiden Multimeter vertauscht und die gleiche Messreihe noch einmal durchgeführt werden, um mögliche Gerätefehler zu erkennen.

Hinweis: Beachten Sie die unterschiedlichen Skalen für Gleichstrom (schwarz) und Wechselstrom (rot) bei den Strommessungen sowie bei Spannungsmessungen für 1er-Messbereiche ($1\ \text{V}$, $10\ \text{V}$, $100\ \text{V}$, ...) und 3er-Messbereiche ($3\ \text{V}$, $30\ \text{V}$, $300\ \text{V}$). Für Messungen im Bereich $100\ \text{mV} / 50\ \mu\text{A}$ ist der Anschluss $\mathbf{V}\ \mathbf{\Omega}$ (nicht mA) zu benutzen.

Messen Sie R_X außerdem mit einem batteriebetriebenen Digital-Multimeter im geeigneten Widerstandsmessbereich. Die Genauigkeit können Sie dem ausliegenden Datenblatt entnehmen. Wenn die Möglichkeit besteht, wiederholen Sie auch hier die Messung mit unterschiedlichen Geräten und bilden ggf. einen Mittelwert.

3.2.2 ... mit einer Wheatstone-Brücke

Bauen Sie eine Wheatstonesche Brückenschaltung auf. Als Widerstandsnormal R_N dient eine Dekadenreihe. Die Spannung am Stromversorgungsgerät darf von $U = 0$ beginnend nur vorsichtig erhöht werden (um das empfindliche Messwerk nicht zu beschädigen). In der Nähe des Abgleichs kann man ihren Wert dann bis auf ca. 10 V vergrößern.

Da durch den vorhandenen Spannungsteiler das Verhältnis $R_1 : R_2$ auf 1 : 1 festgelegt ist, ergibt sich aus Gl.(1) vereinfachend $R_X = R_N$!

Vergleichen Sie die Ergebnisse für R_X und die jeweilige Messgenauigkeit für alle drei Methoden.

3.2.3 Messgenauigkeit

Bei Zeigerinstrumenten interessiert in erster Linie die Ablesegenauigkeit der Skala. Bei den im Praktikum verwendeten Geräten liegen die Skalenteilstriche relativ weit auseinander. Es muss daher interpoliert werden. Eine Schätzung auf Zehntel-Skalenteile ist (zumindest in den Spannungsmessbereichen) problemlos möglich und sollte daher als Genauigkeit angestrebt werden. Die vom Hersteller angegebenen Gerätetoleranzen sind mit Vorsicht zu genießen. Es wird empfohlen, diese zunächst außer acht zu lassen und nur im Falle größerer Abweichungen des Ergebnisses (z.B. vom Wert, der mit der Wheatstone-Brücke erzielt wurde) zu diskutieren (vgl. auch Anhang 2).

Bei Digital-Multimetern kann die Genauigkeitsangabe aus der Bedienungsanleitung entnommen werden. Diese setzt sich zusammen aus einem Anteil von z.B. $\pm 0.5\%$ vom Anzeigewert und dazu ± 1 oder 2 Digits (letzte Anzeigestelle). Auch diese Fehlerangaben sind eher als Maximalwerte zu betrachten.

Die Faktoren, welche bei der Brückenschaltung die Genauigkeit bestimmen sind:

- Güte des Nullabgleichs (Gerät o.k., keine Schwankungen, genaues Hinschauen),
- Einstellmöglichkeit und absolute Genauigkeit des Widerstandsnormal R_N und
- Richtigkeit des Teilverhältnisses $R_1 : R_2$.

Fragen Sie dazu den betreuenden Assistenten!

Um von den abgeschätzten Genauigkeiten ΔU und ΔI (bei der ersten Methode) auf die Genauigkeit des Ergebnisses ΔR schließen zu können, bietet sich im vorliegenden Fall die Addition der relativen Fehler an (gilt für reine Produkte und Quotienten), d.h.

$$\text{aus } R = \frac{U}{I} \quad \text{folgt} \quad \frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta I}{I}.$$

Da dem abgeschätzten Größtfehler ΔR und der Streuung der Ergebnisse um einen Mittelwert (vgl. 3.2.1) jeweils derselbe Sachverhalt zugrunde liegt (begrenzte Messgenauigkeit), müssten beide Werte etwa in derselben Größenordnung liegen. Ist das so?

3.3 I – U – Kennlinie einer Glühlampe

Messen Sie für verschiedene Helligkeiten jeweils die angelegte Spannung (U im Bereich von 0 bis max. 10 V) und die zugehörige Stromstärke, und berechnen Sie daraus den Lampenwiderstand R_L und die aufgenommene Leistung P_L !

Stellen Sie die Abhängigkeit I von U grafisch dar (U - I -Kennlinie)!

Messen Sie den Widerstand des Glühfadens auch im kalten Zustand, und vergleichen Sie diesen Wert mit dem bei maximaler Spannung. Woraus resultiert der Unterschied?

Berechnen Sie den Energieverbrauch, wenn die Lampe bei größter Helligkeit ($U \approx 10 \text{ V}$) ein Jahr lang ununterbrochen leuchtet!

3.4 Hinweise zur Zusatzaufgabe entnehmen Sie bitte dem Anhang 4.

Anhang

Anhang 1: Beispiele für Messbereichserweiterungen

Beispiel 1 (Spannungsmessung): Gewünschter Messbereich 1V (Vollausschlag)

Es wird ein Widerstand von $18 \text{ k}\Omega$ in Reihe mit der Spule vom Messwerk ($2 \text{ k}\Omega$) geschaltet; dies entspricht einem Spannungsteiler 9:1, d.h. bei 1V angelegter Spannung fallen $0,9 \text{ V}$ am Widerstand ab und $0,1 \text{ V} = 100 \text{ mV}$ an der Spule (= Vollausschlag).

Analog muss z.B. im Bereich 10 V ein Vorwiderstand von $198 \text{ k}\Omega$ verwendet werden (Spannungsteiler 99:1). Je höher die zu messende Spannung, desto größer der in Reihe geschaltete Widerstand.

Beispiel 2 (Strommessung): Gewünschter Messbereich 1 mA (Vollausschlag)

Es wird ein Widerstand von $105,3 \Omega$ parallel zur Spule vom Messwerk ($2 \text{ k}\Omega$) geschaltet; dies entspricht einer Stromaufteilung $105,3 \Omega : 2 \text{ k}\Omega = 1 : 19$, d.h. von 1 mA fließen $0,95 \text{ mA}$ über den Parallelwiderstand und $0,05 \text{ mA} = 50 \mu\text{A}$ durch die Spule (= Vollausschlag).

Je mehr Strom fließt, desto kleiner muss der Parallelwiderstand sein!

Aus den eben gemachten Ausführungen ergibt sich, dass ein Volt- bzw. Amperemeter einen sogenannten Innenwiderstand besitzt, der sich mit der Wahl des Messbereiches ändert. Im Grundmessbereich $100 \text{ mV} / 50 \mu\text{A}$ beträgt er $2 \text{ k}\Omega$, in unserem ersten Beispiel (Voltmeter, Messbereich 1V) ist $R_{\text{VM}} = 18 \text{ k}\Omega + 2 \text{ k}\Omega = 20 \text{ k}\Omega$, im zweiten Beispiel (Amperemeter, Messbereich 1 mA) beträgt R_{AM} ca. 100Ω . Liegen ungünstige Verhältnisse vor, so kann der Innenwiderstand des Messgerätes zu einer systematischen Verfälschung des Ergebnisses führen. Generell gilt: bei einer Spannungsmessung soll der Innenwiderstand des Messgerätes möglichst groß sein, bei der Strommessung möglichst klein ($R_{\text{VM}} = \infty$ bzw. $R_{\text{AM}} = 0$, was aber beides nicht möglich ist, weil sonst durch die Spule kein messbarer Strom fließt).

Anhang 2: Abschätzung der Messgenauigkeit beim Analog-Multimeter

Auf dem Skalenfeld der analogen Vielfachmesser sind die wichtigsten Eigenschaften durch Symbole angegeben: Messwerkart (meist Drehspulinstrument), Betriebslage, Prüfspannung, ... und die Güteklasse in % (meist 1.5 für Gleichstrom und 2.5 für Wechselstrom). Die Güteklasse gibt die Messgerätestoleranz an, und zwar in Prozent vom Endwert des jeweils eingestellten Messbereiches. Dieser Wert und (hinzuaddiert) die Ablesegenauigkeit der Skala ergeben zusammen den absoluten Fehler ΔU bzw. ΔI des Messwertes.

Beispiel für eine Spannungsmessung:

Gleichspannungsmessbereich 3 V ; Güteklasse 1.5 ; 1 Skalenteilstrich (Skt.) = 0,1 V
 abgelesener Wert: $U = 2,63 \text{ V}$

$$\text{Messgerädetoleranz:} \quad \pm 1,5 \% \text{ von } 3 \text{ V} \quad \rightarrow \quad \Delta U^{(1)} = \pm 0,045 \text{ V}$$

$$\text{Ablesegenauigkeit:} \quad \pm \text{ein Zehntel Skt.} \quad \rightarrow \quad \Delta U^{(2)} = \pm 0,01 \text{ V}$$

$$\text{absoluter Fehler des Messwertes:} \quad \Delta U = \Delta U^{(1)} + \Delta U^{(2)} = 0,055 \text{ V} \approx 0,06 \text{ V}$$

$$\text{Ergebnis:} \quad U = (2,63 \pm 0,06) \text{ V}$$

$$\text{relativer Fehler:} \quad \Delta U / U = 0,06 / 2,63 = 0,023 \text{ (2,3 \%)}$$

Eine Bemerkung zur Güteklasse: Mit der Güteklasse 1.5 wird vom Hersteller ein sehr großzügig bemessener Toleranzbereich vorgegeben. Die im Versuch eingesetzten Analog-Multimetern erweisen sich bei Kontrollmessungen als wesentlich genauer. Es ist realistischer, den Gerätefehler (anstatt 1,5%) mit z.B. 0.5% vom Skalenendwert anzusetzen.

Beachten Sie, dass der Messfehler davon abhängt, in welchem Teil der Skala abgelesen wird. Misst man kleinere Werte ohne den Messbereich zu verändern, so ist zwar der absolute Fehler ΔU derselbe (gleicher Skalenendwert, gleiche Skalenteilung), aber der relative Fehler $\Delta U/U$ wird deutlich größer und damit die Messung ungenauer.

Beispiel $U = 0,86 \text{ V}$ (Messbereich 3V):

$$\Delta U = \pm 0,06 \text{ V} \rightarrow \Delta U / U = 0,070 \text{ (7,0 \%)} !$$

Eine Verbesserung ergibt sich in diesem Fall durch Umschalten auf den nächst niedrigeren Messbereich (Skalenendwert 1 V, 1 Skt. = 0,02 V):

$$\Delta U^{(1)} \text{ ist dann } \pm 1,5 \% \text{ von } 1 \text{ V} = \pm 0,015 \text{ V}$$

$$\Delta U^{(2)} \text{ ist dann } \pm 0,004 \text{ V (geschätzte Genauigkeit: } \pm \text{zwei Zehntel Skt.)}$$

Daraus folgt: $\Delta U = 0,019 \text{ V} \approx 0,02 \text{ V}$ und $\Delta U / U$ liegt wieder bei $0,02 / 0,86 = 2,3 \%$.

Merkregel: Der Messbereich sollte immer so gewählt werden, dass in der oberen Hälfte (noch besser: im oberen Drittel) der Skala abgelesen werden kann.

Anhang 3: Einstellung der Strombegrenzung am Netzgerät

Unbedingt zu beachten: Die hier im Praktikum verwendeten Labor-Netzgeräte können einen Strom von mehreren Ampere liefern. Da dieser hohe Strom für die Funktion der Messaufgaben nicht gebraucht wird, aber bei Fehlbesaltung des experimentellen Aufbaus zur Zerstörung des Analog-Multimeters führen kann, sollte der Ausgangsstrom auf ca. 0,5A begrenzt werden.

Bei diesen Geräten ist deshalb wie folgt vorzugehen:

- Anschlussklemmen bei ausgeschaltetem Gerät kurzschließen. (Hier ist dies zulässig, da das Gerät kurzschlussgeschützt ist.)
- Einschalten und rechten Stellknopf für die Strombegrenzung auf 0,5 A einstellen.
- Ausschalten und Kurzschluss entfernen.

Nun kann die Schaltung angeschlossen werden. Die Ausgangsspannung wird jetzt mit dem linken Stellknopf eingestellt, sollte aber bei allen Messaufgaben 10V nicht überschreiten! Der Stellknopf für die Strombegrenzung darf natürlich nicht mehr verändert werden.

Anhang 4: Hinweise zur Zusatzaufgabe

Reale Spannungsquellen besitzen einen **Innenwiderstand** R_i , der im Falle eines Stromflusses zu einem Spannungsabfall und damit zu einer Verringerung der für den Verbraucher zur Verfügung stehenden Spannung führt (Bild 5). Nur wenn kein Strom fließt (äußerer Widerstand unendlich, kein Verbraucher angeschlossen), liegt die volle **Leerlaufspannung** U_0 an. Sobald ein äußerer Verbraucher (Lastwiderstand R_L) angeschlossen ist, wird die Spannung im Verhältnis R_i/R_L geteilt, und am Ausgang der Spannungsquelle misst man nur noch die Klemmenspannung U , deren Wert sich aus der Spannungsteilerregel ergibt:

$$\frac{U}{U_0} = \frac{R_L}{R_i + R_L} \quad (2).$$

Ist der äußere Widerstand gleich Null (Kurzschluss), so befindet sich nur noch der Innenwiderstand im Stromkreis, und es fließt der **Kurzschlussstrom** I_K :

$$I_K = \frac{U_0}{R_i} \quad (3).$$

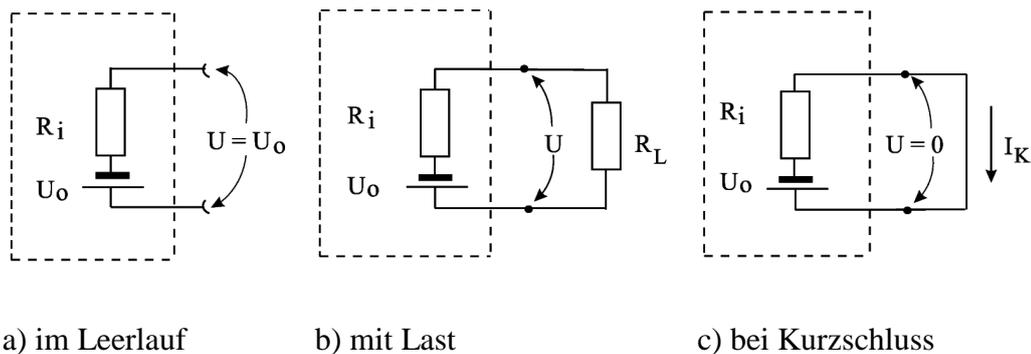


Bild 5: Spannungsquelle.

Es ist eine grundlegende Aussage der Elektrotechnik, dass eine beliebige Spannungsquelle (verallgemeinert: ein „aktiver Zweipol“) unabhängig von ihrer tatsächlichen internen Beschaltung immer durch zwei der drei Größen: Leerlaufspannung, Innenwiderstand und Kurzschlussstrom eindeutig charakterisiert ist und damit im **Ersatzschaltbild** z.B. durch eine ideale Quelle U_0 mit in Reihe geschaltetem R_i dargestellt werden kann.

Die Leerlaufspannung und der Kurzschlussstrom lassen sich nicht direkt messen. Sobald Sie ein Messgerät an eine Spannungsquelle anschließen, befindet sich dieses nicht mehr im Leerlauf! Durch das Gerät fließt ein Strom, d.h. der Innenwiderstand des Messgerätes stellt einen Lastwiderstand (Bild 5b) dar. Damit ist die vom Messgerät angezeigte Spannung U kleiner als die tatsächliche Leerlaufspannung U_0 . Die Größe der Abweichung hängt vom Verhältnis der Innenwiderstände ab: dem des Messgerätes zu dem der Spannungsquelle (entspricht R_L

zu R_i in Gl.2). Günstig ist immer ein hochohmiges Voltmeter an einer niederohmigen Quelle, wie es z.B. beim Messen der Netzspannung aus der Steckdose ($\sim 230\text{V}$, R_i sehr klein) mit einem üblichen Multimeter (Messbereich 250V , R_{VM} sehr groß) der Fall wäre, wo praktisch keine Verfälschung nachweisbar ist. In ungünstigen Fällen (R_{VM} und R_i in derselben Größenordnung) kann diese Verfälschung aber beachtlich sein.

Das Problem ist im Übrigen nicht auf ausgesprochene „Spannungsquellen“ beschränkt, sondern betrifft jede Spannungsmessung an irgendeiner Stelle in einer elektrischen Schaltung. Es gilt natürlich analog auch für die Messung von Strömen, wo der zu große Widerstand des Amperemeters ($R_{AM} \neq 0$) zur Fehlmessung führt. Man kann sogar noch weiter verallgemeinern: Es ist ein grundsätzliches Problem der Messtechnik, den Einfluss des Messgerätes auf die zu messende Größe zu beachten, zu minimieren oder ggf. zu korrigieren.

Eine Möglichkeit der Korrektur besteht darin, die Störgröße (in diesem Fall den Widerstand) systematisch zu verändern, den Messwert (U bzw. I) in Abhängigkeit von der Störgröße zu bestimmen und dann in geeigneter Weise auf den ungestörten Fall zu extrapolieren. Diese Methode zur Korrektur systematischer Fehler durch *Extrapolieren* ist von prinzipieller Wichtigkeit und nicht auf das hier vorliegende Messproblem beschränkt (vgl. dazu Internet: „Protokolle/Hinweise zum Extrapolieren“).

Bestimmung der Leerlaufspannung einer Spannungsquelle

Um den Effekt (Verfälschung der Messung aufgrund des nicht unendlich großen Widerstandes des Voltmeters) deutlich zu machen, wird im Versuch der ungünstigste Fall simuliert und die Messung an einer hochohmigen Quelle (Q1) durchgeführt.

Schließen Sie das Voltmeter an Q1 an, verwenden Sie den Messbereich 3V und stellen Sie Vollausschlag ein! Verringern Sie nun stufenweise den Lastwiderstand durch Parallelschaltung von Dekadenwiderständen (parallel zu R_{VM} , Bild 6a) in ca. fünf Stufen bei $R_p = \infty$ (d.h. R_p nicht angeschlossen) beginnend.

Notieren Sie jeweils die vom Voltmeter angezeigte Klemmenspannung U . Zur Auswertung stellen Sie $1/U$ über $1/R_L$ grafisch dar ($1/R_L = 1/R_{VM} + 1/R_p$). Verlängern Sie die dabei entstehende Gerade, bis sie die Ordinatenachse schneidet (Abszissenwert $1/R_L = 0$ entspricht einem idealen Voltmeter mit $R_{VM} = \infty$). Der Schnittpunkt ist gleich $1/U_0$!

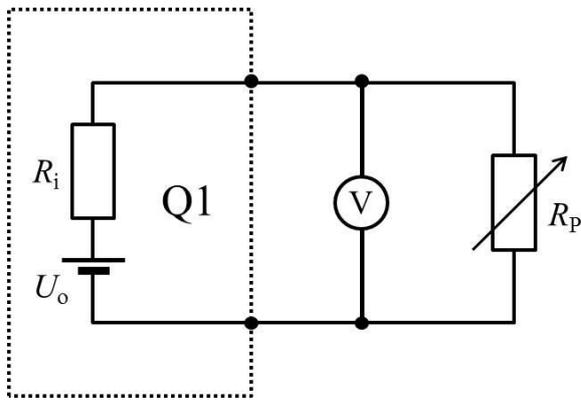
Bestimmung des Kurzschlussstromes

Die Messung und Auswertung verläuft analog zur Leerlaufspannung. **Achtung: Bevor Sie die Schaltung umbauen, bitte die Spannungsquelle auf Null oder ausschalten!!**

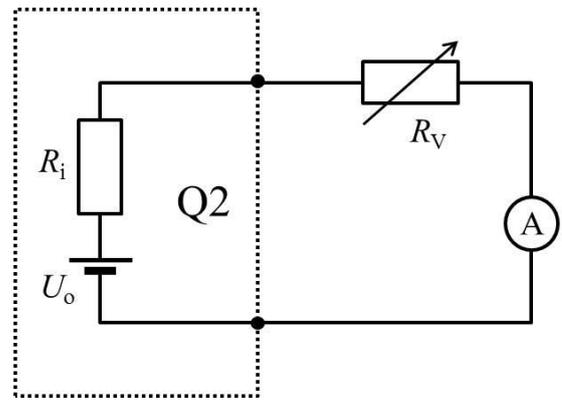
Das Amperemeter wird an eine niederohmige Quelle (Q2) angeschlossen (Messbereich 5mA , Maximalausschlag), der Lastwiderstand durch Reihenschaltung von Dekadenwiderständen (Bild 6b) stufenweise (Beginn bei $R_V = 0$) erhöht und der jeweilige Strom I notiert.

Stellen Sie $1/I$ in Abhängigkeit von R_L ($R_L = R_{AM} + R_V$) grafisch dar und extrapolieren Sie auf $R_L = 0$. Der Achsenschnittpunkt ist $1/I_K$.

Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse für U_0 und I_K mit den ursprünglich (ohne Parallel- bzw. Vorwiderstände) von den Messgeräten angezeigten Werten!



a) der Klemmspannung



b) des Stromes

Bild 6: Messung der Lastabhängigkeit.