

# 316 - Magnetfeldmessungen

## 1. Aufgaben

- 1.1 Die magnetische Induktion  $B$  eines Elektromagneten auf der Polschuhachse ist mit einer Hall-Sonde in Abhängigkeit vom Magnetisierungsstrom für unterschiedliche Polschuhabstände zu messen und grafisch darzustellen.
- 1.2 Die Abhängigkeit der magnetischen Induktion vom Abstand zur Polschuhachse ist zu messen.
- 1.3 Die spezifische magnetische Suszeptibilität eines paramagnetischen Salzes ist zu ermitteln.
- 1.4 (Zusatzaufgabe) Berechnen Sie aus der spezifischen Suszeptibilität das permanente magnetische Moment des Metallions und vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Theorie.

## 2. Grundlagen

### Stichworte:

Magnetische Induktion und Feldstärke, Lorentzkraft, Dia-, Para-, Ferromagnetismus, Suszeptibilität, Hall-Effekt

### 2.1 Magnetismus

Wird ein Stoff einem magnetischen Feld  $H$  ausgesetzt, so wird er magnetisiert. Die resultierende magnetische Induktion  $B$  setzt sich aus der magnetischen Feldstärke  $H$  und der Magnetisierung  $M$  der Probe, die bei vielen Materialien der magnetisierenden Feldstärke proportional ist, zusammen:

$$B = \mu_0 \cdot (H + M) = \mu_0 \cdot (H + \chi_m \cdot H) = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H \quad (1)$$

$$\text{mit } \mu_r = (1 + \chi_m)$$

$$\text{und } \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am} \quad (\text{Induktionskonstante}).$$

Die *relative Permeabilität*  $\mu_r$  bzw. die *magnetische Suszeptibilität*  $\chi_m$  charakterisieren die Stoffe hinsichtlich ihrer magnetischen Eigenschaften:

$$\mu_r \leq 1, \text{ d.h. } \chi_m \leq 0 \quad \text{für Diamagnetika (z.B. Wasser),}$$

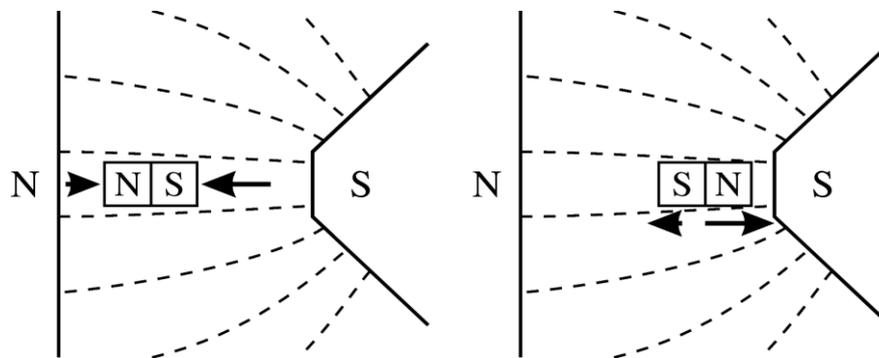
$$\mu_r \geq 1, \text{ d.h. } \chi_m \geq 0 \quad \text{für Paramagnetika (z.B. CoCl}_2 \text{ u.a. Salze)}$$

$$\mu_r \gg 1 \quad \text{für Ferromagnetika.}$$

Im Vakuum ( $\mu_r = 1$ ,  $\chi_m = 0$ ) sowie näherungsweise auch in Luft gilt:

$$B = \mu_0 \cdot H \quad (2).$$

Die Eigenschaften dia- und paramagnetischer Stoffe zeigt folgende Übersicht:



#### Diamagnet

- besitzt keine eigenen Dipole
- Dipole werden erst im Feld induziert (ihrer Ursache entgegengerichtet)
- Abstoßung → aus dem Gebiet hoher Feldstärke hinaus

#### Paramagnet

- Moleküle sind magnetische Dipole
- werden im Feld ausgerichtet (stabile Lage entlang der Feldlinien)
- Anziehung → in das Gebiet hoher Feldstärke hinein

Bild 1: Eigenschaften dia- und paramagnetischer Stoffe.

Es ist dabei zu beachten, dass Diamagnetismus prinzipiell bei allen Stoffen auftritt, dieser jedoch bei Paramagneten durch die Ausrichtung bereits vorhandener Dipole überdeckt wird (vgl. dazu auch z.B. Literatur: /11/, Abschnitt „Diamagnetismus und Paramagnetismus“).

## 2.2 Elektromagnete

Ein Elektromagnet besteht aus einer stromdurchflossenen Spule und einem ferromagnetischen Kern. Im Versuch ist der Kern ringförmig mit einem Spalt, dessen Breite  $d$  variiert werden kann. Bei kleinem  $d$  ist das Magnetfeld zwischen den Polen dieses Elektromagneten in der Nähe der Achse homogen. Die Feldlinien stehen senkrecht zu den Polflächen.

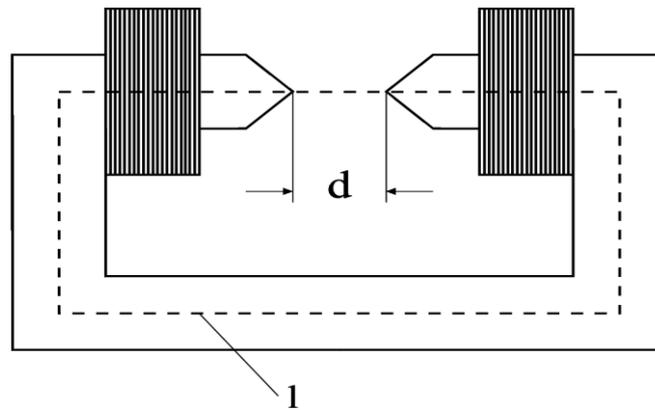


Bild 2: Zur Berechnung der Feldstärke im Spalt eines Elektromagneten.

Beim Übergang vom Kern zum Luftspalt ändert sich die magnetische Induktion nicht. Es gilt:

$$B_{\text{Kern}} = B_{\text{Luftspalt}} = B \quad (3).$$

Dagegen wächst die Feldstärke  $H_{\text{Luftspalt}}$  um den Faktor  $\mu_r$  der von der Größenordnung 1000 sein kann:

$$B = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot H_{\text{Kern}} = \mu_0 \cdot H_{\text{Luftspalt}} \quad (4).$$

Die Feldstärke ergibt sich aus der Anwendung des Durchflutungsgesetzes auf den im Bild 2 gestrichelt gezeichneten Integrationsweg, der alle vom Strom  $I_B$  durchflossenen  $N$  Windungen umfasst:

$$N \cdot I_B = \oint H \cdot ds = |H_{\text{Kern}}| \cdot l + |H_{\text{Luftspalt}}| \cdot d \quad (5).$$

Unter Berücksichtigung von (4) folgt:

$$|H_{\text{Luftspalt}}| = \frac{N \cdot I_B}{d + l/\mu_r} \quad (6).$$

Eine nützliche Hilfe zur Berechnung des magnetischen Kreises finden Sie im Anhang. Dort wird die Analogie zwischen elektrischem Stromkreis und magnetischem Kreis dargestellt.

### 2.3 Hallsonde

Zur Messung magnetischer Feldstärken kann man den Hall-Effekt ausnutzen. Durch ein quaderförmiges Halbleiterplättchen der Dicke  $d$  fließe ein Strom  $I$  (Bild 3).

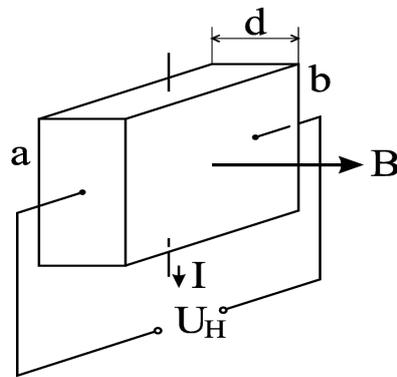


Bild 3: Hall-Effekt.

Im B-Feld werden die Elektronen entsprechend der Lorentz-Kraft abgelenkt, so dass es auf den Kontaktflächen a und b zur Anreicherung bzw. Verarmung von Ladungsträgern kommt. Die dadurch entstehende Potentialdifferenz nennt man Hall-Spannung  $U_H$ . Es gilt

$$U_H = \frac{R_H I B}{d} \quad (7).$$

$R_H$  ist die stoffspezifische Hallkonstante. Sind  $R_H$ ,  $I$  und  $d$  bekannt, so kann durch Messung von  $U_H$  die magnetische Induktion  $B$  bestimmt werden. Halbleiter haben im Vergleich zu Metallen eine sehr große Hall-Konstante und werden deshalb für Hallsonden verwendet.

#### 2.4 Steighöhenmethode

Die Quinckesche Steighöhenmethode ist ein Standardverfahren zur Messung magnetischer Suszeptibilitäten.

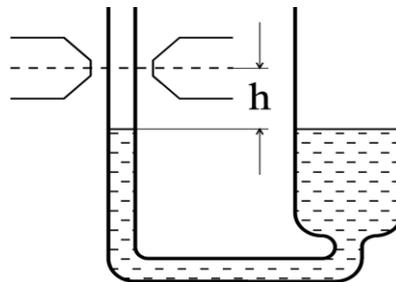


Bild 4: Quinckesche Steighöhenmethode

Der eine Schenkel eines U-Rohres, das mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt ist, befindet sich zwischen den Polen eines Elektromagneten, der zweite ist im feldfreien Raum. Nach Einschalten des Magnetfeldes wird die paramagnetische Flüssigkeit in das Gebiet maximaler Feldstärke hineingezogen. Der Flüssigkeitsspiegel im dünnen Schenkel steigt um den Betrag  $h$  an. Für die spezifische Suszeptibilität der Flüssigkeit erhält man:

$$\frac{\chi_m}{\rho} = \frac{2 g \mu_0 h}{B^2} \quad (8).$$

( $g$  ... Schwerebeschleunigung,  $\rho$  ... Dichte der Flüssigkeit).

Bemerkung:

Die magnetische Feldstärke  $H$  ist im Luftspalt sehr groß (vgl. 2.2). Entsprechend groß ist die Energiedichte  $\frac{E}{V} = \frac{1}{2} H \cdot B$  des Feldes. Durch Hineinziehen eines Stoffes mit  $\mu_r > 1$  in den Luftspalt wird  $H$  und damit die Energiedichte kleiner, d.h. das System erreicht einen stabileren Zustand.

$$\frac{E}{V} = \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2}{\mu_0 \mu_r} \quad (\text{mit Flüssigkeit}),$$

Es gilt:

$$\frac{E}{V} = \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2}{\mu_0} \quad (\text{ohne Flüssigkeit}).$$

Die Differenz (Abnahme der Energiedichte) beträgt:

$$\Delta \left( \frac{E}{V} \right)_{\text{mag}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2}{\mu_0} \left( \frac{1}{\mu_r} - 1 \right)$$

und nach Umformung ( $\mu_r \approx 1$ ):

$$\Delta \left( \frac{E}{V} \right)_{\text{mag}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2}{\mu_0} (1 - \mu_r) \quad .$$

Die Abnahme der Feldenergie ist gleich der Zunahme an mechanischer (potentieller) Energie, d.h.

$$-\Delta \left( \frac{E}{V} \right)_{\text{mag}} = \Delta \left( \frac{E}{V} \right)_{\text{mech}}$$

oder

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{B^2}{\mu_0} \cdot \chi_m = \rho \cdot g \cdot h \quad .$$

Durch Umstellen nach  $\frac{\chi_m}{\rho}$  folgt Gl.8.

Mischungen und Lösungen besitzen, falls beim Lösungsvorgang die Bestandteile keine Veränderungen erfahren, eine spezifische Suszeptibilität, die sich additiv aus denen der Partner zusammensetzt. Wenn  $\frac{\chi_m^{(1)}}{\rho}$  und  $\frac{\chi_m^{(2)}}{\rho}$  die spezifischen Suszeptibilitäten des gelösten Stoffes bzw. des Lösungsmittels und  $p$  die Gewichtsprozent der gelösten Substanz sind, gilt für die Lösung

$$\frac{\chi_m}{\rho} = \frac{1}{100} \left[ p \frac{\chi_m^{(1)}}{\rho_1} + (100-p) \frac{\chi_m^{(2)}}{\rho_2} \right] \tag{9}.$$

Tabelle 1: Spezifische magnetische Suszeptibilität einiger Stoffe  $[\chi_m/\rho \text{ in } 10^{-9} \text{m}^3/\text{kg}]$ .

Paramagnetisch		Diamagnetisch	
Stoff	$\chi_m/\rho$	Stoff	$\chi_m/\rho$
Aluminium	7.78	Wasser	- 9.00
Platin	15.40	Benzol	- 9.10
Kobaltchlorid	1280	Kupfer	- 1.00
Mangansulfat	813	Gold	- 1.87

### 3. Versuchsdurchführung

3.1 Zur Stromversorgung des Elektromagneten dient ein Regelgleichrichter. Dabei darf der Netzschalter (Ein/Aus) nur betätigt werden, wenn der Reglerknopf am Gerät auf Null gestellt ist! Beim Einstellen des Polschuhabstandes ist darauf zu achten, dass die dazu dienenden Handräder nur im feldfreien Zustand ( $I = 0$ ) betätigt werden.

Technische Daten der Elektromagneten:  $N = 2400$ ,  $l = 1.22 \text{ m}$ ,  $\mu_r \approx 500$  (Maximalwert  $\mu_r$  ist feldstärkeabhängig!)

Es wird vorgeschlagen, die Messungen bei Aufgabe 1.1 für einen kleinen (4 ... 6 mm) sowie einen großen Polschuhabstand (10 ... 15 mm) durchzuführen und beide Graphen in einem gemeinsamen Diagramm darzustellen. Die Stromstärke  $I$  soll 10 A nicht überschreiten.

3.2 Um die Homogenität (Aufgabe 1.2) des Magnetfeldes zwischen den Polschuhen in Hinblick auf Aufgabe 1.3 zu untersuchen, wird zuerst der Abstand der Polschuhe zueinander so eingestellt, dass das U-Rohr gut dazwischen passt. Der Abstand zu den Polschuhen soll auf beiden Seiten etwa 0.5 ... 1.0 mm betragen. Das U-Rohr wird wieder aus dem Polschuhspalt entfernt und die Hallsonde wird mittig zwischen die Schuhe platziert. Nutzen Sie eine Stromstärke von 8 – 10 A und vermessen Sie die den radialen Verlauf des Magnetfeldes. Finden Sie das Maximum des Feldes und nehmen Sie in 2..3mm-Schritten Messpunkte nach beiden Seiten des Maximums auf, so dass Sie die

Länge des U-Rohr-Flüssigkeitsfensters (Meniskus, Länge ca. 2cm) mit dem zentralen Feldbereich vergleichen und in einem Diagramm einzeichnen können.

- 3.3 Das U-Rohr mit der zu untersuchenden Salzlösung ( $\text{CoCl}_2$ , 20-prozentig) ist so anzuordnen, dass das dünne Rohr senkrecht zwischen den Polschuhen steht. Nutzen Sie den in 3.2 angepassten Polschuhabstand und eine Stromstärke zwischen 8-10 A. Der Flüssigkeitsmeniskus soll etwas oberhalb der Polschuhachse stehen. Man schaltet das Feld ein und dreht das U-Rohr soweit herunter, bis sich der Meniskus im Zentrum des Feldes befindet. Schaltet man das Feld aus, so sinkt der Flüssigkeitsspiegel um den Wert  $h$ , der mit einem Kathetometer gemessen wird. Bestimmen Sie den Wert  $h$  mit mindestens 5 Einzelmessungen. Anschließend wird das bei dieser Messung verwendete  $B$ -Feld ermittelt.

Den Wert für die spezifische Suszeptibilität der Lösung erhält man nach Gl. 8, den des Salzes durch Umstellen von Gl.9.

Führen Sie eine Größtfehlerabschätzung durch, und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem erwarteten Wert!

Vergleichen Sie die Länge  $h$  mit dem Ergebnis in Aufgabe 2! Inwieweit kann Homogenität für die Länge  $h$  angenommen werden? Zeichnen Sie die Länge  $h$  in das Diagramm  $B = f(\text{Position der Halbachse})$  ein!

- 3.4 Die Hinweise zur Zusatzaufgabe finden Sie auf der Internetseite zum Versuch 316.

### Anlage:

#### Analogie zwischen elektrischem Grundstromkreis und magnetischem Kreis

Ein Elektromagnet, bestehend aus Spule, Kern, Luftspalt und eventuell Anker, stellt einen magnetischen Kreis dar und kann in Analogie zum elektrischen Stromkreis beschrieben werden.

Beim elektrischen Grundstromkreis ist bekannt, dass für den Ladungsfluss (Strom) eine Quellenspannung  $U_Q$  erforderlich ist. An den einzelnen Elementen des Stromkreises treten Spannungsabfälle  $U$  auf, die mit dem Strom  $I$  über  $U = R \cdot I$  verknüpft sind. Es gelten der Maschensatz für die Spannungen und der Knotenpunktsatz für die Ströme.

Beim magnetischen Kreis gelten analoge Betrachtungen: Als Quelle des Magnetfeldes wirkt der elektrische Strom. Die magnetische Quellenspannung  $V$  (hier Durchflutung genannt), die eine Spule mit  $N$  Windungen in ihrem Inneren produziert, ist

$$V_M = N \cdot I.$$

Diese treibt den magnetischen Fluss  $\Phi = B \cdot A$ , wobei  $B$  die magnetische Flussdichte und  $A$  die Querschnittsfläche des „magnetischen Leiters“ sind. Die magnetische Flussdichte  $B$  hängt mit der magnetischen Feldstärke  $H$  folgendermaßen zusammen:

$$B = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot H,$$

dabei sind  $\mu_0$  die magnetische Feldkonstante und  $\mu_r$  die Permeabilitätszahl. Längs eines Wegs  $L$  im magnetischen Kreis tritt ein magnetischer Spannungsabfall  $V_M$  auf

$$V = \vec{H} \cdot \vec{L} \quad .$$

Als magnetischer Widerstand (Reluktanz) wird das Verhältnis von magnetischem Spannungsabfall zu magnetischem Fluss bezeichnet

$$R_M = \frac{V}{\Phi} \quad .$$

Für ein homogenes Material der Länge  $L$ , der Querschnittsfläche  $A$  und der Permeabilitätszahl  $\mu_r$  ist der magnetische Widerstand

$$R_M = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \cdot \frac{L}{A} \quad .$$

(Vergleiche hierzu den elektrischen Widerstand  $R = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{L}{A}$  mit  $\rho$  - elektrische Leitfähigkeit!)

Zur Berechnung magnetischer Kreise empfiehlt sich die Benutzung von Ersatzschaltbildern:

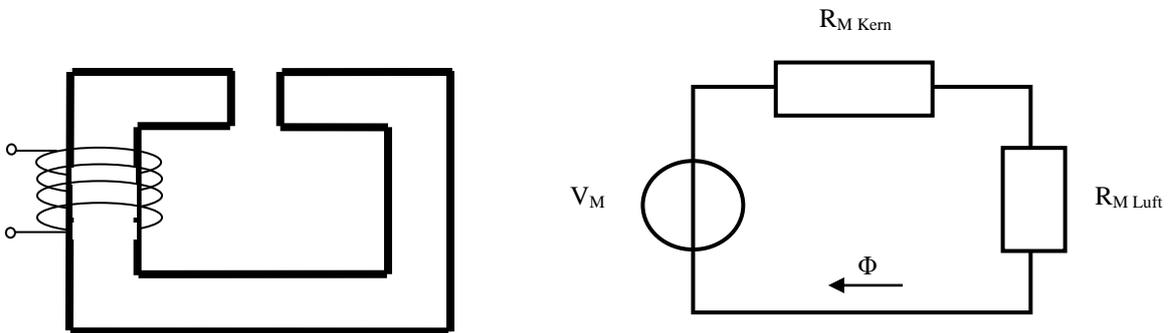


Bild 5: Links – Magnet mit Spule, Rechts – Ersatzschaltbild.

Tabelle: Analogiebeziehungen zwischen elektrischem und magnetischem Kreis

Elektrische Größen	Magnetische Größen
Elektrischer Strom $I$ [A]	Magnetischer Fluss $\Phi$ [Vs]
Elektr. Quellenspannung $U_Q$ [V]	Durchflutung $V_M$ [A]
Spannungsabfall $U$ [V]	Magnet. Spannung $V$ [A]
Elektr. Widerstand $R$ [ $\Omega$ ]	Magnet. Widerstand $R_M$ [A/Vs]
$R = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{L}{A}$	$R_M = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \cdot \frac{L}{A}$
Ohmsches Gesetz: $R = \frac{U}{I}$	Ohmsches Gesetz im Magnetkreis: $R_M = \frac{V}{\Phi}$
Knotenpunktsatz: $\sum_n I_n = 0$	$\sum_n \Phi_n = 0$
Maschensatz: $\sum U_Q + \sum_n U_n = 0$	$\sum V_M + \sum_n V_n = 0$