Messen,
Messabweichungen,
Messungenauigkeiten,
Messfehler

…. Fehlerrechnung

…. Wie exakt (glaubwürdig) ist meine Messung?

1. Ablesen von Messwerten

- Jede Messung hat eine Ungenauigkeit

Winkelmessungen

Zeitmessungen

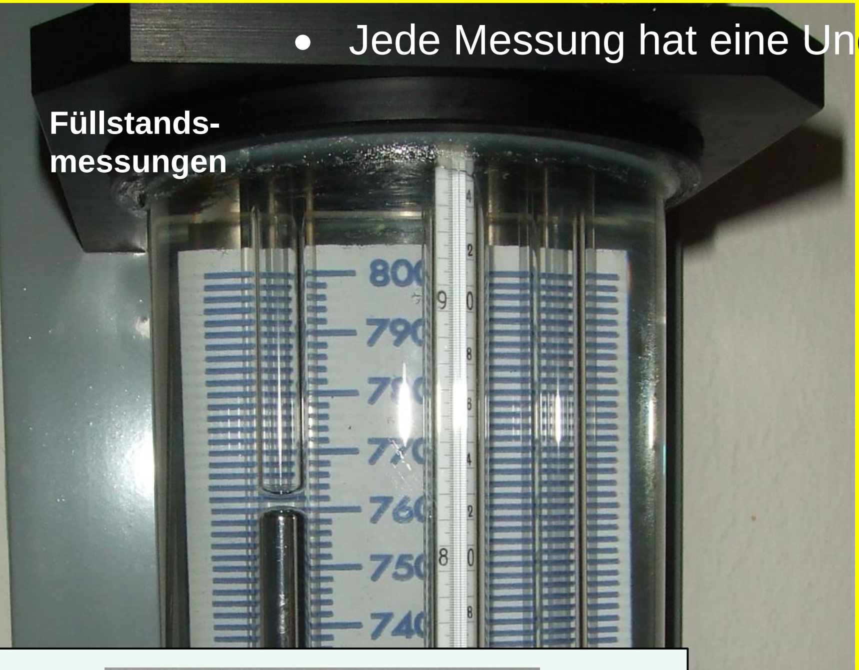
Längenmessungen

Strom-, Spannung- & Widerstands-messung

1. Ablesen von Messwerten

- Jede Messung hat eine Ungenauigkeit

Füllstands-messungen



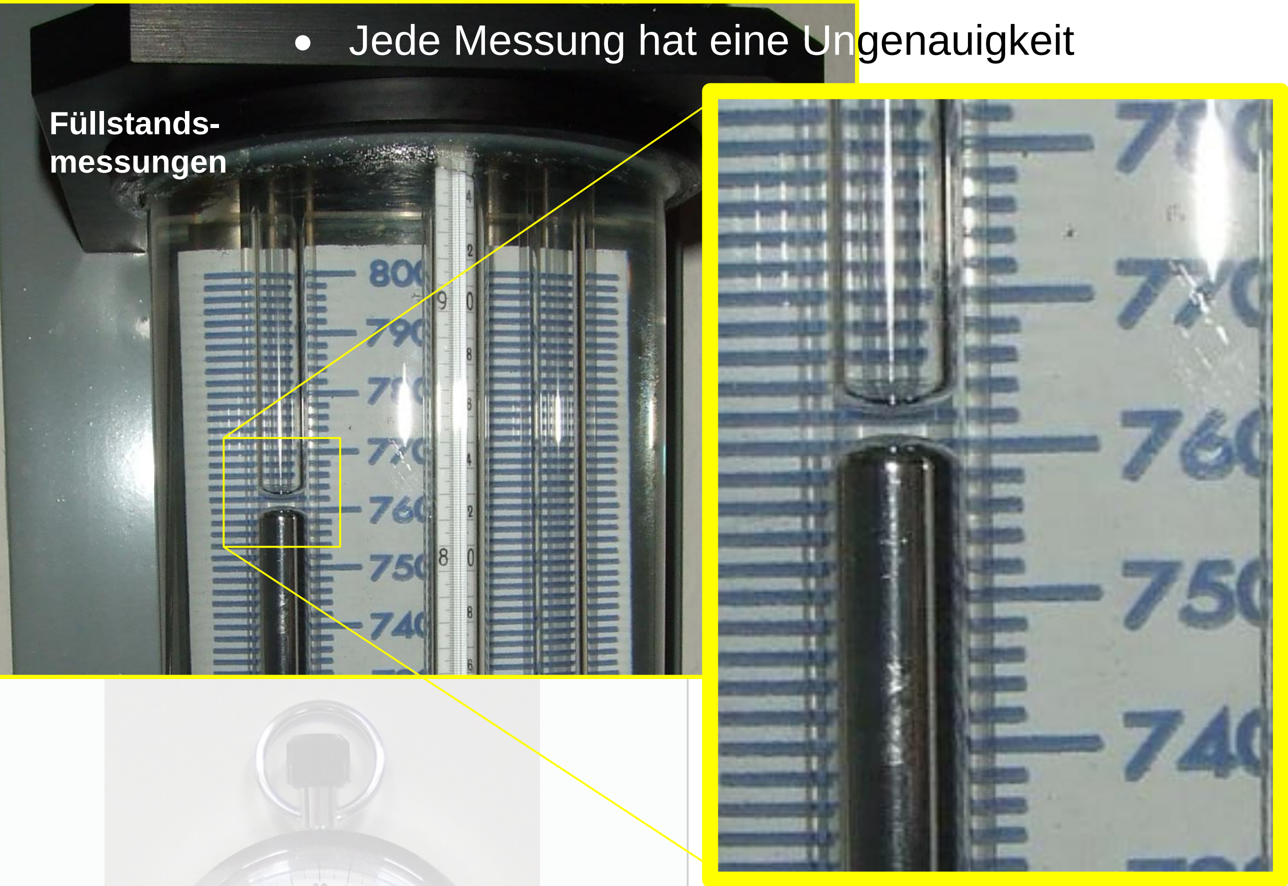
Längenmessungen

Zeitmessungen

Strom-, Spannung- & Widerstands-messung

1. Ablesen von Messwerten

- Jede Messung hat eine Ungenauigkeit



Strom-, Spannung- & Widerstands-
messung

1. Ablesen von Messwerten

**Ist eine digitale Anzeige genauer
als eine analoge?**

Zeitmessungen

Strom-, Spannung- & Widerstands-messung

1. Ablesen von Messwerten

- Jede Messung hat eine Ungenauigkeit

Fehlerarten

- zufällige Fehler

- systematische Fehler

- grobe Fehler

1. Ablesen von Messwerten

- Jede Messung hat eine Ungenauigkeit

<u>Im Grundpraktikum:</u>

- zufällige Fehler

- systematische Fehler

1. Ablesen von Messwerten

- Jede Messung hat eine Ungenauigkeit

Zufällige Fehler

z.B.: - Skalenablesung
- Schwankungen einer Anzeige
- bei statistischen Größen

u.ä.

1. Ablesen von Messwerten

- Jede Messung hat eine Ungenauigkeit

Zufällige Fehler

z.B.: - Skalenablesung
- Schwankungen einer Anzeige
- bei statistischen Größen

u.ä.

- bei Wiederholung – Streuung der Messwerte (±) um richtigen Wert
  $\Rightarrow$ schwanken nach Betrag und Vorzeichen
- nicht vermeidbar
- Abschätzung $X \pm \Delta X$

1. Ablesen von Messwerten

- Jede Messung hat eine Ungenauigkeit

Systematische Fehler

z.B.: - Experimentator arbeitet systematisch falsch (schräger Blick)
- Messgerät fehlerhaft geeicht
- Messmethode unvollkommen

(Wärmeabgabe an Umgebung, Innenwiderstand, Reibung, Auftrieb, u.ä.)

- einseitig im Vorzeichen und Betrag gerichtete Abweichung
- Problem: schwer erkennbar !
- wenn erkannt $\Rightarrow$ dann korrigierbar

(sollte man auch tun!)

1. Ablesen von Messwerten

- Jede Messung hat eine Ungenauigkeit

Systematische Fehler

Beispiel

Ablesen obere Skale:
47.7±0.2 Skalenteile
(Schätzwert des
Experimentators)

1. Ablesen von Messwerten

- Jede Messung hat eine Ungenauigkeit

Systematische Fehler

z.B.: - Experimentator arbeitet systematisch falsch (schräger Blick)
- Messgerät fehlerhaft geeicht
- Messmethode unvollkommen

(Wärmeabgabe an Umgebung, Innenwiderstand, Reibung, Auftrieb, u.ä.)

- einseitig im Vorzeichen und Betrag gerichtete Abweichung
- Problem: schwer erkennbar !
- wenn erkannt $\Rightarrow$ dann korrigierbar
  (sollte man auch tun!)

1. Ablesen von Messwerten

- Jede Messung hat eine Ungenauigkeit

Darstellung der Fehlerangabe

entweder als:

absoluter Fehler $(X \pm \Delta X)$ **Einheit**

Angabe mit gleicher Maßeinheit wie Messwert

Beispiel: $\underline{\underline{(72{,}6 \pm 0.1)\ \text{cm}}}$

oder als:

relativer Fehler $\dfrac{\Delta X}{X}$

ohne Einheit, üblicherweise in Prozent

Beispiel: $\dfrac{0{,}1}{72{,}6} = 0.0014 = 0.14\%$

$\underline{\underline{72{,}6\ \text{cm} \pm 0.14\ \%}}$

1. Ablesen von Messwerten

Wiederholungsmessungen *(> 10 Messungen)* – *Statistik*

Zur genauen Bestimmung einer Messgröße X wird eine Messung mehrfach wiederholt:

$\Rightarrow$ Messwerte X_i mit $i = 1 \ldots n$ = Stichprobe

$\Rightarrow$ Bestimmung:

- empirischer Mittelwert $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i$
  = arithmetisches Mittel

- empirische Standardabweichung $S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2}$

- empirische Varianz = korrigierte Stichprobenvarianz S^2

Ergebnis: $X \pm \Delta X = X \pm \left(t \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \right)$ [Siehe Versuch 303]

2. Signifikante Stellen

Beispiel: Geschwindigkeitsmessung aus Weg und Zeit

L = 72,6 cm, t = 13.3 s $\longrightarrow$ v = $\dfrac{L}{t}$

2. Signifikante Stellen

Beispiel: Geschwindigkeitsmessung aus Weg und Zeit

L = 72,6 cm, t = 13.3 s $\longrightarrow$ $v = \dfrac{L}{t}$ = 0.054 586 466 ... m/s

$\Rightarrow$ *Messabweichungen:* ΔL = 1 mm, Δt = 0,1 s

L = (72,6 ± 0,1) cm, t = (13,3 ± 0,1) s

2. Signifikante Stellen

Beispiel: Geschwindigkeitsmessung aus Weg und Zeit

L = 72,6 cm, t = 13.3 s $\longrightarrow$ $v = \dfrac{L}{t}$ = 0.054 586 466 ... m/s

$\Rightarrow$ *Messabweichungen:* ΔL = 1 mm, Δt = 0,1 s

L = (72,6 ± 0,1) cm, t = (13,3 ± 0,1) s

$v_{max} = \dfrac{72{,}7}{13{,}2}$ cm/s = **0.05**5 075 757 58.. m/s

$v_{min} = \dfrac{72{,}5}{13{,}4}$ cm/s = **0.05**4 104 477 61.. m/s

$\Delta v = \frac{1}{2}(v_{max} - v_{min}) \cong$ 0.000 485 639 982 5.. m/s

$v_{Mitte} = \frac{1}{2}(v_{max} + v_{min})$ = 0.054 591 03 .. m/s

2. Signifikante Stellen

Beispiel: Geschwindigkeitsmessung aus Weg und Zeit

L = 72,6 cm, t = 13.3 s $\longrightarrow$ $v = \frac{L}{t}$ = 0.054 586 466 ... m/s

$\Rightarrow$ *Messabweichungen:* ΔL = 1 mm, Δt = 0,1 s

L = (72,6 ± 0,1) cm, t = (13,3 ± 0,1) s

$v_{max} = \frac{72,7}{13,2}$ cm/s = **0.055**5 075 757 58.. m/s

$v_{min} = \frac{72,5}{13,4}$ cm/s = **0.054**4 104 477 61.. m/s

$\Delta v = \frac{1}{2}(v_{max} - v_{min}) \cong$ 0.000 485 639 982 5.. m/s

Formales Ergebnis: $v = (v_{Mitte} \pm \Delta v)$ m/s

v = (0.054 590 117.. ± 0.000 485 64..) m/s

Wie viele Stellen darf das Ergebnis haben?

2. Signifikante Stellen

Formales Ergebnis: $v = (v_{Mitte} \pm \Delta v)$ m/s

$v = (\,0.054\,590\,117.. \pm 0.000\,485\,64..\,)$ m/s

Wie viele Stellen darf das Ergebnis haben?

Darstellung der Ergebnisse und Fehlerangaben:

nach DIN-Vorschrift 1333:

Beachtung der signifikanten Stellen für Fehlerangaben!

Signifikante Stellen einer Zahl = *„angegebene Ziffern ohne führende Nullen“*

Erlaubt:

Ein oder zwei signifikante Stellen der Messfehlerangabe!

2. Signifikante Stellen

Signifikante Stellen einer Zahl = *„angegebene Ziffern ohne führende Nullen“*

Was ist das?

Eine signifikante Stelle wäre:

Beispiele

± 3
± 0.004
± 9000
± 0.06
± $2 \cdot 10^3$

Zwei signifikante Stellen wären:

Beispiele

± 3,4
± 0,0042
± 8700
± 0,058
± $2{,}3 \cdot 10^3$

… sind nicht die Stellen nach dem Komma!

2. Signifikante Stellen

Signifikante Stellen einer Zahl = *„angegebene Ziffern ohne führende Nullen“*

Was ist das?

Beispiele:

Richtig:

$V = (103{,}26 \pm 0{,}02)\ m^3$

Eine signifikante Stelle!

Falsch:

$V = (103{,}26 \pm 1{,}07)\ m^3$

Drei signifikante Stellen!

… sind nicht die Stellen nach dem Komma!

2. Signifikante Stellen

Signifikante Stellen einer Zahl = *„angegebene Ziffern ohne führende Nullen“*

Was ist das?

Beispiele:

Richtig:

$V = (103{,}26 \pm 0{,}02)\ m^3$

Eine signifikante Stelle!

Wäre richtig:

$V = (103 \pm 1)\ m^3$

Eine signifikante Stelle!

Der Ergebniswert
darf dann aber nur soviele Kommastellen haben,
wie die Fehlerangabe!

… sind nicht die Stellen nach dem Komma!

2. Signifikante Stellen

Signifikante Stellen einer Zahl = *„angegebene Ziffern ohne führende Nullen“*

Was ist das?

Beispiele:

Richtig:

$V = (103{,}26 \pm 0{,}02)\ m^3$

Eine signifikante Stelle!

oder:

Wäre richtig:

$V = (103{,}26 \pm 1{,}1)\ m^3$

Der Ergebniswert darf dann aber nur soviele Kommastellen haben, wie die Fehlerangabe!

Zwei signifikante Stellen!

… sind nicht die Stellen nach dem Komma!

2. Signifikante Stellen

Rezept – Ergebnis-Angabe:

2. Signifikante Stellen

Rezept – Ergebnis-Angabe:

Beispiel:

Taschenrechnerausgabe

Druck $p = (103{,}343545969673 \pm 8{,}2467586616946)\ kPa$

2. Signifikante Stellen

Rezept – Ergebnis-Angabe:

1. Einkürzen der Fehlerangabe auf 1..2 signifikante Stellen

Taschenrechnerausgabe

$$\mathcal{D}ruck \;\; p \;=\; (103{,}343545969673 \;\pm\; 8{,}2\cancel{467586616946})\;kPa$$

2. Signifikante Stellen

Rezept – Ergebnis-Angabe:

1. Einkürzen der Fehlerangabe auf 1..2 signifikante Stellen

2. Einkürzen des Ergebniswertes auf die gleichen Nachkommastellen !

$$\text{Druck } p = (103{,}3\cancel{43545969673} \pm 8{,}2)\ \text{kPa}$$

2. Signifikante Stellen

Rezept – Ergebnis-Angabe:

1. Einkürzen der Fehlerangabe auf 1..2 signifikante Stellen

2. Einkürzen des Ergebniswertes auf die gleichen Nachkommastellen !

$$\underline{\underline{\mathit{Druck}\ p = (103{,}3 \pm 8{,}2)\ kPa}}$$

2. Signifikante Stellen

Rezept – Ergebnis-Angabe:

1. Einkürzen der Fehlerangabe auf 1..2 signifikante Stellen

2. Einkürzen des Ergebniswertes auf die gleichen Nachkommastellen !

bei Bedarf: gemeinsame Zehnerpotenzen „rausziehen“

$$\underline{\underline{\mathit{Druck}\ \ p \ = \ (103{,}3 \ \pm \ 8{,}2) \cdot 10^3\ Pa}}$$

2. Signifikante Stellen

Rezept – Ergebnis-Angabe:

1. Einkürzen der Fehlerangabe auf 1..2 signifikante Stellen

2. Einkürzen des Ergebniswertes auf die gleichen Nachkommastellen !

oder **Suffixe** (z.B. kilo, mega, milli, mikro, nano, ...) **nutzen**

$$\underline{\underline{\text{Druck } p = (103{,}3 \pm 8{,}2)\ \text{kPa}}}$$

2. Signifikante Stellen

Rezept – Ergebnis-Angabe:

1. Einkürzen der Fehlerangabe auf 1..2 signifikante Stellen

2. Einkürzen des Ergebniswertes auf die gleichen Nachkommastellen !

3. Angabe in stets Klammern: (Ergebniswert ± Fehlerangabe) · 10^{XX} Einheit

2. Signifikante Stellen

Rezept – Ergebnis-Angabe:

1. Einkürzen der Fehlerangabe auf 1..2 signifikante Stellen

2. Einkürzen des Ergebniswertes auf die gleichen Nachkommastellen !

3. Angabe in Klammern: (Ergebniswert ± Fehlerangabe) · 10^{XX} Einheit

Vorgeschriebenes Aussehen:

Beispiele

Richtige Ergebnisangaben:

$$t = (405{,}184 \pm 0{,}032)\ s$$

$$c_M = (6{,}3 \pm 1{,}2) \cdot 10^2\ J/(mol \cdot K)$$

$$m = (143 \pm 3)\ g$$

$$T = (48{,}5 \pm 0{,}2)\ K$$

$$E = (6{,}204 \pm 0{,}005) \cdot 10^{20}\ Nm$$

2. Signifikante Stellen

Rezept – Ergebnis-Angabe:

1. Einkürzen der Fehlerangabe auf 1..2 signifikante Stellen

2. Einkürzen des Ergebniswertes auf die gleichen Nachkommastellen !

3. Angabe in Klammern: (Ergebniswert ± Fehlerangabe) · 10^{XX} Einheit

Vorgeschriebenes Aussehen:

Beispiele

Richtige Ergebnisangaben:

$t = (405{,}184 \pm 0{,}032)\ s$

$c_M = (6{,}3 \pm 1{,}2) \cdot 10^2\ J/(mol \cdot K)$

2 signif. Stellen

$m = (143 \pm 3)\ g$

$T = (48{,}5 \pm 0{,}2)\ K$

$E = (6{,}204 \pm 0{,}005) \cdot 10^{20}\ Nm$

1 signif. Stellen

3. „Fehlerrechnung“

- nur dann $\Rightarrow$ wenn Ergebnis aus mehreren fehlerbehafteten Messgrößen berechnet wird

3 Möglichkeiten der Ermittelung der Ergebnis-Ungenauigkeit (Fehlerrechnung)

(1) Einsetzmethode

(2) Addition absoluter / relativer Fehler

(3) Fehlerfortpflanzung(sgesetz)

3. „Fehlerrechnung“

(1) Einsetzmethode

Ein Ergebniswert Z wird aus den Messwerten U, V, X & Y mit den Messungenauigkeiten ΔU, ΔV, ΔX & ΔY ausgerechnet.

$\Rightarrow$ Wie errechnet sich der Fehler ΔZ?

$$Z = f(U,V,X,Y)$$

mit z.B. $U_{min} = U - \Delta U$ & $U_{max} = U + \Delta U$

Beispiel: $$Z = \frac{U - V}{X - Y} \qquad Z_{max} = \frac{U_{max} - V_{min}}{X_{min} - Y_{max}}$$

$$\Delta Z = 0.5 \times |Z_{max} - Z_{min}|$$

3. „Fehlerrechnung“

(2) Addition absoluter / relativer Fehler

(ableitbar aus dem Fehlerfortpflanzungsgesetz)

Ein Ergebniswert Z wird aus den Messwerten X & Y mit Messfehlern ΔX & ΔY ausgerechnet. $\Rightarrow$ Wie errechnet sich der Fehler ΔZ?

$$Z = f(X,Y)$$

$$Z = X + Y \qquad \boldsymbol{\Delta Z} = |\Delta X| + |\Delta Y|$$

$$Z = X - Y \qquad \boldsymbol{\Delta Z} = |\Delta X| + |\Delta Y|$$

Addition absoluter Fehler

3. „Fehlerrechnung“

(2) Addition absoluter / relativer Fehler *(ableitbar aus dem Fehlerfortpflanzungsgesetz)*

Ein Ergebniswert Z wird aus den Messwerten X & Y mit Messfehlern ΔX & ΔY ausgerechnet. $\Rightarrow$ Wie errechnet sich der Fehler ΔZ?

$$Z = f(X, Y)$$

$$Z = X \cdot Y \qquad \boldsymbol{\Delta Z}/Z = |\Delta X/X| + |\Delta Y/Y|$$

$$Z = X \,/\, Y \qquad \boldsymbol{\Delta Z}/Z = |\Delta X/X| + |\Delta Y/Y|$$

Addition relativer Fehler

3. „Fehlerrechnung“

(3) Fehlerfortpflanzung(sgesetz)

Ein Ergebniswert Z wird aus den Messwerten X & Y

mit Messfehlern ΔX & ΔY ausgerechnet. $\Rightarrow$ Wie errechnet sich

der Fehler ΔZ?

$$Z = f(X, Y)$$

Summe aller partiellen Ableitungen nach allen fehlerbehafteten Größen jeweils multipiziert mit der Fehlergröße

$$\Delta Z = \left| \frac{\partial f}{\partial X} \right| \cdot \Delta X + \left| \frac{\partial f}{\partial Y} \right| \cdot \Delta Y$$

3. „Fehlerrechnung“

(3) Fehlerfortpflanzung(sgesetz)

$Z = f(X, Y)$ **Statistik** $\Rightarrow$ zufällige Messabweichungen bei X & Y

$\Rightarrow$ Mittelwerte $\overline{X}$ & $\overline{Y}$ mit den Standardabweichungen $S_{\bar{x}}$ & $S_{\bar{y}}$

$\Rightarrow$ Wie errechnet sich die Meßunsicherheit $S_{\bar{z}}$?

Gaußsches Fehlerfortpflanzungsgesetz

Gilt nur <u>wenn alle Fehlergrössen</u> aus statistischen Messungen stammen.

$$s_{\bar{z}} = \sqrt{\left|\frac{\partial f}{\partial X}\right|^2 \cdot s_{\bar{x}}^2 + \left|\frac{\partial f}{\partial Y}\right|^2 \cdot s_{\bar{y}}^2}$$

$s_{\bar{z}}$ wird nach DIN 1319 kombinierte Standardunsicherheit genannt

4. Ergebnisdarstellung

Beispiel: - Aufnahme einer Weg-Zeit-Messung : Weg x, Zeit t, $x(t)$

- Darstellung als Wertetabelle:

t in s	x in m	v in $\mathrm{ms^{-1}}$
2	0,01	0,005
4	0,02	0,005
8	0,16	0,02

Resultat: Maßzahl · Einheit z.B. v = 22 m/s

Achtung: SI-Einheiten m, kg, s, A, K, cd, mol

4. Ergebnisdarstellung

Beispiel: - Aufnahme einer Weg-Zeit-Messung : Weg x, Zeit t, $x(t)$

- Darstellung als Wertetabelle:

t in s	x in m	v in ms^{-1}
2	0,01	0,005
4	0,02	0,005
8	0,16	0,02

Resultat: Maßzahl · Einheit z.B. v = 22 m/s

Achtung: SI-Einheiten m, kg, s, A, K, cd, mol

- Grafische Darstellung

- Titel
- Achsenbemaßung
- Achsenbeschriftung
  + Einheit
- Messpunkte
- Fehlerbalken

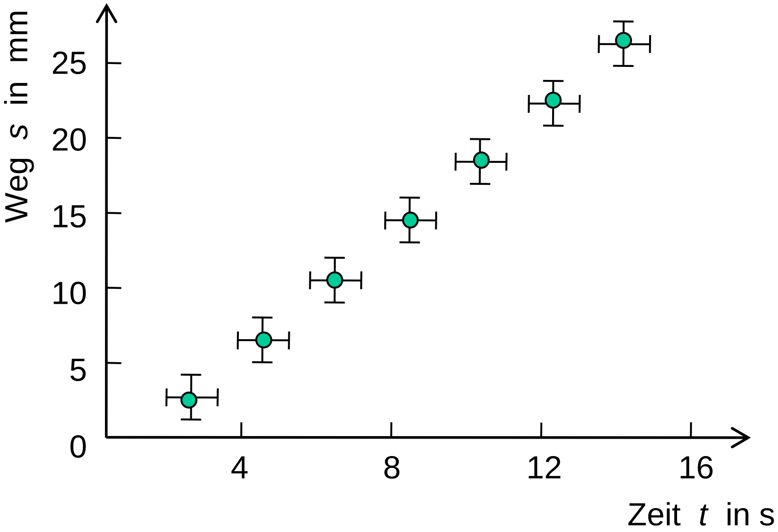


Abb. 1: Weg-Zeit-Diagramm

5. Linearisierung

Das Auge kann nur die Gerade und den Kreis als geometrische Elemente eindeutig identifizieren.

$$Y = A \cdot X + B$$

Wichtige Funktionsverläufe können in Geradengleichungen überführt werden:

Potenzfunktion: $y = B \cdot x^{A} \quad \rightarrow \quad \ln y = A \cdot \ln x + \ln B$

$\Rightarrow$ doppelt-geteilte logarithmische Darstellung

Exponentialfunktion: $y = B \cdot e^{A \cdot X} \quad \rightarrow \quad \ln y = A \cdot x + \ln B$

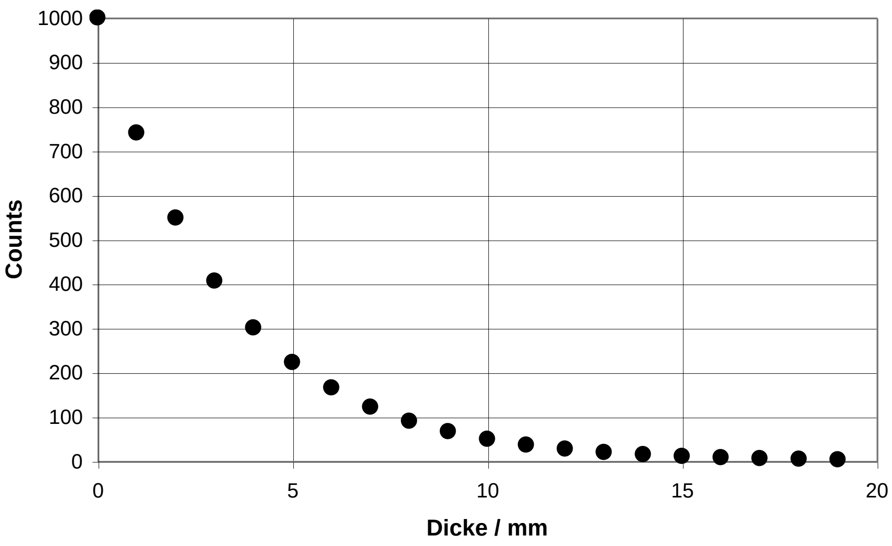
$\Rightarrow$ einfach-geteilte logarithmische Darstellung

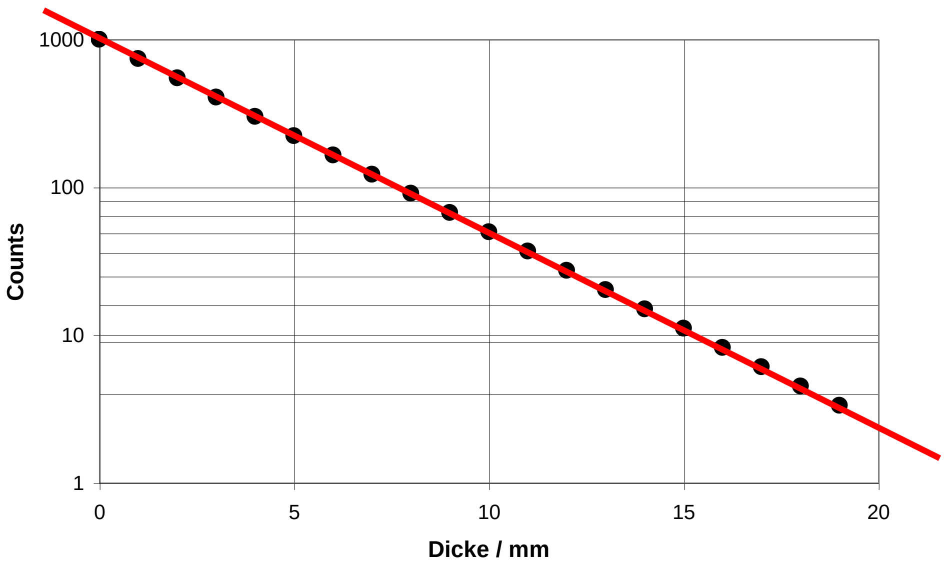
Exponentialgesetze

$$y = B \cdot e^{A \cdot x} \quad \rightarrow \quad \ln y = A \cdot x + \ln B$$

Beispiel: radioaktiver Zerfall $\quad N = N_0 \cdot e^{-\mu \cdot x}$

Messung der Halbwertsdicke von Blei



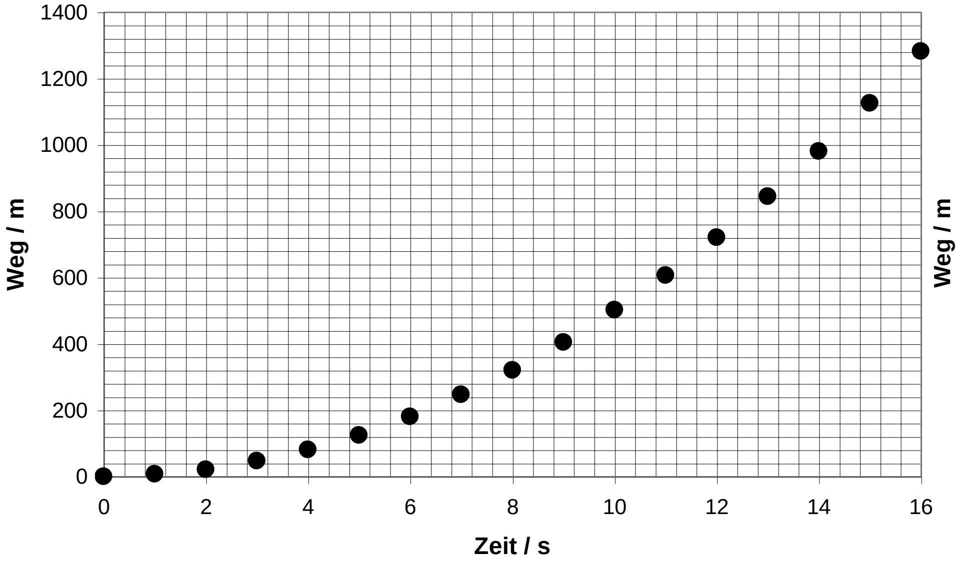


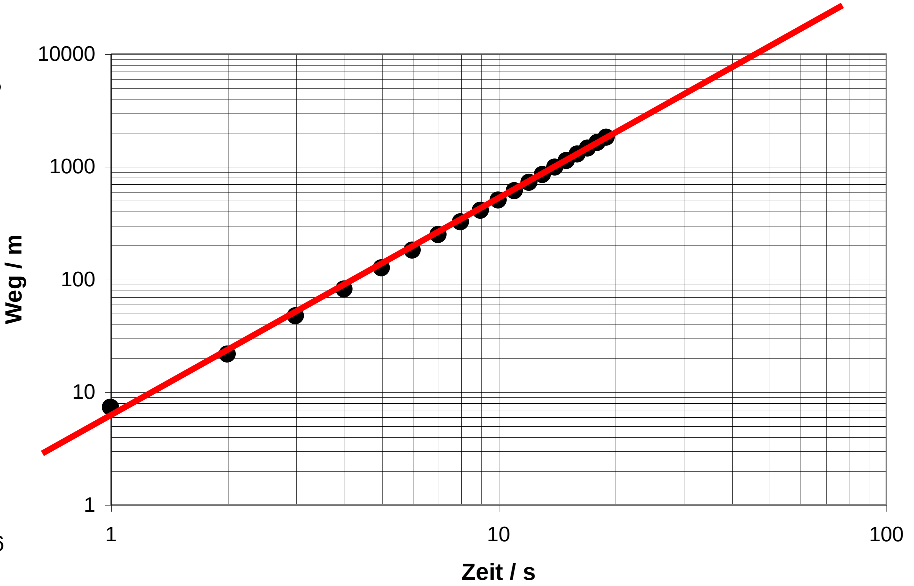
Einfach-logarithmische Darstellung

Potenzgesetze

$$y = B \cdot x^A \quad \rightarrow \quad \ln y = A \cdot \ln x + \ln B$$

Beispiel: Freier Fall $s = \frac{g}{2} \cdot t^2$



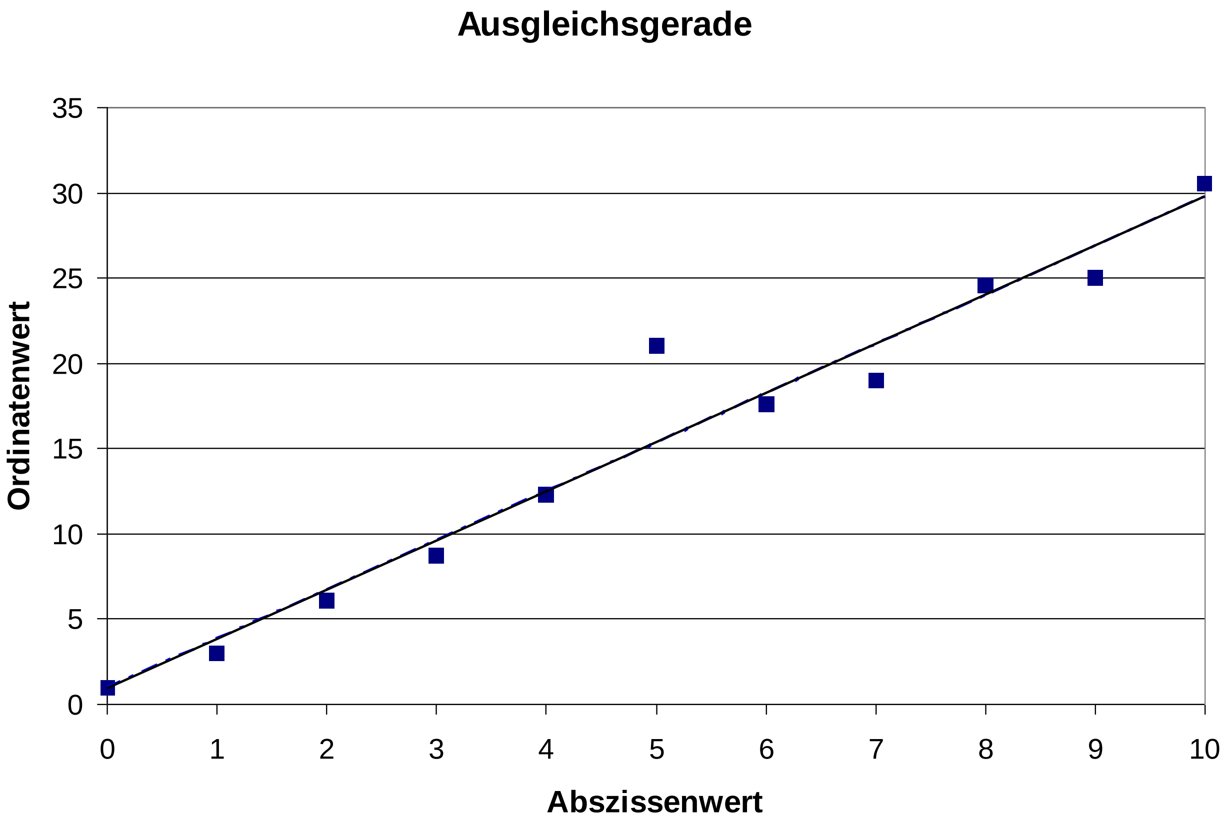


Doppelt-logarithmische Darstellung

6. Ausgleichsgerade - lineare Regression

Problem: Messwerte streuen infolge Messabweichungen um eine Gerade.

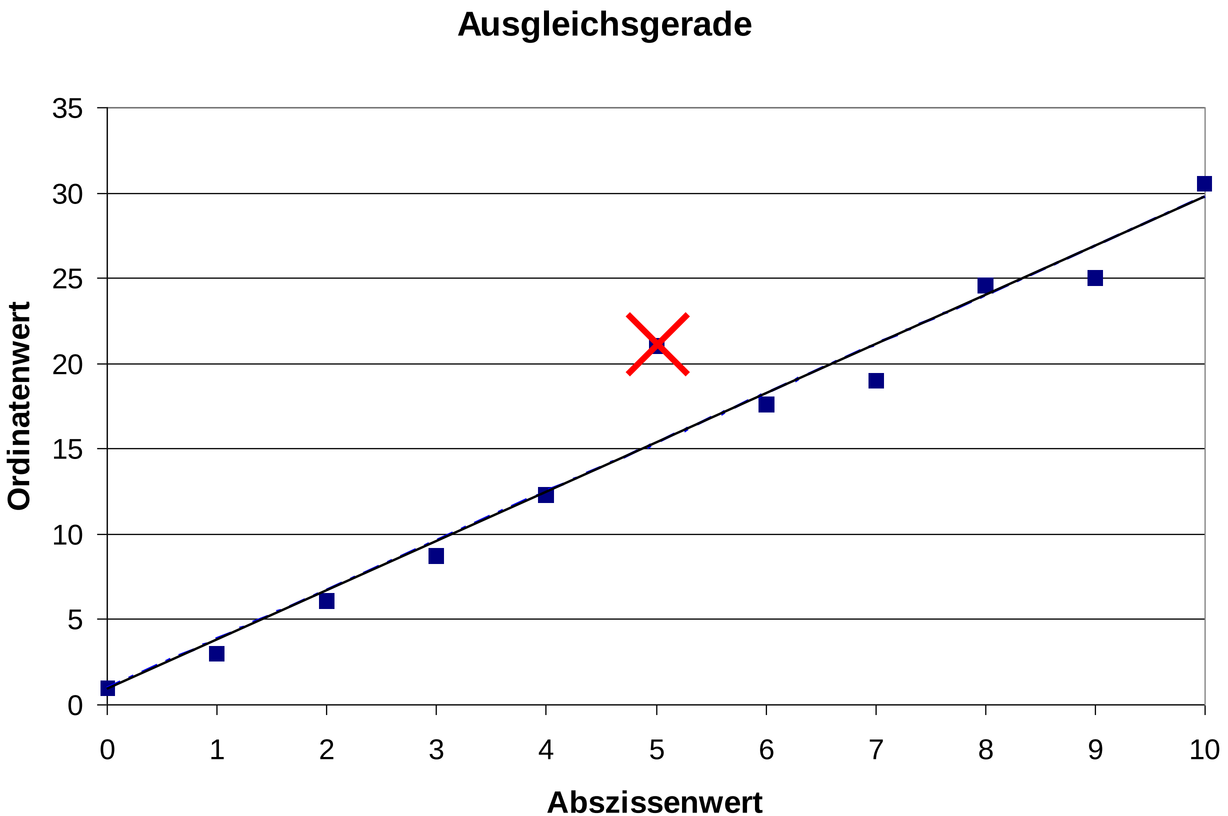
Gesucht ist diejenige Gerade, die den Messwerten am besten entspricht :

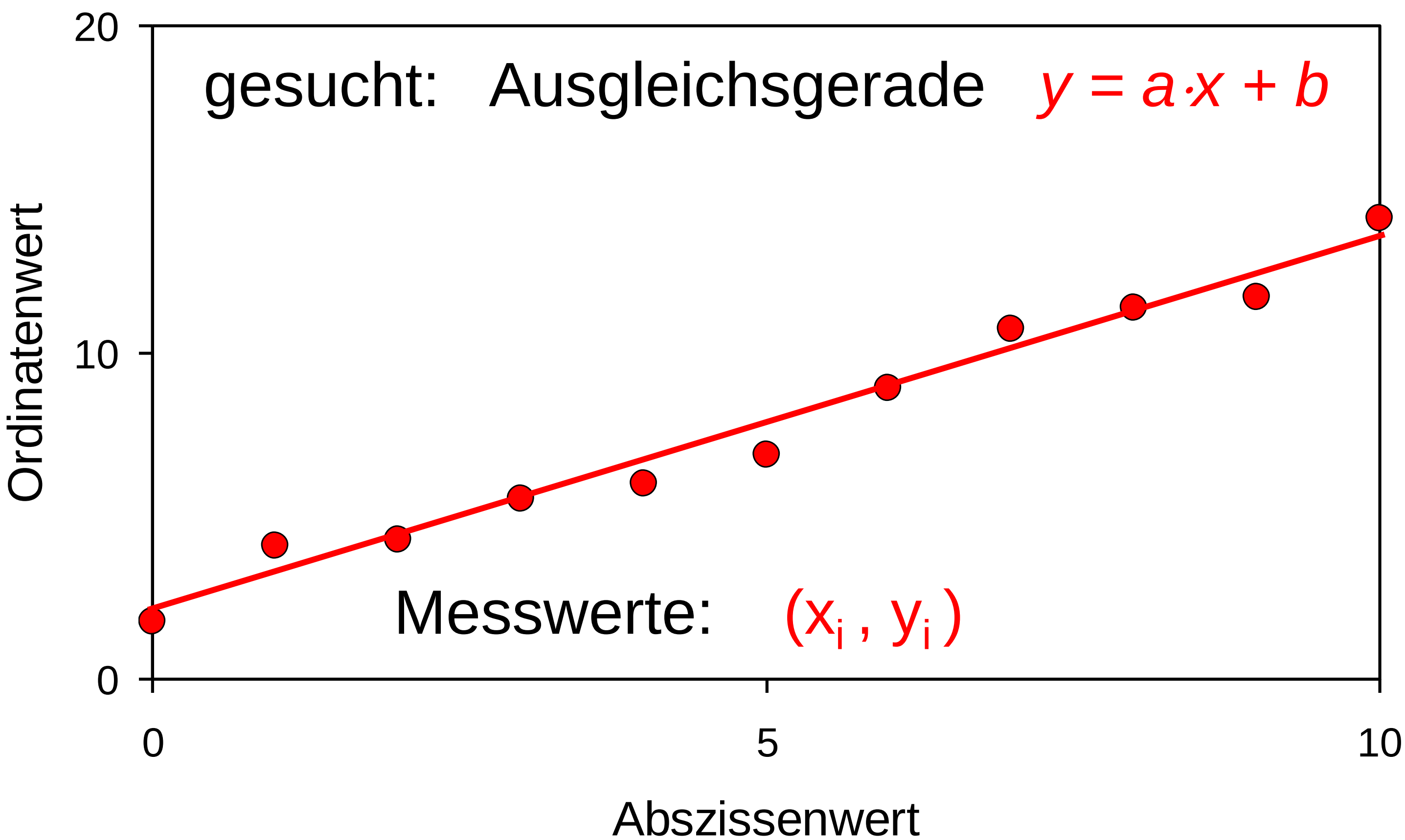


6. Ausgleichsgerade - lineare Regression

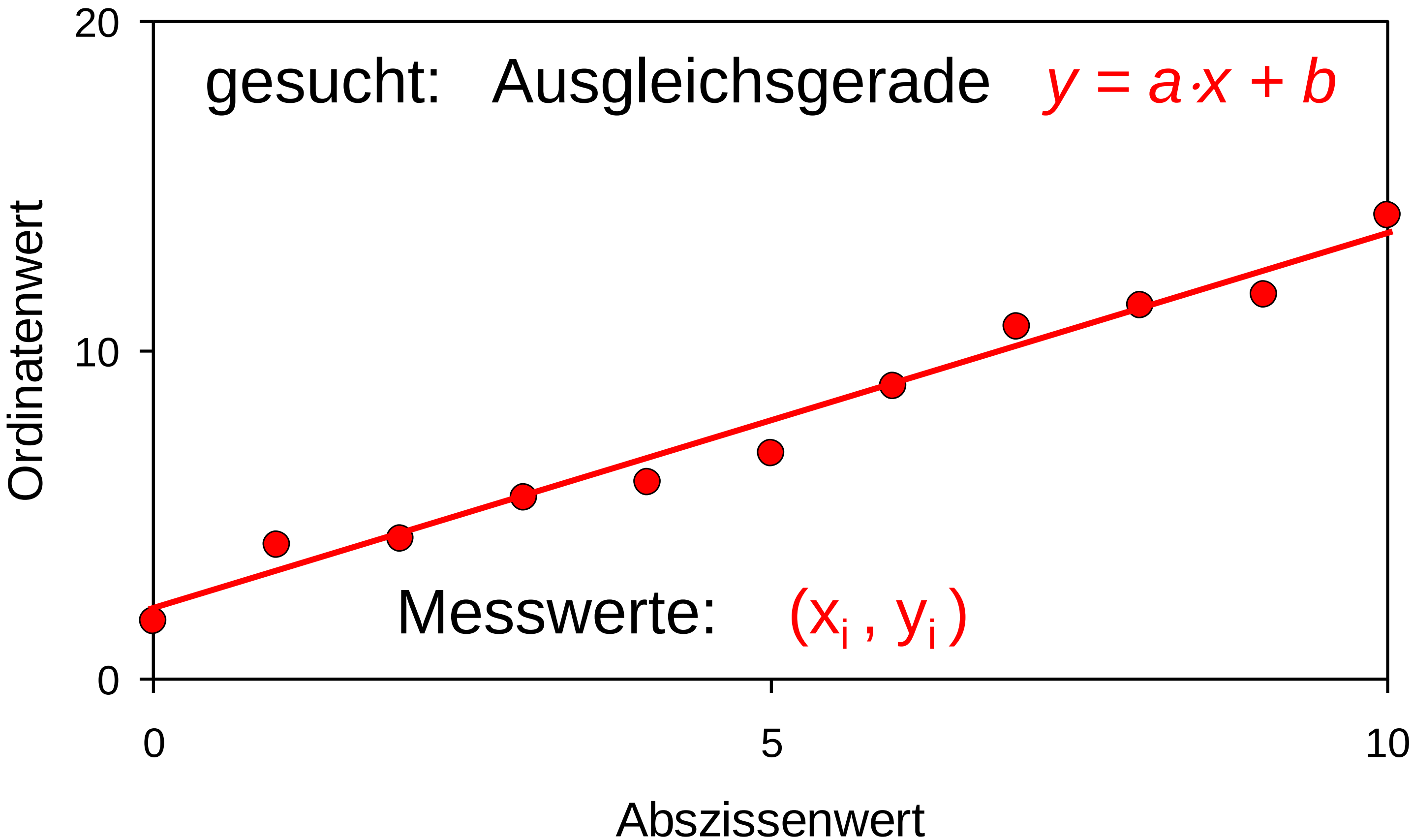
Problem: Messwerte streuen infolge Messabweichungen um eine Gerade.

Gesucht ist diejenige Gerade, die den Messwerten am besten entspricht :



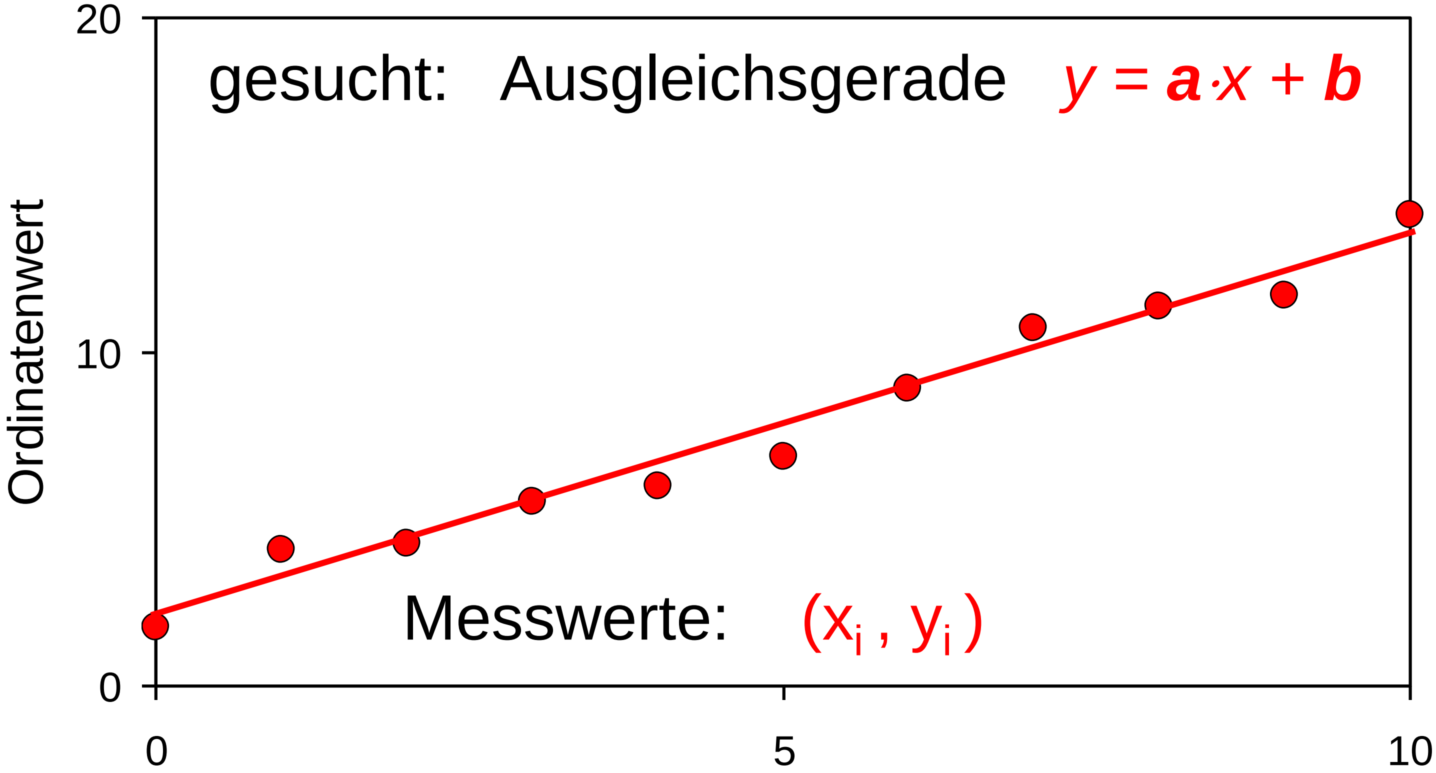


Idee: *a* und *b* so wählen, dass die Abweichungen der Messwerte von der Ausgleichsgeraden minimal werden >>> *(Methode der kleinsten Quadrate)*



Idee: Minimierung der Summe der Fehlerquadrate

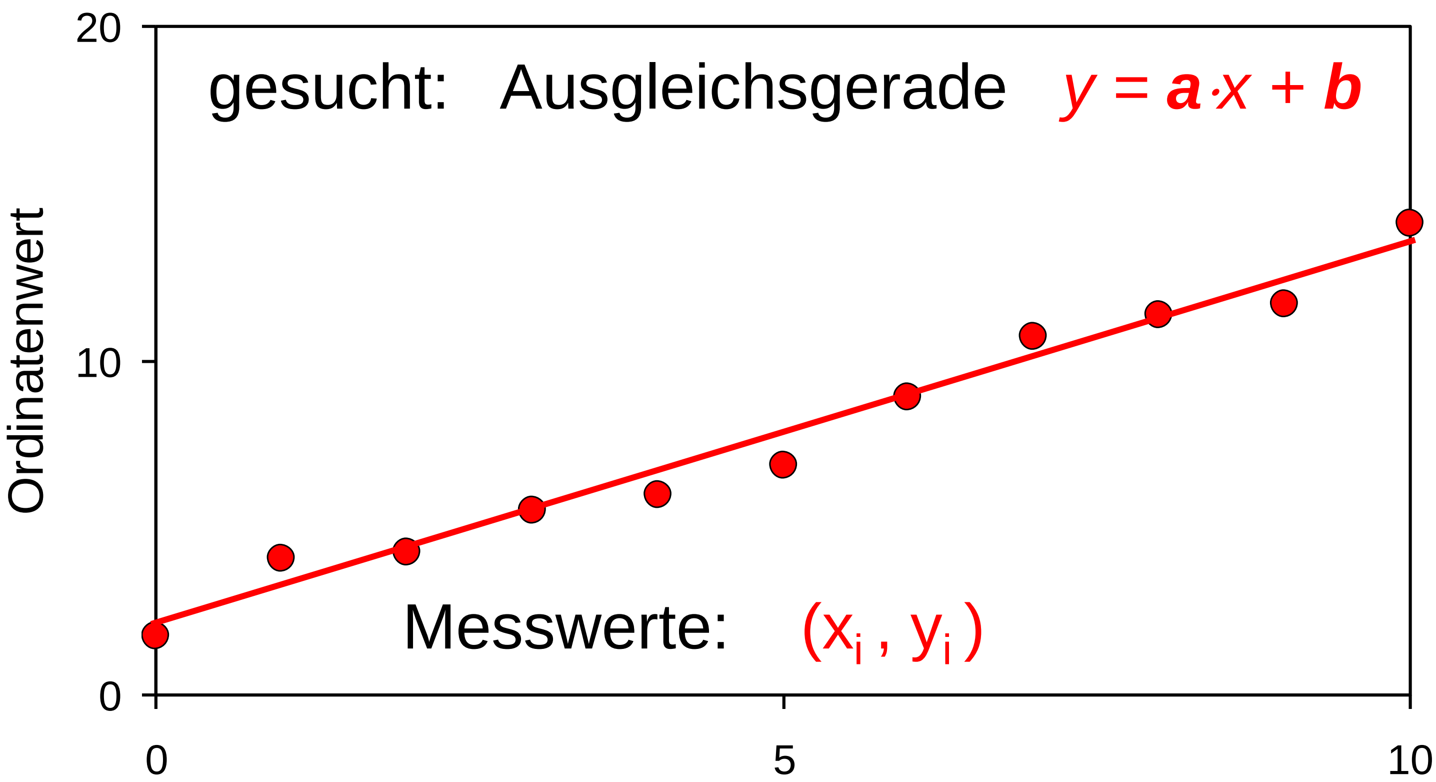
$$\sum (\text{Abweichungen})^2 = \text{Minimum}$$



Praktisch: Bestimmung (1) arithm. Mittelwerte $\bar{x}$ und $\bar{y}$

$$(2) \quad \boldsymbol{a} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\text{Kovarianz}}{\text{Varianz}}$$

$$(3) \quad \boldsymbol{b} = \bar{y} - a\bar{x}$$



Praktisch: Bestimmung der Unsicherheiten in ***a*** und ***b***

$\Rightarrow$ Standardabweichungen S_x & S_y = σ_x & σ_y

entspricht einer 68%-igen Standardunsicherheit

der Geradenparameter

Genauigkeit der linearen Regression

$Y = A \cdot X + B$ gegeben: σ_Y mit $\sigma_Y^2 = \frac{1}{N-2}\sum (Y_i - A \cdot X_i - B)^2$

gesucht: σ_A , σ_B, $\sigma_A^2 = \sum\left(\frac{\partial A}{\partial Y_i}\cdot\sigma_Y\right)^2$ $\sigma_B^2 = \sum\left(\frac{\partial B}{\partial Y_i}\cdot\sigma_Y\right)^2$

z.B. für σ_B :

$$B = \frac{\sum X^2 \cdot \left(Y_1 + \ldots Y_j + ..\right) - \sum X \cdot \left(X_1 Y_1 + .. X_j Y_j\right)}{Nenner}$$

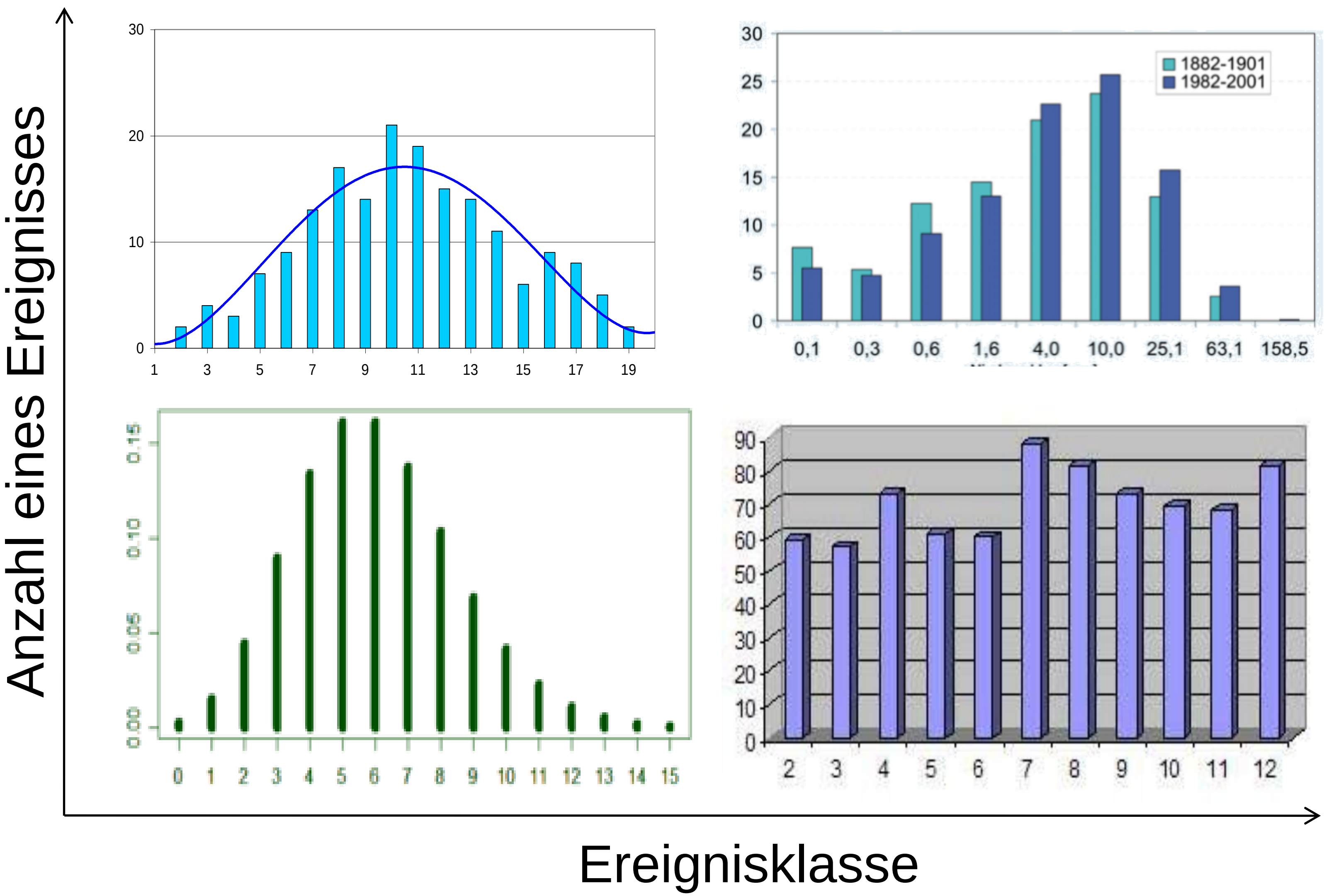
$$\frac{\partial B}{\partial Y_j} = \frac{\sum X^2 - X_j \cdot \sum X}{Nenner}$$

$$\sum_j \left(\frac{\partial B}{\partial Y_j}\right)^2 = \frac{N \cdot \left(\sum X^2\right)^2 - \sum X^2 \cdot \left(\sum X\right)^2}{Nenner^2} = \frac{\sum X^2}{Nenner}$$

$$\sigma_B^2 = \frac{\sigma_Y^2 \cdot \sum X_i^2}{N \cdot \sum X_i^2 - \left(\sum X_i\right)^2}$$

$$\sigma_A^2 = \frac{N \cdot \sigma_Y^2}{N \cdot \sum X_i^2 - \left(\sum X_i\right)^2}$$

7. Häufigkeitsverteilungen



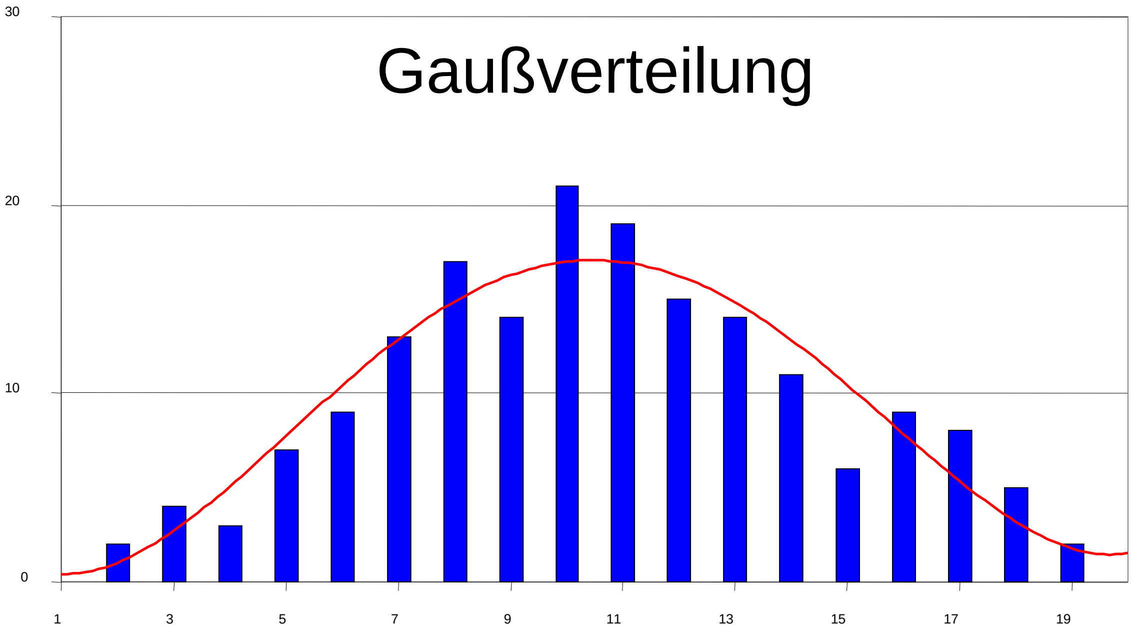
7. Häufigkeitsverteilungen

Ursachen der *Zufälligkeit*:

– statistisch
– nichtlinear
– unvorhersehbar

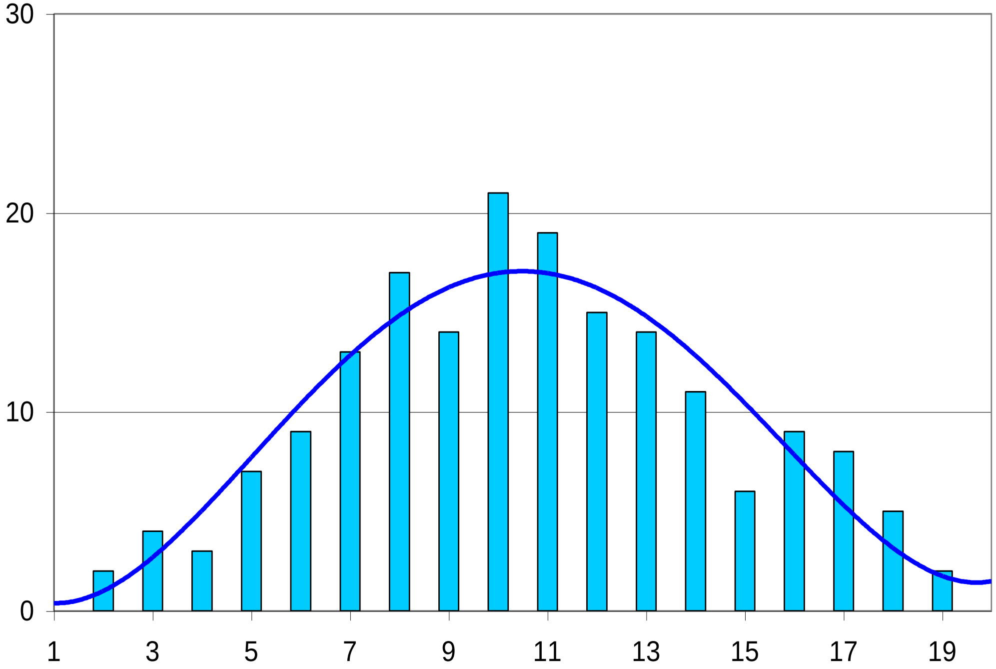
Häufigkeitsverteilung der Messwerte ist darstellbar als Histogramm:

Beispiel Gaußverteilung



7. Häufigkeitsverteilungen

Gaußverteilung



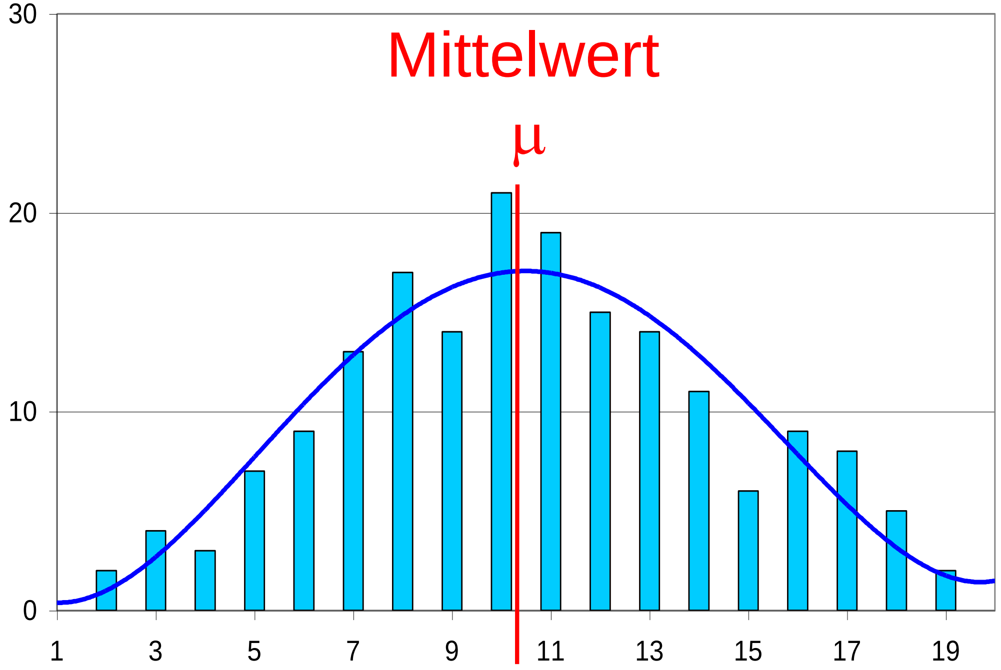
Dargestellt:

In X:
Eigenschaft eines Ereignisses
(z.B. Größe eines Messwertes)

In Y:
Häufigkeit eines Ereignisses
(z.B. eines Messwertes)

7. Häufigkeitsverteilungen

Gaußverteilung



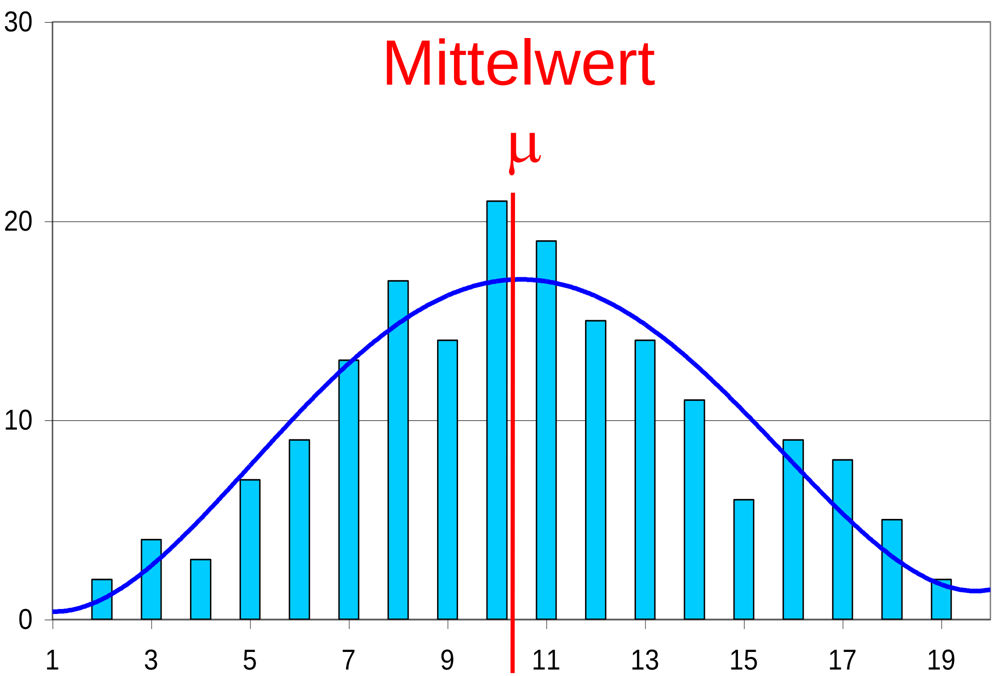
Dargestellt:

In X:
Eigenschaft eines Ereignisses
(z.B. Größe eines Messwertes)

In Y:
Häufigkeit eines Ereignisses
(z.B. eines Messwertes)

7. Häufigkeitsverteilungen

Gaußverteilung



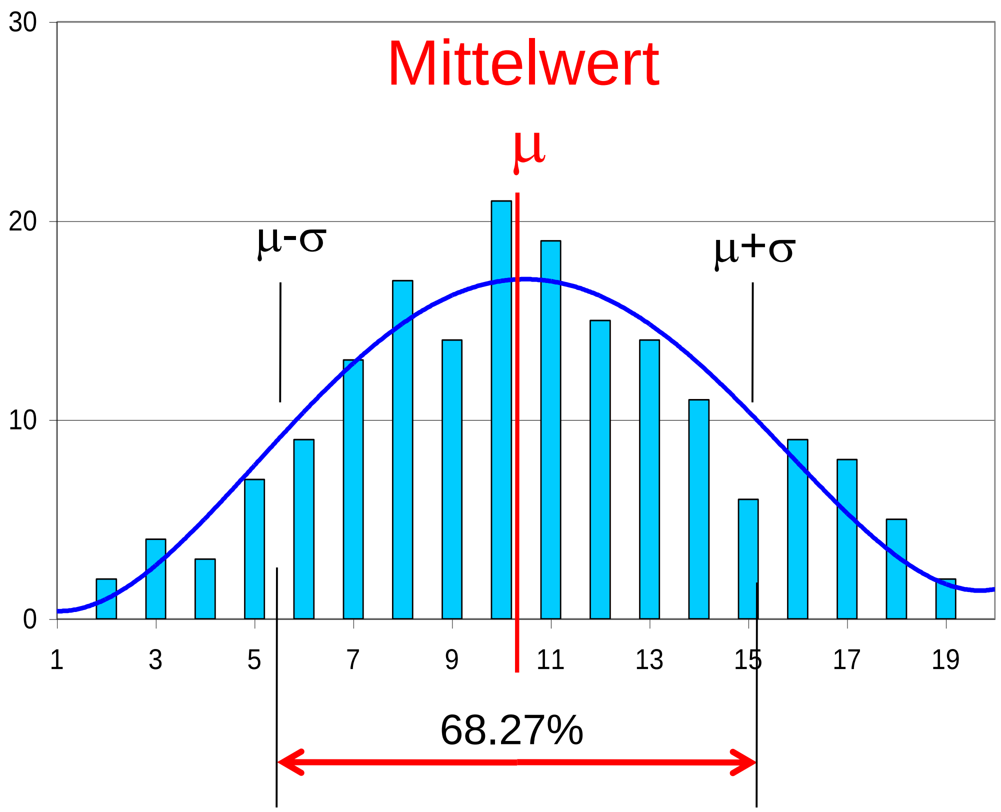
Experiment - Theorie

Stichprobe X_i — Grundgesamtheit, Modellverteilung

Experiment	Theorie
$\bar{x}$	μ
$s = \sqrt{\frac{\sum (x-\bar{x})^2}{\boxed{n-1}}}$	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x-\mu)^2}{\boxed{n}}}$
$s^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2$	$\sigma^2 = \overline{x^2} - \mu^2$

7. Häufigkeitsverteilungen

Gaußverteilung

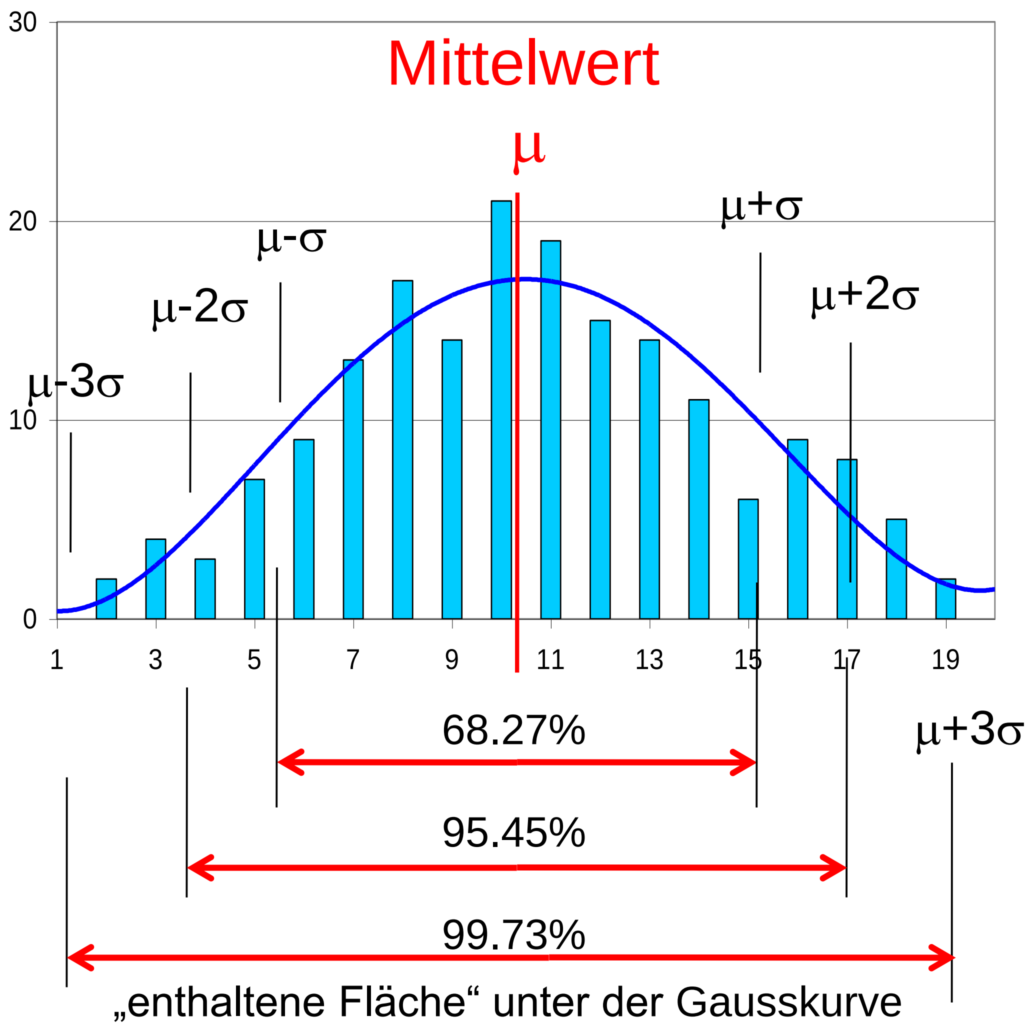


Experiment - Theorie

Stichprobe X_i — Grundgesamtheit, Modellverteilung

Experiment	Theorie
$\bar{x}$	μ
$s = \sqrt{\dfrac{\sum (x-\bar{x})^2}{\boxed{n-1}}}$	$\sigma = \sqrt{\dfrac{\sum (x-\mu)^2}{\boxed{n}}}$
$s^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2$	$\sigma^2 = \overline{x^2} - \mu^2$

7. Häufigkeitsverteilungen



Experiment - Theorie

Stichprobe X_i — Grundgesamtheit, Modellverteilung

Experiment	Theorie
$\overline{x}$	μ
$s = \sqrt{\frac{\sum (x-\overline{x})^2}{\boxed{n-1}}}$	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x-\mu)^2}{\boxed{n}}}$
$s^2 = \overline{x^2} - \overline{x}^2$	$\sigma^2 = \overline{x^2} - \mu^2$

Konfidenzintervall

$\Rightarrow$ (Vertrauensbereich)

Nächste Woche – erster Versuch:

Für die Durchführung des Einführungsversuches

(1) Versuchsanleitung 303 lesen

<u>Es sollte Ihnen bekannt sein:</u>

Mittelwert,

Standardabweichung,

Vertrauensbereich

(2) Text: *Fehlerrechnung - leicht gemacht* lesen

(3) E1 – E4 –Einführungsversuch (½ Seite)

Literatur

- H.Gränicher, „Messung beendet – was nun?“, Teubner 1994
- R.Spiegel, L.J.Stephens, Statistik, McCraw_Hill 1999
- T.Elser, Statistik für die Praxis, Wiley 2004
- L.Squires, Messergebnisse und ihre Auswertung, 1971
- J.Mandel, The statistical analysis of experimental data, 1984
- M.Drosg, Umgang mit Unsicherheiten, facultas 2006
- L.Kirkup, B.Frenkel, Uncertainty in Measurements, Cambridge 2006
- J.R.Taylor, Fehleranalyse VCH 1988

- DIN 1319, Teil 3 und 4 Messunsicherheiten
- DIN 55350, Teil 13 Messunsicherheiten

FSU Jena

Physikalisches Grundpraktikum

http://www.physik.uni-jena.de/grundpraktikum.html