

# Interferometrische Meßmethoden mit Femtosekundenlaser-Lichtquelle

**DIPLOMARBEIT**

FRIEDRICH-SCHILLER-UNIVERSITÄT JENA

PHYSIKALISCH-ASTRONOMISCHE  
FAKULTÄT

eingereicht von: Ralf Netz  
geboren am : 20. 09. 1972 in Jena

Jena, am 15. September 1999

1.Gutachter : Prof. Dr. rer. nat. R. Sauerbrey

2.Gutachter : Prof. Dr. rer. nat. habil. L. Wenke

Tag der Verleihung des Diploms : .....

# Inhaltsverzeichnis

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Einleitung</b>  | <b>3</b>  |
| <b>2</b> | <b>Erzeugung ultrakurzer Laserpulse</b>                              | <b>5</b>  |
| 2.1      | Modenkopplung . . . . .  | 5         |
| 2.1.1    | Prinzip der Modenkopplung . . . . .                                  | 7         |
| 2.1.2    | Schneller sättigbarer Absorber . . . . .                             | 9         |
| 2.1.3    | Starten der passiven Modenkopplung . . . . .                         | 11        |
| 2.1.4    | Kerr-Linsen-Modenkopplung . . . . .                                  | 12        |
| 2.2      | Theoretische Beschreibung des fs-Lasers . . . . .                    | 14        |
| 2.2.1    | Einführung . . . . .   | 14        |
| 2.2.2    | Die Mastergleichung . . . . .  | 14        |
| 2.3      | Beschreibung des Ti:Saphir Oszillators . . . . .                     | 18        |
| 2.3.1    | Aufbau des Ti:Saphir Oszillators . . . . .                           | 19        |
| 2.3.2    | Oszillatorstruktur und KLM . . . . .                                 | 20        |
| 2.3.3    | Dispersion im Resonator . . . . .                                    | 25        |
| 2.3.4    | Oszillator-Datenblatt . . . . .                                      | 29        |
| <b>3</b> | <b>Pulsfrontdeformation in optischen Bauelementen</b>                | <b>31</b> |
| 3.1      | Deformation von Laserpulsen durch Linsen und Linsensysteme . . . . . | 31        |
| 3.2      | Messung des Pulsfrontverlaufs . . . . .                              | 35        |
| 3.2.1    | Räumliche Interferometrie . . . . .                                  | 36        |
| 3.2.2    | Spektrale Interferometrie . . . . .                                  | 42        |
| 3.2.3    | Intensitätskreuzkorrelation . . . . .                                | 45        |
| 3.2.4    | Ergebnisse . . . . .   | 47        |
| <b>4</b> | <b>Beugung von ultrakurzen Laserpulsen</b>                           | <b>51</b> |
| 4.1      | Versuchsaufbau . . . . .   | 51        |
| 4.2      | Beugung 1.Ordnung am Einfach- und Doppelspalt . . . . .              | 52        |
| 4.3      | Vermessung der Pulsfront mit dem Doppelspalt . . . . .               | 59        |
| 4.4      | Pulslängenmessung mit dem Doppelspalt . . . . .                      | 62        |
| 4.5      | Zusammenfassung . . . . .  | 67        |
| <b>5</b> | <b>Zusammenfassung</b>   | <b>68</b> |
| <b>A</b> | <b>Ultrakurze Laserpulse</b>   | <b>70</b> |
| A.1      | Mathematische Beschreibung . . . . .                                 | 70        |
| A.2      | Ausbreitung von Laserpulsen in optischen Medien . . . . .            | 73        |
| A.2.1    | Lineare Pulsausbreitung . . . . .                                    | 73        |

# Kapitel 1

## Einleitung

Seit der Entdeckung der Femtosekunden-Laserimpulse hat der Mensch ein Werkzeug, mit dem er schnell ablaufende physikalische Prozesse untersuchen kann. Derartige zeitliche Auflösungen wären vorher undenkbar gewesen und eröffnen faszinierende Möglichkeiten. Mittlerweile werden diese Femtosekunden-Laserimpulse routinemässig in vielen Laboratorien auf der Welt erzeugt und genutzt. Aufgrund ihrer extrem großen spektralen Bandbreite spielen Dispersionseffekte in optischen Medien eine große Rolle. So ist die Dispersion Voraussetzung dafür, daß solche extrem kurzen Lichtimpulse gestreckt bzw. komprimiert werden können. Sie ist aber auch die Ursache für unerwünschte Effekte, insbesondere sei hier die chromatische Aberration, die bei der Fokussierung extrem kurzer Laserpulse auftritt, genannt. Diese frequenzabhängigen Wechselwirkungs- und Ausbreitungsprozesse sind auch die Ursache dafür, daß optische Bauelemente prinzipiell oder bei unzureichender Justage die Pulsfront deformieren und damit die raum-zeitliche Licht-Energie-Verteilung negativ beeinflussen. Pulsfrontdeformation und Pulsverbreiterung tritt auch in Laser-Mikroskopen und dabei insbesondere in den Objektiven auf. Während die Pulsverbreiterung durch entsprechende Pre-chirp-Einheiten sehr gut bis in den sub 10 fs Bereich kompensiert werden kann [14], so ist die weitgehende Vermeidung von Pulsfrontdeformation nur durch bezüglich Öffnungs- und chromatischer Fehler korrigierte Objektive möglich [5, 12]. Pulsfrontdeformation führt zu zeitlich verlängerten Impulsen im Fokus der Objektive [14] und damit zu geringeren Intensitäten. Aber gerade in der Zwei-Photonen-Mikroskopie sind hohe Intensitäten notwendig, da der Prozess der Zwei-Photonen-Absorption quadratisch von der Intensität des eingestrahnten Laserfeldes abhängt [1, 2]. Bei sehr kurzen Pulsen sind geringe mittlere Energien pro Puls notwendig, um hohe Intensitäten zu erreichen, und dies verringert die Strahlenbelastung der zu untersuchenden Objekte und bewahrt sie dadurch vor möglicher Zerstörung. Nur so können über die Anregung geeigneter Farbstoffe dreidimensionale Bilder von transparenten Objekten aufgezeichnet werden ohne diese in ihrer Struktur zu verändern [1]. Der Hauptvorteil der Zwei-Photonen-Anregung gegenüber der Ein-Photon-Anregung liegt darin, daß die Tiefenauflösung durch den Anregungsprozess und nicht durch das Detektionssystem bestimmt wird. Die Moleküle können nur im kleinen Fokusbereich, indem hohe Intensitäten vorhanden sind, angeregt werden.

Das Hauptanliegen der Diplomarbeit bestand darin, die Deformation der Lichtimpulse nach dem Durchlaufen komplexer Mikroskopobjektive qualitativ und quantitativ mittels verschiedener interferometrischer Methoden zu bestimmen. Dazu war das verwendete Titan:Saphir Lasersystem in eine stabile Konfiguration zu bringen, die routinemässige interferometrische Messungen ohne großen Justieraufwand erlaubte.

Weiterhin sollte die Verwendbarkeit eines Doppelspalt zur Messung der Pulsfrontdeformation und der interferometrischen Autokorrelation untersucht werden.

Die vorliegende Arbeit ist im wesentlichen in drei Kapitel untergliedert. Im ersten Kapitel werden die wichtigsten Prinzipien, die bei der Erzeugung von ultrakurzen Pulsen eine Rolle spielen, erläutert. Dabei wird auch das Titan:Saphir Lasersystem besprochen. Im zweiten Kapitel kommen die wichtigsten Meßmethoden zur Bestimmung des Pulsfrontverlaufes in Ort und Zeit zur Sprache und es werden die Ergebnisse der Messungen, die an den Objektiven durchgeführt worden sind, diskutiert. Im dritten Kapitel werden die Resultate zur linearen und nichtlinearen Beugung ultrakurzer Laserpulse am Einfach- und Doppelspalt präsentiert.

# Kapitel 2

## Erzeugung ultrakurzer Laserpulse

In diesem Kapitel sollen die grundlegenden Prinzipien zur Erzeugung ultrakurzer Lichtimpulse erläutert werden. Ultrakurze Pulse, daß bedeutet auch gleichzeitig breite Spektren und hohe Spitzenleistungen. Die Folge davon sind in Wechselwirkung mit Materie auftretende lineare und nichtlineare Effekte, die besonders am Ort der Pulserzeugung eine große Rolle spielen. Im folgenden soll daher das Zusammenspiel der wichtigsten pulsformenden Prozesse erklärt werden. Dazu gehören die passive Modenkopplung, die Selbstamplitudenmodulation (SAM), die in unmittelbarem Zusammenhang zur Modenkopplung steht, die Selbstphasenmodulation (SPM), die optische Verstärkung und die Gruppengeschwindigkeitsdispersion (GVD). An einem Ti:Saphir Oszillator soll dann der Bezug zum Experiment hergestellt werden, d.h. der Einfluß geometrischer Laserparameter auf die Pulsformung wird konkret beschrieben.

### 2.1 Modenkopplung

Vor allem breitbandige Festkörper-Lasermedien sind für die Erzeugung ultrakurzer Laserpulse interessant. Die breiten Emissionsspektren der mit Übergangsmetallen dotierten Laserkristalle eignen sich für die Erzeugung von Lichtpulsen mit Pulsdauern von nur einigen Femtosekunden.

Um dies zu erreichen, müssen beispielsweise in einem 1 Meter langen Resonator über 100000 axiale Lasermoden phasengekoppelt werden, um einen Zug von 100 fs-Impulsen zu erzeugen [23] und dies wird durch passive Modenkopplung realisiert. Die passive Modenkopplung (Phasenkopplung) beruht meist auf einem sättigbaren Absorber, dessen Absorption bzw. Transmission durch den Laserpuls selbst moduliert wird, d.h. die Modenkopplung entsteht durch eine Selbstamplitudenmodulation (SAM). Diese SAM kann viel schneller sein als jede aktive Modulation, deren Geschwindigkeit durch die Steuerelektronik stark begrenzt wird. Mit passiver Modenkopplung können folglich viel kürzere Pulse (fs-Bereich) als durch aktive Modulation (ps-Bereich) erreicht werden. In Abb. 2.1 sind drei passive Modenkopplungstechniken bzw. das dazugehörige Zeitverhalten der Absorber, der Verstärker und der Laserfelder schematisch dargestellt [34].

Die Modenkopplungstechnik in Abb. 2.1 a) basiert auf der Kombination eines sättigbaren Absorbers und eines sättigbaren Verstärkermediums. In diesem Fall wird durch die Sättigung vom Verstärker und vom Absorber ein kurzes Zeitfenster mit positiver Verstärkung geöffnet, das einen ultrakurzen Puls unterstützen kann. Verstärker und Absorber erholen sich i.a. innerhalb einiger Nanosekunden [42] bevor der nächste Impuls kommt (Resonatorgeometrie bestimmt den zeitlichen Abstand der Pulse). Dabei muß aber der sättigbare Absorber sich schneller erholen als das verstärkende Medium [34]. Unter Anwendung zusätzlicher optischer Verstärkung und außerhalb des Resonators liegender Pulskompressionstechnik (siehe [23]) konnten mit dieser

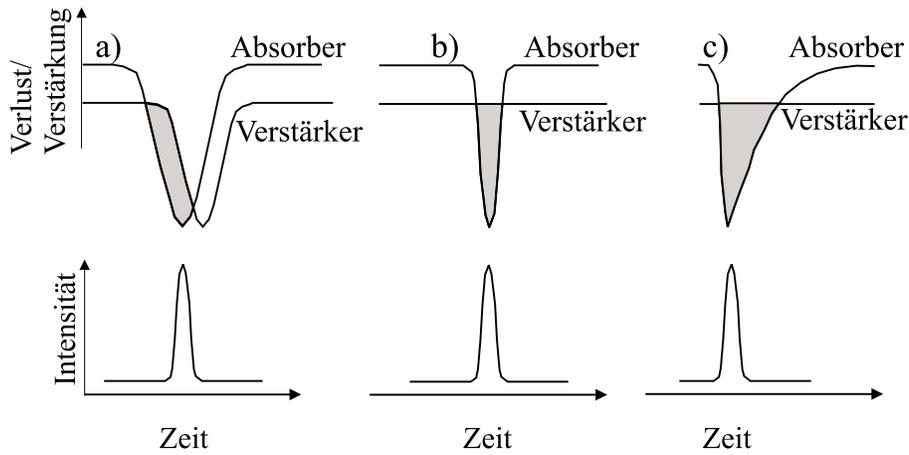


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung von drei passiven Modenkopplungstechniken: a) Passive Modenkopplung mit einem langsamen sättigbaren Absorber, b) mit einem schnellen sättigbaren Absorber und c) Soliton-Modenkopplung [34].

Modenkopplungstechnik Pulslängen von minimal 6 fs erreicht werden [34]. Anwendung findet diese Art der Modenkopplung in Farbstoff- und Halbleiterlasern.

Bei der in Abb. 2.1 c) dargestellten Soliton-Modenkopplung ist das Verstärkungsfenster im stationären Zustand länger offen als die Pulslänge  $\tau_p$  und trotzdem kann der kurze Puls stabil sein. Das liegt daran, daß bei der Soliton-Modenkopplung die Pulsformung durch ein Soliton (nähere Information zum Soliton siehe [22]) bestimmt wird und der langsamere sättigbare Absorber muß dieses Soliton nur stabilisieren und die Modenkopplung starten. Das reduziert die Anforderungen an den sättigbaren Absorber, wodurch sättigbare Halbleiterabsorber zur Erzeugung von sub-10 fs Pulsen verwendet worden sind [34].

Um die großen Emissionsbandbreiten der Festkörpermaterialeffektiv nutzen zu können, braucht man geeignete schnelle Selbstamplitudenmodulation (SAM) im Resonator, denn bei den Festkörperlasern ist die Lebensdauer der Laserniveaus typischerweise sehr viel länger (d.h.  $\mu\text{s}$  bis  $\text{ms}$ ) als die Repetitionsrate (ns). Dadurch kann sich die Sättigung des Verstärkers nicht mehr zwischen den Pulsen erholen, und man erhält keine dynamische Sättigung im Gegensatz zu Farbstoff- und Halbleiterlasern, obwohl Festkörperlaser und Farbstofflaser Sättigungsintensitäten von gleicher Größenordnung haben, was anhand der Tabelle 2.1 und der folgenden Gleichung klar wird.

$$I_s = \frac{h\nu}{\sigma\tau_2}$$

$I_s$ ,  $\sigma$  und  $\tau_2$  sind die Sättigungsintensität, der Verstärkungsquerschnitt und die Laserniveau-Lebensdauer des Lasermaterials. Die Sättigung in Festkörperlasern wird durch die durchschnittliche Intensität bestimmt – deshalb die gerade Verstärkerlinie in Abb. 2.1 b).

In Festkörperlasern kann also nur die Soliton-Modenkopplung oder die Modenkopplung mit einem schnellen sättigbaren Absorber (Abb. 2.1) verwirklicht werden. Schnell ist ein sättigbarer Absorber nur dann, wenn er auf der Grundlage eines nichtresonanten nichtlinearen optischen Prozesses funktioniert. Solch ein schneller Absorber kann mit einem Medium, daß den nichtresonanten optischen Kerr-Effekt zeigt und einer zusätzlichen Blende geformt werden. Man nennt diese Art der Modenkopplung dann Kerr-Linsen-Modenkopplung, kurz KLM (siehe Abschnitt 2.1.4). Nichtresonante passive Modulatoren haben außer ihrer Schnelligkeit auch den Vorteil

Tabelle 2.1: Der Verstärkungswirkungsquerschnitt  $\sigma$  und die Lebensdauer des Laserniveaus  $\tau_2$  für verschiedene Lasermaterialien [34]

| <b><i>Lasermaterial</i></b> | $\sigma$                                  | $\tau_2$                  |
|-----------------------------|---|---------------------------|
| Halbleiter-Laser            | $\approx 10^{-14} \text{ cm}^2$           | $\approx 1 \text{ ns}$    |
| Rhodamine 6G                | $\approx 10^{-16} \text{ cm}^2$           | $\approx 5 \text{ ns}$    |
| Ti:Saphir (780 nm)          | $\approx 3.8 \cdot 10^{-19} \text{ cm}^2$ | $\approx 2.5 \mu\text{s}$ |
| Cr:Saphir (694.3 nm)        | $\approx 2.5 \cdot 10^{-20} \text{ cm}^2$ | $\approx 3 \text{ ms}$    |
| Cr:LiSAF (830 nm)           | $\approx 4 \cdot 10^{-20} \text{ cm}^2$   | $\approx 67 \mu\text{s}$  |
| Nd:YAG (1064 nm)            | $\approx 6.5 \cdot 10^{-19} \text{ cm}^2$ | $\approx 250 \mu\text{s}$ |
| Nd:YLF (1047 nm)            | $\approx 1.8 \cdot 10^{-19} \text{ cm}^2$ | $\approx 450 \mu\text{s}$ |
| Nd:Glas (1054 nm)           | $\approx 4 \cdot 10^{-20} \text{ cm}^2$   | $\approx 350 \mu\text{s}$ |

über einen breiten Wellenlängenbereich anwendbar zu sein [40], was auch für den Kerr-Effekt zutrifft.

### 2.1.1 Prinzip der Modenkopplung

Modenkopplung ist sowohl bei homogen als auch bei inhomogen verbreiterten Laserübergängen möglich. Im letzteren Fall kann der Laser auf mehreren unabhängigen axialen Moden innerhalb des Verstärkungsprofils oszillieren. Die axialen Moden des Resonators werden dabei durch die Randbedingungen des Resonators bestimmt. Die Intensitätsverteilung auf die verschiedenen axialen Moden und die Phasenbeziehung zwischen diesen Moden bestimmt die ultrakurze Pulserzeugung.

Wenn in einem Laser mehrere axiale Moden gleichzeitig oszillieren, kann die elektrische Feldstärke in folgender Form angegeben werden [24]:

$$E_{ax}^+(t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{m=1}^N |\tilde{E}^+(\omega_m)| e^{i\phi(\omega_m) + i\omega_m t} = \frac{1}{2\pi} \sum_{m=1}^N \tilde{E}^+(\omega_m) e^{i\omega_m t} \quad (2.1)$$

$|\tilde{E}^+(\omega_m)| e^{-i\phi(\omega_m)}$  ist die komplexe spektrale Feldstärkeverteilung und berücksichtigt die Form des Verstärkungsprofils des Lasermaterials (z.B. Gauß-Profil) und die spektrale Phase der überlagerten Moden. Die Schreibweise ist entsprechend Abschnitt A.1 gewählt.

Wenn die komplexe spektrale Feldstärkeverteilung zufälligen Charakter hat, so ergeben sich im Zeitbereich Amplituden- und Phasenfluktuationen. Bringt man aber die spek. Feldstärkeverteilung inklusive Phase in einen definierten Zustand, so erhält man:

$$\begin{aligned} E_{ax}^+(t) &= \frac{1}{2\pi} \sum_{m=1}^N \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \delta(\omega - m\Delta\omega_{ax}) \tilde{E}^+(\omega) \exp\{i\omega t\} \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \exp\{i\omega t\} \left\{ \tilde{E}^+(\omega) \cdot \sum_{m=1}^N \delta(\omega - m\Delta\omega_{ax}) \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \exp\{i\omega t\} \left\{ \tilde{E}^+(\omega) \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - m\Delta\omega_{ax}) \right\} \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} dt' E^+(t') \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_{ax} - t') \\
&= \sum_{n=-\infty}^{\infty} E^+(t - nT_{ax}) \tag{2.2}
\end{aligned}$$

$\Delta\omega_{ax}$  ist der axiale Modenabstand. Die einzelnen Pulse  $E^+(t) = \mathcal{F}^{-1}\{\tilde{E}^+(\omega)\}$  haben eine Pulslänge, die durch die Breite des Spektrums  $|\tilde{E}^+(\omega)|$  bestimmt ist und eine Repetitionsrate  $\Delta\nu_{ax} = 1/T_{ax}$ .  $T_{ax}$  ist der zeitliche Abstand zwischen den kurzen Pulsen bzw. die Resonatorumlaufzeit. Bei den obigen Berechnungen wurde angenommen, daß die Verstärkungskurve die Anzahl der gekoppelten Moden bestimmt.

In Abbildung 2.2 ist ein gemessener Ausschnitt aus einem quasi unendlichen Pulszug dargestellt. Die kurzen Pulse wurden dabei mit einer schnellen Photodiode am Ausgang des in den Experimenten zur Pulsfrontvermessung benutzten Ti:Saphir-Oszillators (siehe Kapitel 3) detektiert.

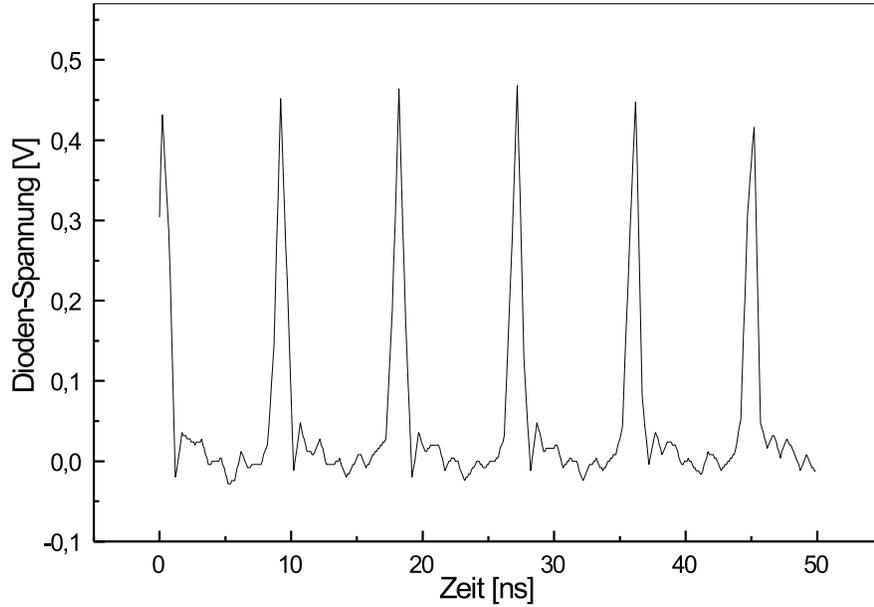


Abbildung 2.2: Gemessener stabiler Pulszug aus einem selbstgebauten Ti:Saphir-Oszillator [3]. Die Messung erfolgte mit einer schnellen Photodiode und einem Oszilloskop. Der zeitliche Pulsabstand und die mittlere Leistung betragen 9.5 ns bzw. 440 mW.

Aus der Stabilitätsbedingung für einen Laserresonator [34]

$$e^{g-l} e^{i\phi} = 1 \tag{2.3}$$

( $g$  - Intensitätsverstärungskoeffizient pro Resonatorumlauf,  $l$  - Intensitätsverlustkoeffizient pro Resonatorumlauf,  $\phi$  Phasenverschiebung pro Umlauf) folgt im stationären Zustand mit  $g=l$  (Verluste werden von Verstärkung kompensiert):

$$\phi(\lambda_m) = 2\pi m = 2k(\lambda_m)d = \frac{4\pi}{\lambda_m}n(\lambda_m)d \quad , \quad m = 0, 1, 2 \dots \quad (2.4)$$

$k$  ist der Betrag des frequenz- bzw. wellenlängenabhängigen Wellenzahlvektors und steht über die Dispersionsrelation (Gl. A.28) mit der Brechzahl  $n(\lambda)$  in Zusammenhang. Die axiale Wellenlänge kann aus Gl. 2.4 bestimmt werden:

$$\lambda_m = \frac{2n(\lambda_m)d}{m}, \quad m = 0, 1, 2 \dots \quad (2.5)$$

Mit

$$\Delta\phi = \phi(\lambda_{m+1}) - \phi(\lambda_m) = 2\pi \approx \left. \frac{d\phi}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_m} (\Delta\omega_{ax}) \quad (2.6)$$

ergibt sich

$$\Delta\omega_{ax} = 2\pi \frac{v_g}{2d}, \quad \Delta\nu_{ax} = \frac{v_g}{2d} \quad . \quad (2.7)$$

$v_g$  ist die Gruppengeschwindigkeit im Medium mit der Brechzahl  $n(\lambda)$  (zur Definition der Gruppengeschwindigkeit siehe Abschnitt A.2.1).

Man sieht an den Gleichungen zuvor, die strenggenommen nur bei unendlich ausgedehnten ebenen Resonatorspiegeln und wenn der Resonator vollständig mit einem homogenen Medium ausgefüllt ist gelten, daß bei konstant gehaltener Resonatorlänge  $d$  das Spektrum umso breiter ist, je mehr axiale Moden gekoppelt werden, was wiederum Voraussetzung dafür ist, einen ultrakurzen Puls erzeugen zu können. Dabei müssen die axialen Moden bezüglich der Verstärkung über der Laserschwelle liegen.

### 2.1.2 Schneller sättigbarer Absorber

Die Absorption eines sättigbaren Absorbers ist bei niedrigen Lichtleistungen hoch und bei hohen Lichtleistungen niedrig, denn die Absorption wird durch den Lichtimpuls gesättigt und damit reduziert. Beispielsweise wird im Halbleiter die Absorption vom Valenzband ins Leitungsband verringert, wenn bestimmte Zustände schon besetzt sind, da nach dem Pauliprinzip ein Zustand höchstens mit 2 Fermionen (Elektronen) besetzt werden kann.

Das zeitliche Verhalten eines sättigbaren Absorbers wird mathematisch folgendermaßen beschrieben [34]:

$$\frac{dq(t)}{dt} = -\frac{q(t) - q_0}{\tau_A} - \frac{q(t)P(t)}{E_{sat,A}} \quad (2.8)$$

Es gilt folgende Notation:

|             |  |
|-------------|--|
| $q(t)$      | sättigbarer Verlustkoeffizient für Amplituden  |
| $q_0$       | nicht-gesättigter Verlustkoeffizient - das ist auch der maximale Verlustkoeffizient des sättigbaren Absorbers (angenommen er hat keine nicht-sättigbaren Verluste) |
| $\tau_A$    | Erholzeit des sättigbaren Absorbers  |
| $P(t)$      | momentane Leistung auf dem Absorber zu einer bestimmten Zeit   |
| $E_{sat,A}$ | Sättigungsenergie des Absorbers  |
| $A_A$       | Laserstrahlquerschnittsfläche auf dem Absorber   |
| $F_{sat,A}$ | Sättigungsflußdichte des Absorbers: $F_{sat,A} = \frac{E_{sat,A}}{A_A}$  |
| $I_{sat,A}$ | Sättigungsintensität des Absorbers: $I_{sat,A} = \frac{F_{sat,A}}{\tau_A}$   |
| $I_A(t)$    | auf den Absorber auffallende momentane Pulsintensität  |

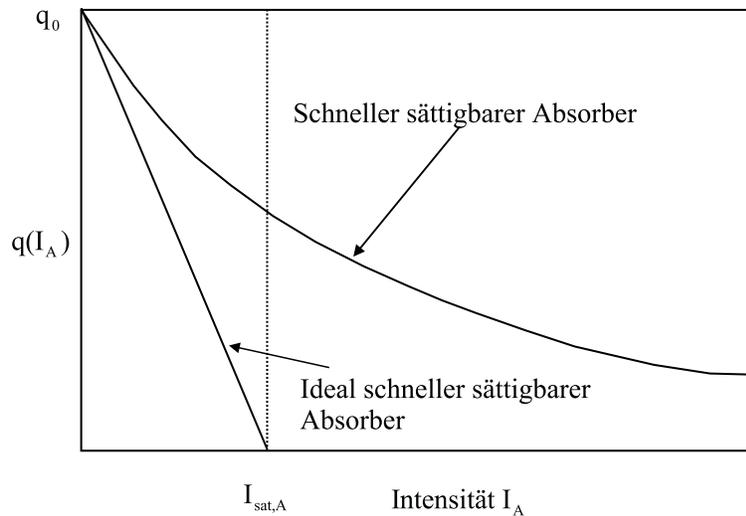


Abbildung 2.3: Schematische Darstellung des sättigbaren Verlustkoeffizienten  $q(I_A(t))$  als Funktion der momentanen Pulsintensität  $I_A(t)$  nach den Gleichungen 2.10 und 2.11 (ideales Sättigungsverhalten).

Ein schneller sättigbarer Absorber ist durch  $\tau_P \gg \tau_A$  charakterisiert, er reagiert quasi instantan auf den einfallenden Laserpuls. Dadurch kann man in Gleichung 2.8  $dq/dt=0$  setzen und als Lösung der DGl. 2.8 ergibt sich [34, 26]:

$$q(t) = \frac{q_0}{1 + \frac{P(t)\tau_A}{E_{sat,A}}} \quad (2.9)$$

Mit  $\frac{P(t)}{P_{sat,A}} = \frac{I_A(t)}{I_{sat,A}}$  erhält man dann:

$$q(t) = \frac{q_0}{1 + \frac{I_A(t)}{I_{sat,A}}} \quad (2.10)$$

Wenn der Absorber schwach gesättigt wird, d.h.  $I_A(t) \ll I_{sat,A}$  dann folgt aus der vorigen Gleichung nach einer Taylorentwicklung bis zur 1. Ordnung

$$q(t) \approx q_0 \left( 1 - \frac{I_A(t)}{I_{sat,A}} \right) = q_0 - \gamma I_A(t) \quad (2.11)$$

mit

$$\gamma \equiv \frac{q_0}{I_{sat,A}} \quad (2.12)$$

Man nennt das Verhalten des Absorbers bei schwacher Sättigung auch ideales Sättigungsverhalten. In Abb. 2.3 sind die Gleichungen 2.10 und 2.11 graphisch veranschaulicht [34].

Nur mit Gleichung 2.11 kann eine analytische Lösung der Mastergleichung, die das Laserfeld mathematisch beschreibt, gefunden werden. Auf die Mastergleichung wird in Abschnitt 2.2.2 näher eingegangen.

### 2.1.3 Starten der passiven Modenkopplung

Grundlegende Voraussetzung dafür, daß ein Laser in den modengekoppelten Zustand übergehen kann, ist, daß der Laser im modengekoppelten Zustand weniger Verluste hat als im cw-Betrieb. Dies ergibt sich in dem Fall, daß der sättigbare Absorber für Pulse stärker gesättigt wird als für kontinuierliches Licht. Im gepulsten Zustand ist der Verlustkoeffizient näherungsweise durch die Gleichung 2.11 gegeben:

$$q_{Puls} \approx q_0 \left( 1 - \frac{I_0}{I_{sat,A}} \right) = q_0 (1 - x_{Puls})$$

wobei  $I_0$  die Spitzenintensität im Puls auf dem Absorber ist. Für den cw-Modus gilt analog

$$q_{cw} \approx q_0 \left( 1 - \frac{I}{I_{sat,A}} \right) = q_0 (1 - x_{cw})$$

wobei  $I$  die durchschnittliche Intensität auf dem Absorber ist. Der 2. Term in der Klammer beschreibt jeweils das Sättigungsverhalten.

Mit der Annahme, daß der funktionelle Zusammenhang zwischen der mittleren Intensität im cw-Modus und der Spitzenintensität im Puls durch die Gleichung

$$I \approx \frac{I_0 \tau_P}{T_R}$$

beschrieben werden kann, ergibt sich die wichtige Gleichung [34]

$$x \equiv x_{Puls} = \frac{I_0}{I_{sat,A}} \approx \frac{I T_R}{I_{sat,A} \cdot \tau_p} = x_{cw} \frac{T_R}{\tau_p}$$

$T_R$  ist die Resonatorumlaufzeit.

Für  $T_R \gg \tau_P$  ist die Sättigung für Pulse viel stärker als für cw-Licht, d.h.

$$T_R \gg \tau_P \quad \Rightarrow \quad x_{Puls} \gg x_{cw}$$

Bei hohen Pulsrepetitionsraten wird das Verhältnis  $T_R/\tau_P$  immer kleiner, und damit verkleinert sich der Unterschied in der Sättigung. Dadurch wird verständlich, daß es schwieriger sein kann, bei hohen Pulsrepetitionsraten passiv modenzukoppeln. Die meisten Oszillatoren werden mit einer Repetitionsrate im Bereich von 80 MHz betrieben, dabei spielt auch die Kerr-Linsen-Modenkopplung eine Rolle, die eine bestimmte Resonatorgeometrie erfordert [40].

Die Modenkopplung in einem cw-gepumpten Laser startet durch normale Intensitätsfluktuationen. Eine Fluktuation, die ein bißchen größer als die anderen ist, kann die Verluste im sättigbaren Absorber besser reduzieren und damit die Verstärkung mehr sättigen, d.h. diese Fluktuation wird vor allem verstärkt, wodurch der Absorber noch stärker gesättigt werden kann u.s.w. . So baut sich nach vielen Umläufen langsam ein modengekoppelter Puls auf. Am Anfang sind diese Pulse sehr lang, so daß die anfängliche Reduzierung der Verluste durch den sättigbaren Absorber mit einem cw-Strahl verglichen werden kann. Ein cw-Strahl sättigt den Absorber viel weniger stark als ein gepulster Strahl. Wenn der Absorber gerade so von den Pulsen gesättigt wird (d.h.  $I_0 \approx 5I_{sat,A}$ ), dann wird der sättigbare Absorber im cw-Betrieb fast nicht gesättigt (d.h.  $I \ll I_{sat,A}$ ), falls  $T_R \gg \tau_p$ . Damit eine Intensitätsfluktuation genügend weniger Verluste erfährt, muß während der Aufbauphase

$$\left. \frac{dq}{dI} \right|_{I=0} = -\frac{q_0}{I_{sat,A}}$$

sehr groß werden, was genau dann erfüllt ist, wenn die Sättigungsintensität sehr klein wird. Die Sättigungsintensität kann aber nicht beliebig verringert werden, da sonst die Pulserzeugung nicht mehr stabil funktionieren kann. Man sieht also, die Pulserzeugung hängt entscheidend von der optimalen Funktion der SAM ab.

Typische Aufbauzeiten der modengekoppelten Pulse liegen im 100  $\mu s$ -Bereich. Damit ist die Aufbauzeit der Pulse viel länger als die der cw-Laseroszillation, die typischerweise im  $ns$ -Bereich ist.

#### 2.1.4 Kerr-Linsen-Modenkopplung

Beim optischen Kerr-Effekt wird der Brechungsindex intensitätsabhängig und die zusätzliche Brechungsindexänderung ist gegeben durch [34]:

$$\Delta n(r, t) = n_2 |A(r, t)|^2 / A_K \quad (2.13)$$

$n_2$  ist der nichtlineare Brechungsindexkoeffizient mit  $[n_2] = cm^2/W$ .  $A(r, t)$  ergibt sich aus der Gleichung A.16 und das Betragsquadrat von  $A(r, t)$  entspricht der momentanen Pulsleistung  $P(r, t)$  auf dem Absorber.  $A_K$  ist die Querschnittsfläche des Laserstrahls im Kerr-Medium.

Der Laserkristall funktioniert aufgrund dieser Brechungsindexvariation als Linse deren Brennweite sich in Abhängigkeit von der Intensität innerhalb des Resonators ändert. Unter der Annahme einer parabolischen Brechungsindexvariation, die man aus der Formel für einem Gaußschen Strahl TEM<sub>00</sub> unter der Annahme kleiner Entfernungen vom Intensitätsmaximum bzw.  $x^2 + y^2 \ll w^2$  erhält, ergibt sich die Brennweitennäherung

$$f = \frac{w^2}{4n_2 I_0 L} \quad (2.14)$$

$I_0$  ist die Spitzenintensität,  $L$  die Länge des Kerr-Medium und  $w$  der Laserstrahlradius.

Beispielsweise findet man bei einer Pulsdauer von 100 fs, einer Repetitionsrate von 100 MHz, 500 mW mittlerer Leistung, einer Kristalllänge von 1 mm und mit  $n_2 = 3 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2/\text{W}$  (Titan-Saphir) eine Brennweite von 5.2 mm. Im Ti:saphir Laser ist der Kristall auch gleichzeitig das Kerr-Medium. Die Brennweitenformel stellt insofern eine Näherung dar, da außer der Zeitabhängigkeit auch die Veränderung der Taille mit der Ausbreitung vernachlässigt wurde.

Wird der Strahl durch die Kerr-Linse zu stark fokussiert, so kann dies zum katastrophalen Strahlkollaps führen, der sich in einem Aufbrechen des Strahls in Filamente äußert. Die Leistungsschwelle bei der ein möglicher Kollaps stattfinden kann, ist durch die kritische Leistung [25]

$$P_{cr} = \frac{a\lambda^2}{8\pi n_0 n_2} \quad (2.15)$$

gegeben, in Abhängigkeit von der nichtlinearen Phasendeformation kann der Faktor  $a$  Werte zwischen 3.77 und 6.4 annehmen [25].  $\lambda$  und  $n_0$  sind die Laserwellenlänge bzw. die lineare Brechzahl. Die kritische Leistung für Saphir beträgt 2.6 MW bei 800 nm. Die Pulsspitzenleistung  $P_{Peak}$  im Resonator beträgt bei 400 mW mittlerer Leistung  $P_{avg}$ , 105 MHz Repetitionsrate  $f$ , 25 fs Pulsdauer  $\tau_p$  und 12 % Auskoppler nach der Gleichung [2]

$$P_{Peak} \approx 0.94 \cdot \frac{P_{avg}}{f \tau_p} \quad (2.16)$$

zirka 1.2 MW und liegt damit unter der kritischen Leistung.

In Kombination mit einer Blende kann der Effekt der Selbstfokussierung in eine effektive Selbstamplitudenmodulation (SAM) konvertiert werden. Man hat somit einen schnellen künstlichen Absorber, der auf dem nichtresonanten in einem breiten spektralen Bereich kaum von der Wellenlänge und sonstiger spektroskopischer Parameter abhängigen Kerr-Effekt beruht.

Da der Kerr-Effekt intensitätsabhängig ist, wird die Strahltaile im Pulsbetrieb gegenüber dem cw-Betrieb verändert sein. An geeigneter Stelle, wo die cw-Mode einen größeren Durchmesser hat, kann dann eine Blende, im einfachsten Fall ein Spalt oder eine Prismenkante, eingebracht werden (siehe Abb. 2.4), die die cw-Mode damit unterdrückt, was wiederum die Verstärkung der gepulsten Mode erhöht und den modensynchronisierten Zustand stabilisiert (harte Apertur)[3]. Neben einer harten Apertur gibt es auch die weiche Apertur, die durch das räumliche Verstärkungsprofil im Laserkristall gegeben ist.

Der Laserkristall wird longitudinal gepumpt und folglich hat das Verstärkungsprofil die Struktur wie die Pumpmode im Kristall. Handelt es sich um eine Gaußsche Pumpmode  $\text{TEM}_{00}$ , so hat das Verstärkungsprofil die gleiche Struktur. Im Pulsbetrieb ist die Strahltaile kleiner als im cw-Betrieb und daher kann bei guten Überlapp der Pumpmode mit der Pulsmode der umlaufende Laserpuls die Inversion besser abbauen und der modensynchronisierte Zustand erfährt eine höhere Verstärkung. Das sogenannte Gain-Profil wirkt aufgrund dieser selektiven Verstärkung wie eine weiche Blende (engl. soft aperture).

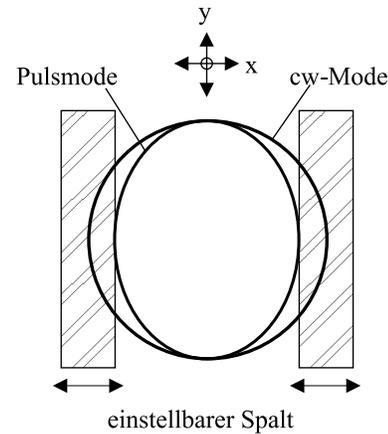


Abbildung 2.4: Schematische Darstellung einer Blende im Strahlengang; die Selbstfokussierung ist in x- und y-Richtung unterschiedlich

## 2.2 Theoretische Beschreibung des fs-Lasers

### 2.2.1 Einführung

Möchte man ultrakurze Laserpulse erzeugen, so sind ein schneller sättigbarer Absorber zur Modenkopplung (SAM) und ein breitbandiges optisches Verstärkermedium allein noch nicht ausreichend. Es werden weiterhin ein Resonator mit optischen Bauteilen zur Dispersionsregelung und ein Phasenmodulator benötigt. Die Dispersion ist für die Lichtimpulse besonders wichtig, da sie die Ursache für Pulsverbreiterung bzw. Pulsverkürzung ist (die Dispersion (GVD) wird im Kapitel A.2 ausführlich beschrieben). Phasenmodulation bedeutet, daß der Puls seine Phase selbst moduliert und dies kann in einem Medium, daß den in Abschnitt 2.1.4 beschriebenen intensitätsabhängigen Kerr-Effekt zeigt, stattfinden. Die intensitätsabhängige Brechzahländerung führt dann zur sogenannten Selbstphasenmodulation (SPM). Die gleichzeitige Anwesenheit von SPM und negativer GVD (z.B. nichtlineare Pulsausbreitung in einer Glasfaser) kann zur Ausbildung optischer Solitonen führen. Optische Solitonen 1.Ordnung sind Pulse, die sowohl im Zeitbereich als auch im Frequenzbereich keine Veränderung erfahren. Die Stabilität der Solitonen ist dadurch zu begründen, daß sich die Einflüsse von SAM und GVD auf den Puls während der Ausbreitung im Medium bei negativer Dispersion gerade aufheben [22]. Im fs-Laser sind neben SPM und GVD das verstärkende Medium und die Selbstamplitudenmodulation (SAM) vorhanden. Die SAM macht die Erzeugung von fs-Impulsen erst möglich und stabilisiert sie. Im Fall der Kerr-Linsen-Modenkopplung (KLM) ist es die Selbstfokussierung im Verstärker-Material zusammen mit einer weichen oder harten Blende (siehe Abschnitt 2.1.4), die die SAM realisiert. Unter Anwesenheit von SAM, GVD, SPM und eines optischen Verstärkers nennt man die Pulsformung solitonartig [41].

Im folgenden Abschnitt wird ein mathematisches Modell zur Beschreibung des Laserfeldes  $A(t)$ , die Mastergleichung, überblickartig bei Anwesenheit von SAM, SPM, Dispersion, eines optischen Verstärkers und Verlusten im Resonator erläutert. Aus der Mastergleichung folgen wichtige Zusammenhänge, die das Wechselspiel der zuvor genannten Komponenten und deren Einfluß auf das Laserfeld  $A(t)$  erklären.

Auf den essentiellen Punkt der Dispersionsregelung im Resonator wird im Abschnitt 2.3 näher eingegangen.

### 2.2.2 Die Mastergleichung

Die Mastergleichung

$$\boxed{T_R \frac{\partial A(T, t)}{\partial T} = \sum_i \Delta A_i} \quad (2.17)$$

erhält man nur unter Verwendung einiger Näherungen. Zum einen wird angenommen, daß die vier Komponenten SAM, SPM, Dispersion, Verstärkung und Verluste simultan wirken, d.h. man vernachlässigt die diskrete Anordnung dieser Komponenten im Resonator. Desweiteren werden die Operatoren, die die Wechselwirkung des Laserfeldes  $A(t)$  mit den vier Komponenten beschreiben, in Taylorreihen entwickelt und man betrachtet nur die ersten Terme dieser Reihen, so daß sich teilweise eine Linearisierung einiger Operatoren ergibt. Diese Vorgehensweise ist nur gerechtfertigt, wenn die vier Komponenten das Laserfeld bei einem Umlauf im Resonator schwach beeinflussen. Nach Haus et al. [42] lassen sich die Wechselwirkungsterme in Gleichung 2.17 für das Laserfeld  $A(t)$  folgendermaßen formulieren:

**Verstärkung und Verluste:**

$$\Delta A_1 = g \left( 1 + \frac{1}{\Omega_g^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) A - l_0 A \quad (2.18)$$

$g$  ist die gesättigte Verstärkung des Lasermaterials der Länge  $L_g$ , d.h.  $g = g(z)L_g$ , wobei  $g(z)$  der Verstärkungskoeffizient ist [34].  $l_0$  beinhaltet neben  $q_0$  auch alle nichtsättigbaren Resonatorverluste (z.B. durch den Auskoppelspiegel, die nichtsättigbaren Absorberverluste u.s.w.). Mit  $\Delta\omega_g$  wird die Halbwertsbreite (FWHM) der Verstärkungslinie bezeichnet ( $\Delta\omega_g \gg 1\text{THz}$ ) und es gilt:  $\Omega_g \equiv \Delta\omega_g/2$ .

**SPM:**

$$\Delta A_2 = -i\bar{\delta}|A|^2 A \quad (2.19)$$

$\bar{\delta}$  ist der Selbstphasenmodulationskoeffizient  $\delta = kn_2 L_K$  dividiert durch die Querschnittsfläche  $A_K$  des Laserstrahls auf dem Kerr-Medium (siehe auch [22]).  $n_2$ ,  $k$ , und  $L_K$  sind der nichtlineare Brechungsindexkoeffizient (siehe Abschnitt 2.1.4), der Betrag des Wellenzahlvektors im Vakuum bzw. die Länge des Kerr-Mediums, die beispielsweise im Ti:Saphir-Laser identisch mit der Länge des Lasermaterials  $L_g$  ist.

**SAM:**

$$\Delta A_3 = \bar{\gamma}|A|^2 A \quad (2.20)$$

wobei die totalen Verluste gegeben sind durch:  $l(t) = l_0 - \bar{\gamma}|A(t)|^2$ .  $\bar{\gamma}$  ergibt sich aus Gleichung 2.12 nach Division durch die Fläche  $A_A$  des Laserstrahls auf dem Absorber (Abschnitt 2.1.2).

**GVD:**

$$\Delta A_4 = i\frac{1}{2}k''(\omega_l)L_d \frac{\partial^2}{\partial t^2} A = iD \frac{\partial^2}{\partial t^2} A \quad (2.21)$$

$L_d$  ist die Länge der dispersiven Strecke im Laser.  $k''(\omega_l)$  entspricht der Dispersion 2.Ordnung (GVD) und ist im Abschnitt A.2 definiert.

**GVD 3.Ordnung:**

$$\Delta A_5 = -\frac{1}{6}k'''(\omega_l)L_d \frac{\partial^3}{\partial t^3} A = -\frac{1}{6}D_3 \frac{\partial^3}{\partial t^3} A \quad (2.22)$$

Analog zur Dispersion 2.Ordnung können Dispersionsterme höherer Ordnung (in diesem Fall 3.Ordnung:  $k'''(\omega_l)$ ) in der Mastergleichung berücksichtigt werden (siehe auch Abschnitt A.2).

**Phasenverschiebung:**

$$\Delta A_6 = e^{-i\psi} A \approx -i\psi A \quad (2.23)$$

Ohne Dispersion 3.Ordnung lautet die **Mastergleichung**:

$$\boxed{T_R \frac{\partial A}{\partial T} = g \left( 1 + \frac{1}{\Omega_g^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) A - l_0 A + \bar{\gamma}|A|^2 A + iD \frac{\partial^2}{\partial t^2} A - i\bar{\delta}|A|^2 A - i\psi A} \quad (2.24)$$

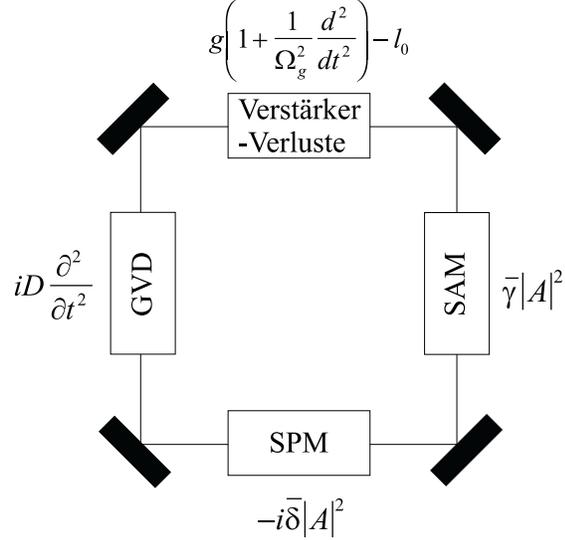


Abbildung 2.5: Schematische Darstellung der wichtigsten Komponenten zur solitonartigen Pulsformung [42].

Die Zeitskala  $T$  beschreibt die zeitliche Veränderung im Verlauf mehrerer Resonatorumlaufzeiten  $T_R$  und ist dann sinnvoll einzuführen, wenn die Veränderungen pro Resonatorumlaufzeit klein sind. Die Zeitskala  $t$  beschreibt die detaillierte Zeitabhängigkeit der Pulseinhüllenden  $A$ .  $A$  ist so normiert, daß das Betragsquadrat von  $A$  der momentanen Pulsleistung  $P(t)$  entspricht. In Abbildung 2.5 sind die wichtigsten Pulsformungs-Komponenten und deren Mastergleichungs-Operatoren veranschaulicht.

Die stationäre Lösung der Gleichung 2.24 kann mit dem folgenden Ansatz gewonnen werden:

$$A(t) = A_0 \left[ \operatorname{sech} \left( \frac{t}{\tau_p} \right) \right]^{1+i\beta} \quad (2.25)$$

Stationär heißt dabei, daß sich bezüglich  $T$  nichts mehr ändert ( $\partial A / \partial T = 0$ ). Nach Einsetzen des Lösungsansatzes in die Mastergleichung ergeben sich die Bestimmungsgleichungen für die Frequenzmodulation  $\beta$  (engl. chirp) und die Pulsdauer  $\tau_p$ :

$$D_n \equiv \frac{D}{g} = \frac{D}{D_g} \quad \chi \equiv \frac{\bar{\delta} D_n - \bar{\gamma}}{\bar{\delta} + \bar{\gamma} D_n}$$

$$\beta = -\frac{3}{2} \chi \pm \sqrt{\left( \frac{3}{2} \chi \right)^2 + 2} \quad (2.26)$$

$$\tau_p = \frac{2}{E_P} \left[ \frac{2D_g - D_g \beta^2 - 3\beta D}{\bar{\gamma}} \right] = \frac{2}{E_P} \left[ \frac{-2D + D\beta^2 - 3\beta D_g}{\bar{\delta}} \right] \quad (2.27)$$

$E_P$  ist die Pulsenergie.

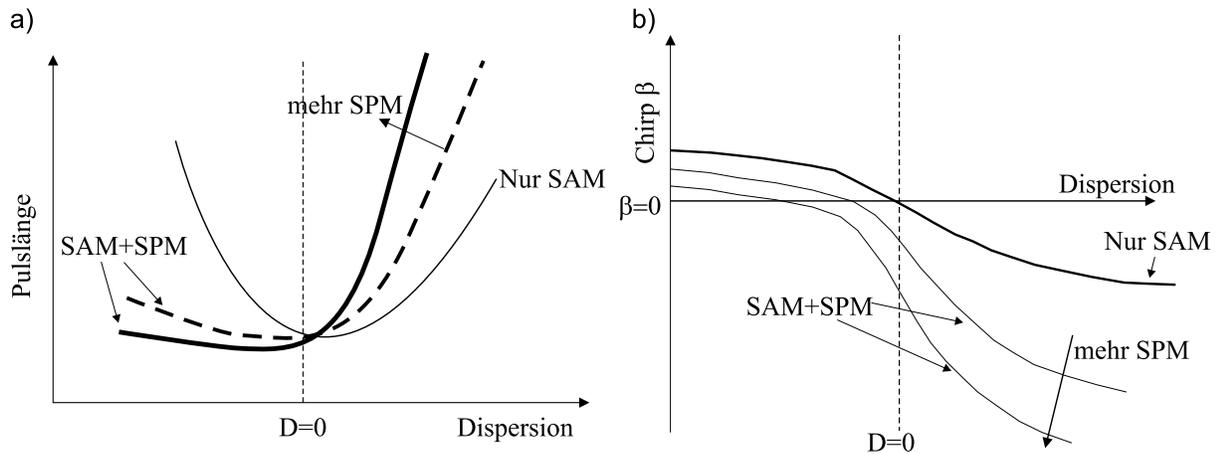


Abbildung 2.6: Qualitative Darstellung der Pulslänge  $\tau_p$  [Abb. a)] und der der Frequenzmodulation  $\beta$  [Abb. b)] als Funktion der Dispersion  $D$  (siehe [42]). Es ist außerdem der Einfluß von SPM und SAM auf Pulslänge und Frequenzmodulation veranschaulicht.

In Abbildung 2.6 b) ist die Frequenzmodulation  $\beta$  als Funktion der Dispersion  $D$  qualitativ aufgetragen (aus [42]). Es ist zu erkennen, das SPM die Frequenzmodulation im positiven GVD-Bereich vergrößert, während der SPM-Einfluß im negativen GVD-Bereich geringer ist. SAM hat keinen großen Einfluß auf den Chirp im negativen GVD-Bereich, aber im positiven GVD-Bereich

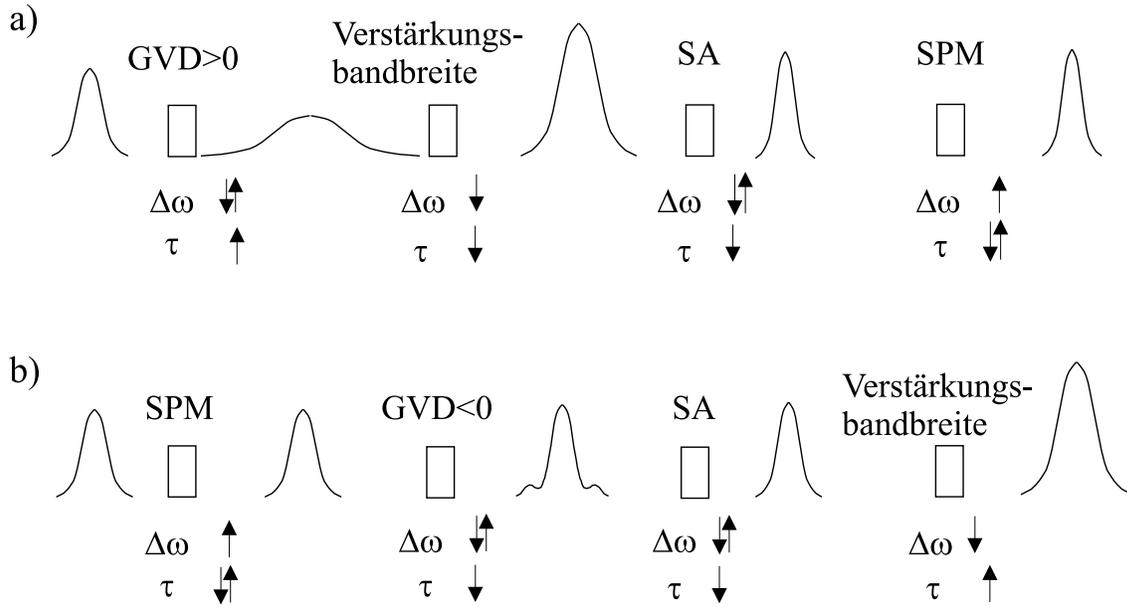


Abbildung 2.7: Pulsentwicklung innerhalb eines Resonatorumlaufs bei der Modenkopplung mit einem schnellen sättigbaren Absorber (SA): a) positiver GVD-Bereich: Pulse sind stark gechirpt  $\tau_p \gg 1/\Delta\omega$ . Die Verstärkungsbandbreite verkürzt den Puls. Starke SAM ist nötig, um den Puls stabil zu halten. b) negativer GVD-Bereich: Kurze Pulse  $\tau_p \approx 1/\Delta\omega$ . SPM mit negativer GVD verkürzt den Puls (Solitoneffekt) und SAM stabilisiert den Puls.

wird die Frequenzmodulation durch eine stärkere SAM reduziert (siehe auch Gl. 2.27). Ist  $\beta = 0$  so handelt es sich um ein Soliton.

Die Pulslänge als Funktion der Dispersion  $D$  (Gleichung 2.27) ist in Abbildung 2.6 a) qualitativ aufgetragen [42] und es ergeben sich folgende Abhängigkeiten. **Positiver GVD-Bereich** ( $D_n > 1$ ): Hier ist der Puls stark frequenzmoduliert (siehe Abbildung 2.6 b)). Im allgemeinen verbreitert die Verstärkungsdispersion einen Puls (z.B. wenn das durch Selbstphasenmodulation verbreiterte Spektrum aufgrund der endlichen Verstärkungsbandbreite beschnitten wird, d.h. es werden möglicherweise nicht alle Frequenzen verstärkt), aber nach Gleichung 2.27 ist eine Verkürzung der Pulsdauer bei starker Frequenzmodulation möglich. **Einfluß der SAM-Stärke auf die Pulsdauer**: Im negativen GVD-Bereich hängt die Pulslänge nicht sehr stark von der SAM ab, aber im positiven GVD-Bereich kann man mit starker SAM viel kürzere Pulse erreichen (siehe Gl. 2.27). **Einfluß der SPM-Stärke auf die Pulsdauer**: Für jeden GVD-Bereich hat die Stärke der SPM einen großen Einfluß auf die Pulsdauer. Im negativen GVD-Bereich verkürzt SPM die Pulslänge, aber im positiven GVD-Bereich wird die Pulslänge größer.

In Abbildung 2.7 ist die Pulsentwicklung, wie sie bei Anwesenheit der zuvor genannten Komponenten im Resonator ablaufen kann, zusammenfassend dargestellt.

Zur Charakterisierung der Stabilität der Lösung der Mastergleichung wird das Kriterium herangezogen, daß die Verluste für cw-Störungen  $l_{cw}$  größer sind als die zeitlich gemittelten Verluste für Pulse. Dieses Kriterium liefert folgende Stabilitätsbedingung [34]:

$$g - l_0 = -(1 - \beta^2) \frac{g}{\Omega_g^2 \tau_p^2} + \frac{2\beta D}{\tau_p^2} < 0 \quad (2.28)$$

und damit gilt für den Stabilitätsparameter  $S$ :

$$S \equiv (1 - \beta^2) - 2\beta D_n > 0 \quad (2.29)$$

In Abbildung 2.8 ist der Stabilitätsparameter  $S$  als Funktion der Dispersion qualitativ aufgetragen. Ist der chirp  $\beta=0$ , so ist die Bedingung erfüllt (vorausgesetzt  $\tau^2$  und  $\Omega_g^2$  werden nicht zu groß). Die Verstärkungslinie liegt nur wenig unterhalb der ungesättigten Verlustlinie, d.h.  $g < l_0$  (siehe Abbildung 2.1 b). Im stationären Zustand gilt [34]:

$$T_R \frac{\partial}{\partial T} \int_{-\infty}^{\infty} |A(T, t)|^2 dt = 0$$

und damit:

$$l_0 = g - \frac{1}{3} \frac{g}{\Omega_g^2 \tau_p^2} (1 + \beta^2) + \frac{2}{3} \bar{\gamma} A_0^2$$

Diese Gleichung beschreibt die Energie-Verlust-Balance. Auch hieraus folgt die zu erfüllende Bedingung  $l_0 - g > 0$ . Man erkennt weiterhin, daß die Pulse durch den sättigbaren Absorber stabilisiert werden (d.h.  $l - g > 0$ ) und der chirp und die Verstärkungsdispersion destabilisierend wirken.

Interessant ist auch, welche Pulsdauer sich im Falle eines ungechirpten Pulses mit  $\beta = 0$  einstellt. Aus Gleichung 2.27 folgt:

$$\tau_p = \frac{4Dg}{\bar{\gamma} E_P} = \frac{-4D}{\bar{\delta} E_P} = \frac{4|D|}{\bar{\delta} E_P} \quad (2.30)$$

In Abbildung 2.6 b) ist zu sehen, daß im Falle  $\beta = 0$  die Dispersion negativ ist. Die rechte Seite der Gleichung 2.30 erhält man auch aus der Forderung, daß ein Secans Hyperbolicus die Lösung der nichtlinearen Schrödingergleichung (Abk. NSG) ist. Die NSG beschreibt dabei die raumzeitliche Entwicklung des elektrischen Feldes unter Anwesenheit von Selbstphasenmodulation (SPM) und Dispersion (GVD) (siehe [22]). Aus Gleichung 2.30 ergibt sich außerdem die für  $\beta = 0$  zu erfüllende Bedingung:

$$\frac{|D|}{\bar{\delta}} = \frac{Dg}{\bar{\gamma}} \quad (2.31)$$

## 2.3 Beschreibung des Ti:Saphir Oszillators

In diesem Kapitel soll konkret Aufbau und Funktion eines selbstgebauten Ti:Saphir Oszillators erklärt werden. Der Laser, der ursprünglich im Rahmen einer Diplomarbeit aufgebaut wurde [3], mußte in eine stabile Konfiguration gebracht werden, da mit ihm Pulsfrontdeformationen in optischen Bauelementen gemessen werden sollten (Kapitel 3).

Beim Ti:Saphir Laser ist der grundlegende Mechanismus, mit dem die ultrakurzen Pulse erzeugt werden, die Kerr-Linsen-Modenkopplung (Abschnitt 2.1.4). Das Kerr-Medium ist der Laserkristall dabei selbst. Durch Selbstfokussierung (Kerr-Linse) und eine Blende wird ein schneller

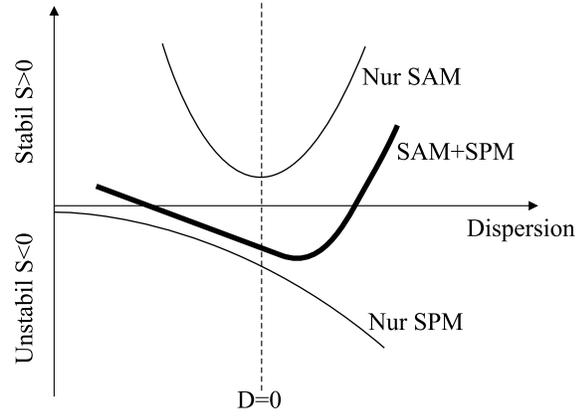


Abbildung 2.8: Qualitative Darstellung des Stabilitätsparameters  $S$  als Funktion der Dispersion  $D$ . Es ist neben der Dispersion der Einfluß von SPM und SAM veranschaulicht [34].

sättigbarer Absorber realisiert. Die Effizienz der Kerr-Linsen-Modenkopplung hängt entscheidend von der Struktur des Resonators und der Dispersion im Resonator ab. Deshalb soll diesen beiden Punkten im folgenden jeweils ein Abschnitt gewidmet werden. Die Technik zur Dispersionsregelung wird aber nicht detailliert erklärt. Es sollen vielmehr Ergebnisse zur Dispersion und Resonatorstruktur und deren Auswirkungen auf die Laserparameter des selbstgebauten Oszillators [3] diskutiert werden.

### 2.3.1 Aufbau des Ti:Saphir Oszillators

Der grundlegende Aufbau des Lasers ist in Abb. 2.9 skizziert. Der Ti:Saphir Kristall wird von einem frequenzverdoppelten cw 5W Nd : YVO<sub>3</sub>-Laser bei einer Wellenlänge von 532 nm mit einer Pumplinse (bikonvex) der Brennweite  $f=90$  mm gepumpt. Der Faltspiegel M1 ist bei dieser Wellenlänge quasi transparent. Der Resonator hat die Form eines Z, daher wird er auch Z-Resonator genannt. Daneben gibt es auch L- und  $\gamma$ -Resonatoren, doch nach [3] bietet nur die Z-Geometrie die Möglichkeit neben Astigmatismus auch das durch den schrägen Lichteinfall auf die Faltspiegel verursachte Koma vollständig zu kompensieren. Faltspiegel sind die in Abb. 2.9 mit M1 und M2 bezeichneten sphärischen Spiegel mit einem Krümmungsradius von 100 mm. Als Faltabstand FA wird gerade der Abstand zwischen diesen beiden Spiegeln definiert. Eine weitere wichtige Größe ist der Abstand zwischen dem Faltspiegel M2 und dem Kristall, hier mit  $x$  bezeichnet (siehe Abb. 2.9). Die Faltung ist symmetrisch, wenn die Kristallmitte zentriert zwischen den beiden Faltspiegeln liegt. Mit LD und L werden die Abstände zwischen dem Faltspiegel M1 und dem Endspiegel M3 bzw. dem Faltspiegel M2 und dem Auskoppler bezeichnet. LD und L (auch Resonatorarmlängen genannt) gehen entscheidend in den Resonatorasymmetriefaktor  $\alpha$  ein [40]:

$$\alpha = \frac{f_1^2}{f_2^2} \frac{L - f_2}{LD - f_1} \quad (2.32)$$

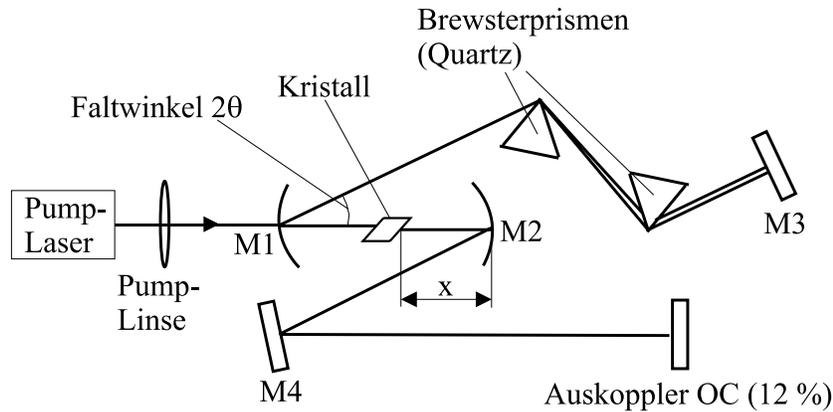


Abbildung 2.9: Aufbau des Lasers: Kristalldicke  $t=3$  mm, Entfernung linker Faltspiegel-Resonatorendspiegel nach den Prismen  $LD=69$  cm; Entfernung rechter Faltspiegel-Auskoppler  $L=64$  cm, Faltabstand FA (Abstand zwischen den sphärischen Spiegeln M1 und M2) ca. 105.7 mm, Gesamtlänge 143 cm (Repetitionsrate  $\approx 105$  MHz), Abstand der Prismenspitzen 36 cm (Prismenmaterial: Quartz-SQ1), 12% Auskoppler

$f_1$  und  $f_2$  sind die Brennweiten der beiden Faltspiegel, die in unserem Fall gleich sind.

Der Faltwinkel  $2\theta$  (Abb. 2.9) mit ca.  $16^\circ$  weicht von dem optimalen Wert  $2\theta = 12.6^\circ$  zur Kompensation des Astigmatismus ab, aber kleinere Faltwinkel ließen sich aufgrund der zu großen Faltspiegelhalterungen nicht einstellen. Die in [3] verwendete Gleichung zur Berechnung des den Astigmatismus minimierenden Faltwinkels ist sehr wahrscheinlich nicht die richtige (siehe [36]).

Die Prismenanordnung regelt die Dispersion im Resonator (Abschnitt 2.3.3). Die Prismen bestehen aus Quarz (SQ1).

### 2.3.2 Oszillatorstruktur und KLM

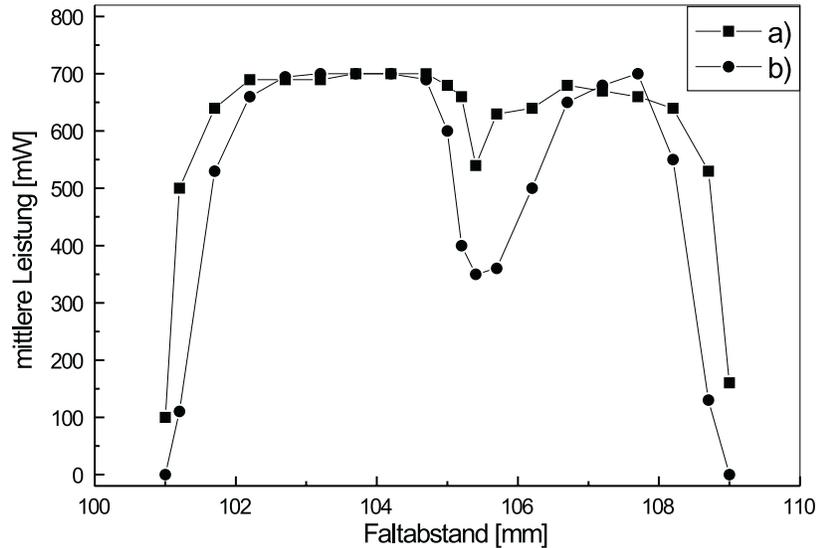


Abbildung 2.10: Mittlere Laserleistung als Funktion des Faltabstandes  $FA$  für den selbstgebauten  $Ti:Saphir$  Oszillator (Stabilitätsdiagramm): a)  $L=57$  cm,  $LD=63$  cm, Resonatorasymmetriefaktor  $\alpha = 1.12$ ; b)  $L=50$  cm  $LD=69$  cm, Resonatorasymmetriefaktor  $\alpha = 1.47$

Der Faltabstand und die Position des Kristall zwischen den beiden Faltspiegeln bestimmen den Bereich in dem die kohärente Lichtquelle stabil arbeiten kann. In Abbildung 2.10 ist solch ein gemessenes Stabilitätsdiagramm vom selbstgebauten Oszillator dargestellt. Man erkennt, daß mit zunehmender Asymmetrie des Resonators der Stabilitätseinbruch tiefer und breiter wird, die äußeren Stabilitätsgrenzen verschieben sich nach innen mit zunehmender Asymmetrie, d.h. es entstehen 2 getrennte Stabilitätsbereiche bei großer Asymmetrie des Resonators. Wenn man in die Nähe einer Stabilitätsgrenze kommt, so verringert sich nicht nur die Laserleistung, es wird auch der Modendurchmesser auf den Faltspiegeln größer und die Laserwellenlänge fluktuiert. Bei der Aufnahme des Diagramms wurden die beiden Resonatorendspiegel und der Laserkristall longitudinal auf Optimierung der Laserleistung justiert. Der Kristall muß nicht auf symmetrische Faltung nachbewegt werden, da im allgemeinen die Stabilität stärker vom Faltabstand als von der Symmetrie der Faltung abhängt, aber man sollte bei fester Kristallposition (zum Labortisch) gewährleisten, daß bei der Bewegung von einem äußeren Stabilitätsrand zum anderen der zuerst größere Abstand Kristall-Faltspiegel nachher der kleinere ist, d.h. man sollte nicht zu weit von einer symmetrischen Faltung entfernt sein. Man bewegt sich auf diese Weise schräg im

x-FA-Stabilitätsdiagramm (x und FA sind in Abb. 2.9 definiert). Das Stabilitätsdiagramm hat insofern eine große Bedeutung, als die Kerr-Linsen-Modenkopplung nicht im gesamten Stabilitätsbereich möglich ist. Eine wichtige Größe, die den Absorber auf der Basis des Kerr-Effektes charakterisiert, ist die KLM-Empfindlichkeit (engl. Kerr-lens sensitivity). Diese Größe ist proportional zum Absorberkoeffizient  $\bar{\gamma}$  (Gleichung 2.12) und ist durch folgende Gleichung gegeben [25]:

$$-\bar{\gamma} \sim \kappa = \frac{1}{w} \frac{dw}{d(P/P_{cr})} \quad (2.33)$$

$w$  ist die Modengröße an einer definierten Stelle innerhalb des Resonators.  $\kappa$  hängt entscheidend vom Design des KLM-Resonators ab und gibt Auskunft darüber, ob die Resonatorgeometrie so gewählt wurde, das KLM möglich ist. Dazu muß, wie man anhand der Formel sieht,  $\kappa$  negativ sein, denn dies bedeutet, daß mit ansteigender Pulsintensität der Strahlradius sich verringert.

KLM mit einer harten Apertur an den Resonatorenden (diese Konfiguration entspricht Gleichung 2.33) ist vor allem in den Stabilitätsgebieten möglich, die sich unmittelbar neben dem Stabilitätseinbruch befinden (siehe Stabilitätsdiagramm), da dort  $\kappa$  besonders große negative Werte annimmt [36]. In Abbildung 2.11 ist zur Veranschaulichung  $\kappa$  als Funktion des Faltabstandes FA und des Kristall-Faltspiegelabstandes x für einen Oszillator mit symmetrischen Resonator (gleiche Resonatorarmlängen) aufgetragen. Die Abbildung ist aus [37] entnommen und die Laserparameter stimmen damit nicht mit denen unseres selbstgebauten Oszillators überein. Aber die Abbildung ist prinzipiell auf Oszillatoren mit symmetrischen Resonator anwendbar, wenn auch die konkreten Werte dann anders sind.

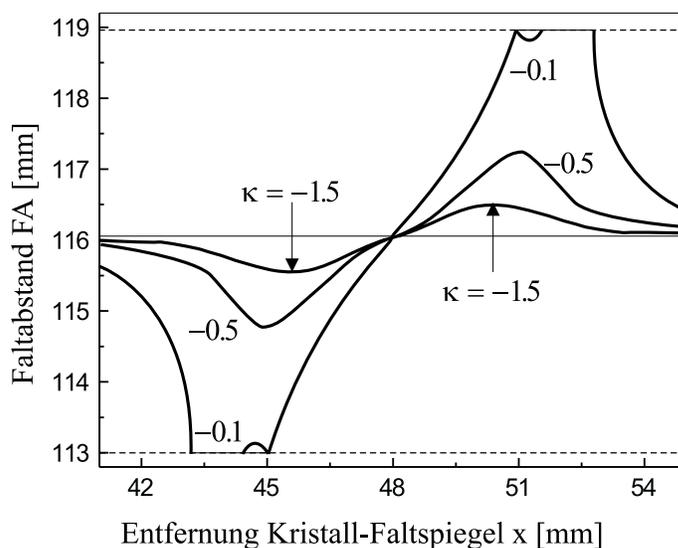


Abbildung 2.11: Im Höhenlinienbild ist  $\kappa$  als Funktion vom Faltabstand FA und Kristall-Faltspiegelabstand  $x$  für einen Laser mit den folgenden Parametern dargestellt:  $L=LD=85$  cm, Faltspiegelradius  $R=10$  cm und Kristalllänge  $t=16$  mm. Die Abbildung ist nach [37] zur Demonstration nachgezeichnet worden.

Der Asymmetriefaktor  $\alpha$  von unserem Oszillator betrug anfangs 1.12 und der Resonator war damit ziemlich symmetrisch. Diese Symmetrie wirkt sich positiv auf die Lasermode aus, da

bei zu großen Armlängenunterschieden die Lasermode zu einer sphärischen Welle tendiert (bei gleichen Faltspiegelbrennweiten) und dies wirkt sich negativ auf die Laserleistung aus [37]. Nach [37] sollte in dieser Konfiguration stabile KLM realisierbar sein, aber mit oder ohne Spalt an den beiden Resonatorenenden, der Laser war nicht in den Pulsbetrieb zu bekommen. Nach Veränderung der Pumpoptik - die Brennweite der Pumplinse wurde von  $f=72$  mm auf  $f=90$  mm erhöht - u.a., waren dann die ersten Pulse ohne Spalt zu sehen. Das ist nicht ganz richtig, denn als Spalt wirkte dann die Kante des zur Faltung am nächsten gelegenen Prisma (1.Prisma). Nachdem das 1.Prisma weiter in den Strahlengang hinein und das 2.Prisma um die entsprechende Strecke heraus gefahren wurde, waren trotz gleicher Dispersion keine Pulse produzierbar, d.h. ohne die Prismenkante funktionierte KLM nicht. Wenn der Laser in den modensynchronisierten Zustand ohne harte Apertur gegangen wäre, so hätte die mittlere Leistung infolge der Wirksamkeit einer weichen Modenblende ansteigen sollen, das Gegenteil war der Fall, die Laserleistung fiel um 20..30 mW ab, d.h. hier mußte an irgendeiner Stelle eine harte Modenblende, das auch durch die im Pulsbetrieb mit horizontalen 'Flügeln' ausgestattete Lasermode bestätigt wurde, wirksam sein. Stabile Pulse waren nur rechts vom mittleren Instabilitätsgebiet (siehe Abb. 2.9) dem Laser zu entlocken.

Ein Grund für die Schwierigkeiten, den Laser in den modengekoppelten Zustand mit einer harten Modenblende zu bekommen, könnte auch die kurze Kristalllänge sein, denn die Selbstfokussierung hängt entscheidend von der Kristalllänge ab (Gleichung 2.14), allerdings kann die Pulsverbreiterung bei einem zu großen Kristall die SAM wieder reduzieren. Nach [36] ist die quadratische Tailenänderung, d.h. der Unterschied zwischen den Strahlradien im Pulsbetrieb und cw-Modus, an den Resonatorenspiegeln in 1.Näherung proportional zur Kristalllänge.

Eine Verlängerung der Resonatorarme auf  $L=64$  cm und  $LD=69$  cm und des Prismenabstandes um 4 cm auf 36 cm vereinfachte den Start der Modenkopplung, was sich möglicherweise mit der Aussage von [34] deckt, wonach das Starten der Modenkopplung bei kleinerer Oszillatorfrequenz einfacher verläuft oder die Dispersionseigenschaften (Abschnitt 2.3.3) waren zum Modenkoppeln besser optimiert. Aber nicht nur das Starten wurde einfacher, der Laser pulste auch bis zu einer Stunde stabil, was vorher nicht der Fall war. Als dann der Einfluß der Luftströmungen durch eine Haube über den Oszillator und Verrohrung des Pumpstrahles reduziert wurde, lief der Oszillator bis zu 8 Stunden stabil. Der Laser driftet aber über solche Zeiträume in der Leistung von ca. 450 bis auf minimal 250 mW. Dies kann durch geringes Justieren an der Einkopplung des Pumplasers korrigiert werden.

Mit Vergrößerung der Asymmetrie des Resonators wird nicht nur das mittlere Instabilitätsgebiet im Stabilitätsdiagramm breiter (so daß man es besser identifizieren kann), man muß auch nicht so nah an die Stabilitätsgrenzen um große  $\bar{\gamma}$ -Werte (SAM) zu erhalten, so daß der Laser insgesamt stabiler laufen kann. Wenn  $\bar{\gamma}$  positiv ist, dann ist  $\kappa$  negativ (Gleichung 2.33). In Abbildung 2.12 ist der Einfluß des Asymmetriefaktors  $\alpha$  auf die Amplitudenmodulation ( $\bar{\gamma}$ ) (siehe Abb. 2.9) verdeutlicht [40]. Die höhere SAM an den Stabilitätsgrenzen ist vor allem bei einem symmetrischen Resonator experimentell schwer auszunutzen. Will man die KLM durch einer harte Apertur erreichen, so sollte das optimale Verhältnis  $L/LD$  durch einen Kompromiß zwischen hoher Modulationseffizienz (SAM) und Stabilität bestimmt sein. Nach [36] ist solch ein Kompromiß für  $2/3 < L/LD < 3/4$  bei gleichen Faltspiegelbrennweiten  $f_1 = f_2$  gegeben. Diese fehlende Optimierung von unseren Oszillator, die schon durch die geometrische Verhältnisse bestimmt ist, könnte ebenfalls eine Ursache dafür sein, das sich die Prismenkante nicht durch einen Spalt an den Resonatorenenden ersetzen ließ.

Neben der Symmetrie des Resonators hat auch die Symmetrie der Faltung Einfluß auf die Effizienz der Modenkopplung mit harter Blende, denn mit zunehmender Asymmetrie des Resonators verschieben sich die Kristallpositionen mit hoher SAM nach rechts oder links vom Faltungs-

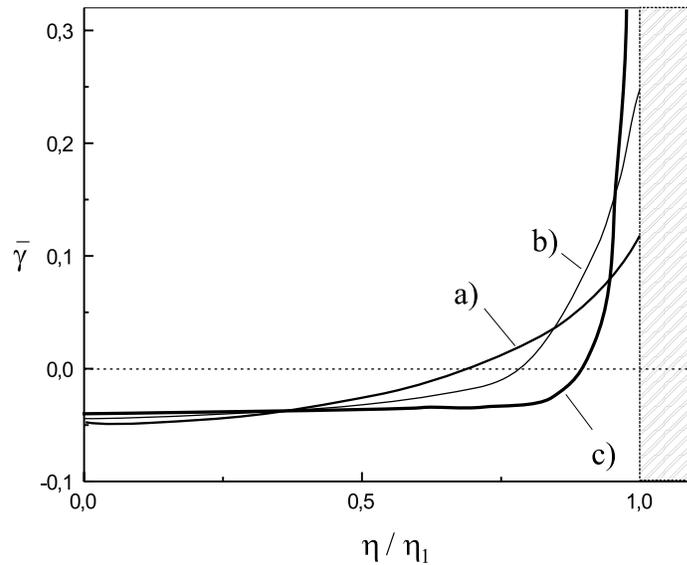


Abbildung 2.12:  $\bar{\gamma}$  als Funktion des normierten Faltabstandes  $\eta/\eta_1$ .  $\eta$  ist der Faltabstand und  $\eta_1$  der Faltabstand am linken inneren Stabilitätsrand. Parameter ist der Asymmetriefaktor  $\alpha$ : a)  $\alpha = 2.11$ , b)  $\alpha = 1.38$ , c)  $\alpha = 1.05$  [40].

mittelpunkt. Wenn der Laser im Stabilitätsgebiet mit kleineren Faltabstand arbeitet, kann eine höhere SAM erzielt werden indem man den Kristall in Richtung des kürzeren Armes verschiebt, im äußeren Stabilitätsgebiet sollte man den Kristall in Richtung des längeren Armes bewegen. KLM kann mit symmetrischer Faltung und asymmetrischen Resonator nur mit einer Blende im kurzen Arm erreicht werden [36]. Bei Asymmetrie der Faltung und des Resonators werden die Tailenpositionen in sagittaler und tangentialer Ebene nicht zusammenfallen (1 mm Unterschied für das verwendete Lasersystem), was sich negativ auf die KLM und Laserleistung auswirken kann, vor allem Laser mit kurzen Kristallen sollten empfindlicher reagieren [3].

Interessanterweise trat nach den Veränderungen am Resonator (Pumpoptik, Prismenabstand und Resonatorarmlängen) manchmal nach dem Starten des Pulsbetriebes durch schnelle Bewegung des Kompressorndprisma sogar eine Leistungssteigerung um 20 mW auf, was mit den Angaben in [3] übereinstimmt. Zumindest verringerte sich die mittlere Leistung gegenüber dem cw-Modus nicht mehr, aber ohne die Prismenkante war nach wie vor keine Modenkopplung möglich. Man kann also die Wirkung einer weichen Apertur nicht ganz ausschließen. Mit den Strahlparametern der Pumpquelle entsprechend dem Handbuch [27], den Resonatorgrößen im stabilen Pulsbetrieb (FA=105.7 mm, Abstand rechter Faltspiegel-Kristall 52 mm und Abstand Linse-rechter Faltspiegel 42 mm, Linsenbrennweite  $f=90$  mm) ergeben sich folgende Strahlparameter des Pumpstrahl im Kristall:  $w_{0,sag} = 22 \mu\text{m}$  und  $w_{0,tan} = 38 \mu\text{m}$ , d.h. mit den Werten der Resonatormode  $\text{TEM}_{00}$   $w_{0,sag} = 30 \mu\text{m}$  und  $w_{0,tan} = 52 \mu\text{m}$  am inneren Rand des äußeren Stabilitätsgebietes [3] ist die Wirkung einer weichen Blende bei guten Überlapp von Pumplicht und Laserlicht durchaus möglich. Soll die Modensynchronisation lediglich mit einer weichen Blende realisiert werden, so ist die Modulationseffizienz (SAM) als Funktion der Resonatorparameter unter Berücksichtigung des räumlichen Verstärkungsprofil zu berechnen. In [38] sind solche Berechnungen durchgeführt worden, und es zeigt sich, daß die Stabilitätsgebiete, in denen stabile KLM mit einer Modenblende an den Resonatorenden möglich ist, nicht identisch zu den auf

weicher Modenblende basierenden Gebieten sein müssen. Dies sollte man bei der Wahl der Modenkopplungstechnik berücksichtigen. SAM basierend auf dem Verstärkungsprofil ist vor allem im Ti:Saphir Lasern zu finden, da das Material höhere Sättigungsintensitäten hat als vergleichsweise Nd:YAG oder Nd:YLF (siehe Tab. 2.1). Die höhere Verstärkung, die eine kleinere Mode erfährt, ist begrenzt durch die Sättigung der Verstärkung was zur Defokussierung und damit zur Vergrößerung des Strahldurchmessers führen kann, das sich dann im Verschwinden der Nichtlinearitäten äußert. Die Sättigung der Verstärkung hängt sicherlich auch von der Repetitionsrate ab, hohe Wiederholfrequenzen sättigen das Lasermedium stärker, so daß größere Resonatoren möglicherweise die Wirkung einer weichen Blende besser unterstützen.

In [38] ist auch gezeigt, daß die Modulationseffizienz in der tangentialen Ebene bedeutend größer ist als in der sagittalen Ebene. Daher wird im allgemeinen ein senkrechter Spalt an den Resonatorenenden verwendet (Abb. 2.4). Strenggenommen gilt der Unterschied in den beiden Ebenen eigentlich nur dann, wenn der konfokale Parameter der Oszillatormode kleiner ist als die halbe Kristalllänge und dieser Parameter hat bei einem Taillendurchmesser von  $30\ \mu\text{m}$  und  $\lambda = 800\ \text{nm}$  einen Wert von  $z_{0,R} = 3.5\ \text{mm}$  und ist damit größer als die halbe Kristalllänge. Daher ist es notwendig, die KLM-Effizienz ( $\kappa$ ) für die tangentiale und sagittale Ebene unter Berücksichtigung der Resonatorparameter zu berechnen. Die Verwendung einer Lochblende bzw. eines horizontalen Spaltes im selbstgebauten Oszillator brachte bezüglich der Modenkopplung mit harter Blende aber auch keinen Erfolg.

Am rechten Rand des linken Stabilitätsgebietes, wo  $|\kappa|$  nach [36] eigentlich besonders groß sein sollte, pulste der Laser zwar, aber eine gleichzeitig auftretende cw-Mode war nicht zu unterdrücken, d.h. die SAM war einfach zu gering um vom Puls in die cw-Mode gestreutes Licht zu beseitigen, dabei half auch kein Spalt an den Resonatorenenden oder die Verringerung der Pumpleistung.

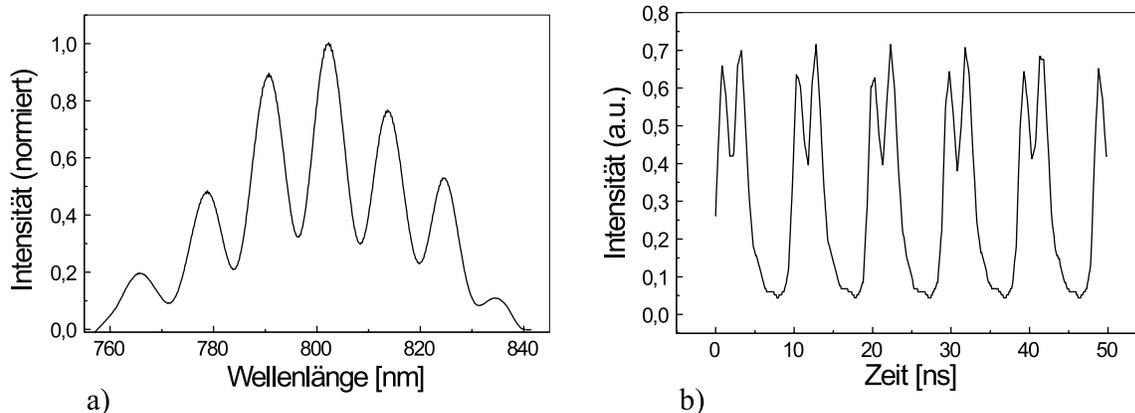


Abbildung 2.13: Oszillator im Doppelpulsbetrieb. a) zeitlicher Abstand der Pulse 200 fs – Spektrometernaufnahme; b) maximaler zeitlicher Abstand zwischen den Pulsen annähernd halbe Resonatorumlaufzeit – Aufnahme mit schneller Photodiode

Manchmal wechselte der Laser in diesem Stabilitätsgebiet durch mechanische Störungen oder spontan in den Doppelpulsbetrieb, d.h. es liefen 2 Pulse im Resonator gleichzeitig um. Dabei waren 2 Fälle zu unterscheiden (Abb. 2.13). Entweder waren die Doppelpulse mit dem Spektrometer und Korrelator nachweisbar oder aber mit einer schnellen Photodiode am Oszilloskop. Im

1. Fall betrug der zeitliche Abstand mit dem die Pulse den Oszillator verlassen haben 200.. 400 fs (Abb. 2.13 a), so daß sie mit der schnellen Photodiode nicht nachweisbar waren. Im 2. Fall hatten die Doppelpulse einen maximalen zeitlichen Abstand von einer halben Resonatorumlaufzeit (Abb. 2.13 b). Mit dem Übergang in den Doppelpulsmodus verschwand der cw-Anteil und der Zustand des Doppelpulses blieb über maximal 2 Minuten stabil, wobei sich vor allem im 2. Fall der zeitliche Abstand teilweise fast pulsierend zwischen Maximum und Minimum änderte. Nach Lai et al. [39] wird das Erscheinen von Doppelpulsen wie folgt erklärt. Wenn die Pulsspitzenleistung die kritische Leistung der Selbstfokussierung erreicht, wird zuerst der zentrale Teil der Pulse fokussiert und damit die Selbstphasenmodulation wesentlich erhöht. Dies kann dann, wie numerische Berechnungen bestätigten, im normal dispersiven Medium zum Aufspalten eines Pulses in Mehrfachpulse führen. Dies zieht auch die Verringerung des cw-Hintergrundes nach sich, da die umlaufenden Mehrfachpulse weniger streuen. Die Energieaufteilung erfolgt nicht symmetrisch, wie an der Modulationstiefe im Spektrum zu erkennen ist (siehe Abb. 2.13). Der intensitätsschwächere Lichtimpuls erfährt im Kerr-Medium einen kürzeren optischen Weg als der intensitätsstärkere, so daß der schwächere Puls im Laser-Material zur schnelleren Bewegung tendiert. Die Verstärkungssättigung wirkt in die entgegengesetzte Richtung - der stärkere Lichtimpuls verursacht eine stärkere Sättigung und tendiert dadurch der schnellere zu sein. Insgesamt kommen die beiden Pulse zeitlich nicht weit voneinander weg. Damit ist der 1. Fall zu erklären, Lai et al. [39] haben durch Variation der Pumpleistung und des Faltspiegelabstandes Zeitunterschiede von 0.1 bis 1 ps einstellen können und konnten zeigen, daß im 2. Fall der maximale Zeitversatz zwischen den Impulsen gegeben ist durch die doppelte Entfernung Kristall-Auskoppler, d.h. während der eine Puls sich in Richtung Auskoppler bewegt, kommt der andere zurück und sie treffen sich am Ort der Einfach-Pulstaille mit dem Effekt ihres gemeinsamen Eintreffens, eine etwas größere Modulationseffizienz (SAM) durch die höhere Nichtlinearität gegenüber dem Single-Puls zu bewirken. Wenn der Resonator asymmetrisch ist, treffen sich die Pulse bei einem Umlauf nur einmal im Kristall. In unseren Fall sind die Armlängen mit 64 und 69 cm sehr nahe beieinander ( $T_R = 9.5 \text{ ns}$ ) und daher liegt der Zeitunterschied von 4.6 ns nicht weit von  $T_R/2$  entfernt.

### 2.3.3 Dispersion im Resonator

Wenn man kurze Pulse im fs-Bereich erzeugen will, so ist nicht nur ein breites Spektrum nötig, man muß auch entsprechend Gleichung 2.30 die Dispersion 2. Ordnung (GVD) im Resonator reduzieren. Nach Fork et al. [28] gelingt dies bei nicht allzu großen GVD-Werten mit Hilfe eines Prismenkompressors. Über die Eintauchtiefe der Prismen transversal zur Ausbreitungsrichtung des Lichtes regelt man den Glasweg  $L$  innerhalb des Resonators und damit die Gesamtdispersion im Oszillator. Die Winkeldispersion der Prismen führt zu negativer Dispersion 2. und 3. Ordnung, während der Glasweg das Gegenteil bewirkt. Gleichung 2.30 besagt, daß sich die Pulsdauer in 1. Näherung linear bezüglich der Dispersion verhält. Zur Erzeugung solitonähnlicher Pulse sollte die Dispersion 2. Ordnung negativ sein. Geht die negative GVD gegen Null, so erhält ab einem kritischen GVD-Wert die Dispersion 3. Ordnung (TOD) zunehmenden Einfluß. Die TOD ist nicht mehr zu vernachlässigen, wenn

$$\epsilon = \frac{1}{3} \frac{\phi''' \Delta\omega_l}{|\phi''|} \quad (2.34)$$

in die Größenordnung von 1 kommt.  $\Delta\omega_l$  ist die spektrale Halbwertsbreite,  $\phi''$  und  $\phi'''$  sind die Dispersion 2. Ordnung bzw. 3. Ordnung (siehe Abschnitt A.2). Neben der TOD kommt bei kleinen GVD-Werten auch der diskrete Charakter der Anordnung von SPM und GVD innerhalb des Resonators zur Wirkung [40]. Die Mastergleichung, die aus einer Beschränkung auf die

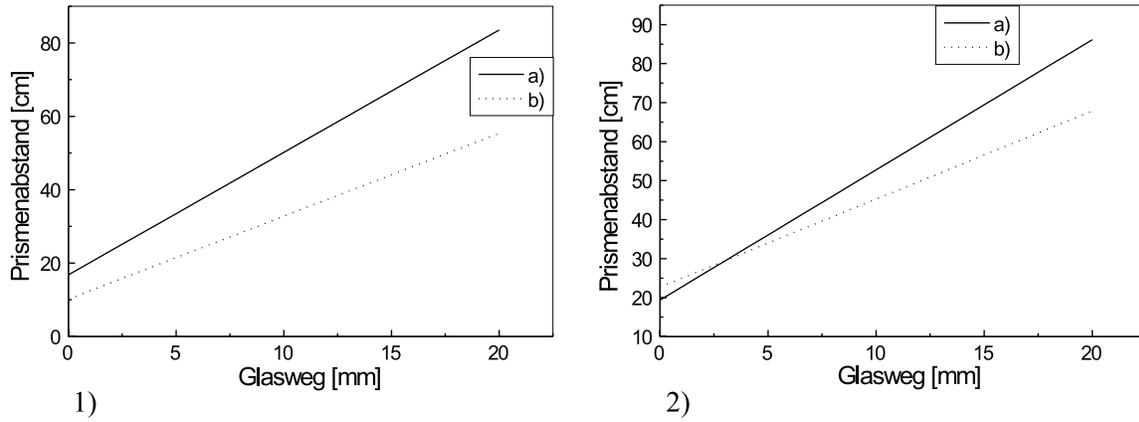


Abbildung 2.14: Prismenabstände, die in Abhängigkeit des vom Laserstrahl durchsetzten Glases (Quartz) die Dispersion 2.Ordnung (a) und 3.Ordnung (b) zu Null machen, mit Berücksichtigung: 1. des Lasermaterials, 2. des Lasermaterials und der Spiegel

quadratischen Terme in den Entwicklungen der Ausbreitungsoperatoren mit ideal sättigbaren Absorber hervorgeht, verliert dann ihre Gültigkeit. Die diskrete Anordnung von SPM und GVD äußert sich nicht nur in der Möglichkeit des Auftretens von Doppelpulsen oder eines cw-Anteils im Pulsspektrum (Streuung von Pulsenenergie in den cw-Anteil), die minimale erreichbare Pulsdauer wird größer und hängt stark vom Ort der Auskopplung aus dem Resonator ab. Nach [40] ist bei Vernachlässigung von TOD die Abweichung von der idealen Solitonpulsdauer (Gl. 2.30), verursacht durch die räumliche Aufteilung von SPM und GVD, am Ende des dispersiven Armes um den Faktor 2.5 kleiner als am Ende des nichtdispersiven Armes. Die kürzesten Pulse werden mit einem Auskoppler im dispersiven Arm erreicht [40, 34].

Die GVD und TOD von unseren Ti:Saphir Kristall betragen  $\phi'' = 182 \text{ fs}^2$  sowie  $\phi''' = 124 \text{ fs}^3$  [3], die Gesamtdispersion 3.Ordnung bei einem Prismenkompressor aus  $\text{SiO}_2$  (Quartz), Spitzenabstand der Prismen von 36 cm und einem Gesamtglasweg von 5 mm ist ohne Berücksichtigung der Spiegel  $\phi'''_{ges} = -353 \text{ fs}^3$ . Negative TOD ist typisch für Resonatoren, deren Dispersion über Prismenpaare kontrolliert wird. Der Prismenabstand zur Kompensation der GVD ohne Spiegel berechnet sich zu 33.5 cm, d.h. hier sollte noch etwas von der notwendigen negativen GVD übrig sein ( $-55 \text{ fs}^2$ ). Mit  $\Delta\omega_l = 1.68 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$  liefert die TOD einen zusätzlichen Beitrag zur GVD von näherungsweise  $|\phi'''(\omega_l)\Delta\omega_l| = 37 \text{ fs}^2$ .

Die Dispersion 2. und 3. Ordnung der Spiegel ist in [3] angegeben mit  $\phi'' \approx 7 \text{ fs}^2$  und  $\phi''' \approx 38 \text{ fs}^3$ . Nimmt man diese mit in die Berechnung auf, so ist mit dem Prismenabstand von 36 cm und 5 mm Glasweg die GVD kompensiert. Die TOD ist bei diesen Kompressorwerten  $\phi'''_{ges} = -50 \text{ fs}^3$  und der Beitrag zur GVD ist bei gleicher spektraler Halbwertsbreite lediglich  $|\phi'''(\omega_l)\Delta\omega_l| = 5 \text{ fs}^2$ . Ein etwas größerer Prismenabstand wäre demnach sinnvoll um die nach Abb. 2.6 b) notwendige negative Dispersion 2.Ordnung zu erreichen, aber die geometrischen Verhältnisse geben kaum Spielraum den Prismenabstand zu erhöhen. Der etwas zu geringe Prismenabstand ist auch daran erkennbar, daß das Endprisma die Lasermode geringfügig (weniger als das 1.Prisma) anschneidet.

In Abbildung 2.14 sind die Prismenabstände, die die Gesamtdispersion 2. und 3.Ordnung im Oszillator zu Null machen, als Funktion des Gesamt-Prismen-Glasweges aufgetragen. Dabei wird in beiden Teilbildern die Dispersion des Kristalls mit einberechnet, im 2. Teilbild sind

zusätzlich noch die Spiegel berücksichtigt. Es ist anhand dieser Abbildung zu erkennen, daß es praktisch nicht gelingt die Dispersion 2. und 3.Ordnung gleichzeitig mit einem Prismenabstand zum Verschwinden zu bringen.

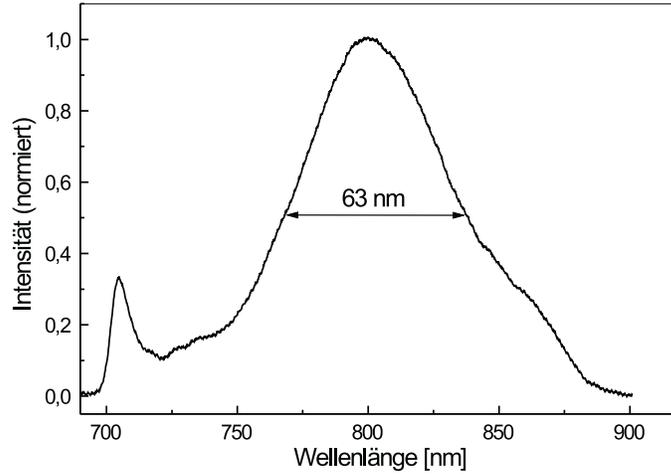


Abbildung 2.15: Gemessenes Oszillator-Spektrum mit einem Nebenmaximum bei 705 nm. Das Nebenmaximum deutet auf einen Vorzeichenwechsel der GVD innerhalb des Laserspektrums hin.

Wenn die GVD sehr reduziert wird, kann nicht nur die KLM instabil werden, der größere TOD-Einfluß kann dann ein Vorzeichenwechsel der GVD innerhalb des Laserspektrum verursachen, der sich in einen Nebenmaximum äußert. In Abbildung 2.15 ist ein solches gemessenes Oszillator-Spektrum mit einem Nebenmaximum bei 705 nm zu sehen. Nach [40] sollte bei negativer TOD und GVD die Wellenlänge des Nebenmaximum ( $\lambda_d \rightarrow \omega_d$ ) größer sein als die Zentralwellenlänge ( $\lambda_l \rightarrow \omega_l$ ) des Puls. Eine Erklärung für die Entstehung des zusätzlichen spektralen Maximum wird durch Streuung von Energie aus dem Puls unter Anwesenheit von TOD bei geringer GVD in den spektralen Bereich mit entgegengesetzten GVD-Vorzeichen gegeben [40]. Die unterschiedlichen spektralen Anteile können nur durch eine gut funktionierende SAM vor der Verbreiterung bewahrt werden, ansonsten würde das Nebenmaximum zu viel Verstärkung bekommen und als cw-Untergrund durchbrechen. Damit solch ein Streuprozess bei einer bestimmten Frequenz stattfinden kann, ist eine Phasenanpassungsbedingung zwischen der sogenannten dispersiven Welle ( $\omega_d$ ) und dem solitonartigen Puls ( $\omega_l$ ) zu erfüllen [40].

$$\Delta\omega_d^2 + \frac{\phi'''}{3\phi''}\Delta\omega_d^3 = -\frac{1}{\tau_s^2} \quad (2.35)$$

wobei  $\Delta\omega_d = \omega_d - \omega_l$ ,  $\tau_s = \tau_p/1.76$ ,  $\tau_p$  und  $\phi''$  sind die Pulslänge bzw. die Gruppengeschwindigkeitsdispersion (GVD). Anhand von Abb. 2.15 ist zu erkennen, daß  $\omega_d > \omega_l$  und deshalb müssen GVD und TOD unterschiedliche Vorzeichen haben. Die berechneten Werte von GVD und TOD unter Hinzunahme der Spiegel liegen beide in der Nähe von Null, aber eigentlich sollte man meinen, daß die GVD aufgrund der solitonartigen Pulsformung negativ ist. Das würde bedeuten, daß die Dispersion 3.Ordnung positiv wäre. Die GVD würde dann mit weniger Glasweg ( $\omega_d$ ) ebenfalls einen positiven Wert annehmen, hätte aber bei der Laserwellenlänge ( $\omega_l$ ) einen

negativen Wert. Der umgekehrte Fall mit negativer GVD bei  $\omega_d$  (705 nm) und positiver GVD bei  $\omega_l$  ist nicht auszuschließen, da entsprechend Abb. 2.6 a) der Pulsbetrieb mit positiver GVD bei stärkerer SAM ebenfalls möglich ist. Dies hätte zur Folge, daß die Dispersion 3.Ordnung negativ wäre. Ein Vorzeichenwechsel der Dispersion 3.Ordnung innerhalb des breiten Laserspektrums könnte aber keinen Vorzeichenwechsel der GVD realisieren.

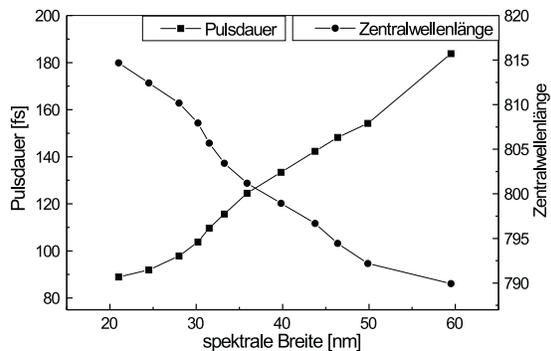


Abbildung 2.16: Pulsdauer und Zentralwellenlänge des Oszillators als Funktion der spektralen Halbwertsbreite. Die Pulsdauer, Zentralwellenlänge und das Spektrum wurden direkt hinter dem Auskoppler gemessen.

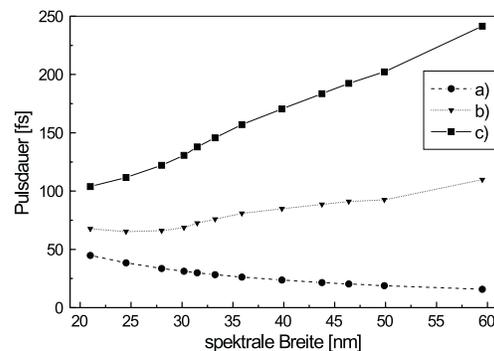


Abbildung 2.17: Berechnete Pulslänge vor dem Auskoppler als Funktion der Bandbreite. Bei minimaler Bandbreite beträgt der Glasweg etwa 2.1 mm und bei maximaler Bandbreite 3.6 mm. a) Pulslänge für einen Fourierbegrenzten Gauß-Puls; b) Pulslänge bei positiver Frequenzmodulation; c) Pulslänge bei negativer Frequenzmodulation, der Puls ist vor dem Auskoppler länger als danach;

In Abb. 2.16 kann man die Pulslänge des Oszillators in Abhängigkeit von der Bandbreite ablesen, die Pulslänge und die Bandbreite wurden direkt hinter dem Auskoppler OC gemessen. Die Bandbreite der Laserpulse wurde dabei erhöht, indem das Resonatorendprisma weiter in den Strahlengang hineingeschoben wurde, was gleichzeitig auch mehr Glasweg bedeutet.

Diese gemessenen Pulslängen und Bandbreiten sind zur Berechnung der Pulslängen vor dem Auskoppler (innerhalb des Resonators) ausreichend. Dazu kann man die Gleichungen A.25 und A.37 verwenden. Wie in Abb. 2.17 zu erkennen ist, ergeben sich zu jedem gemessenen Bandbreite-Pulsdauer-Paar (nach dem Auskoppler) 2 Werte für die Pulslänge vor dem Auskoppler OC (Abb. 2.17 b) und c). Die berechneten Pulslängen vor dem Auskoppler (innerhalb des Resonators) steigen in jedem Falle mit zunehmender Bandbreite (mehr Glasweg) an, wobei der Anstieg bei positiver Frequenzmodulation kleiner ist als bei negativer Frequenzmodulation. Die Pulslänge sollte sich aber im Falle negativer Dispersion 2.Ordnung mit betragsmäßig sinkender GVD bis zu einem kritischen Wert ebenfalls reduzieren, da dies nicht geschieht und im Zusammenhang mit dem Nebenmaximum im breiten Spektrum, könnte man schließen, der Laser arbeitet im positiven GVD-Bereich, zumindest optimal ist die Dispersion im Resonator noch nicht geregelt, auch wegen dem Anschneiden der Lasermode durch die Prismenspitzen und daß die Pulse vor dem Auskoppler nicht bandbreitenbegrenzt sind wie es bei solitonartiger Pulsformung der Fall sein sollte.

Es wäre deshalb angebracht, die Resonator-GVD über die Änderung der Pulslänge in Abhängig-

keit vom Prismenglasweg (Bandbreite) unter Verwendung dünnerer Auskoppler an den Resonatorenden zu untersuchen und gegebenenfalls dabei den Prismenabstand zu ändern. Interessant ist auch die Tatsache daß Spielmann et al. [40] bei einem 4 mm Kristall einen Prismenabstand von 60 cm im Resonator zur Erzeugung von 10 fs verwendeten. Die Prismen waren ebenfalls aus Quartz (SQ1). Da die GVD linear in der Kristalllänge verläuft, könnte man meinen, daß dann für einen 3 mm Kristall 45 cm notwendig sind.

### 2.3.4 Oszillator-Datenblatt

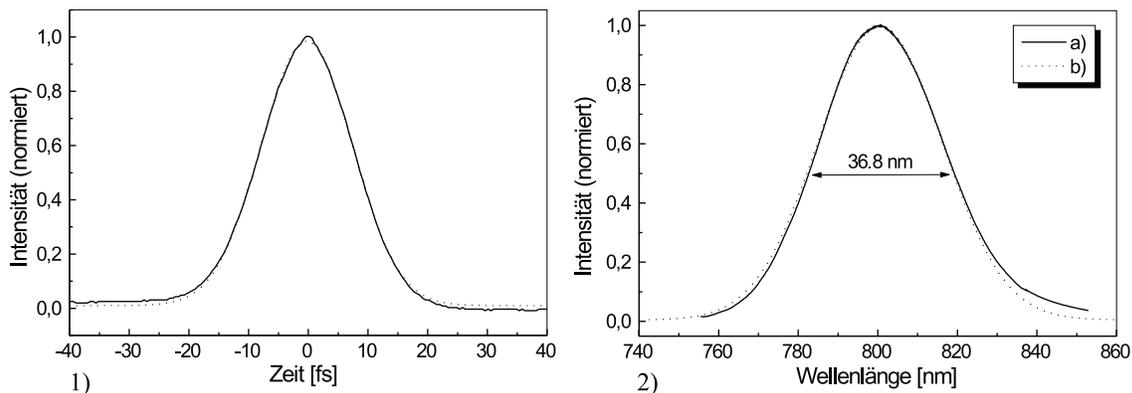


Abbildung 2.18: 1) kürzeste gemessene Pulslänge, 18 fs für sech-Profil und 19.6 fs für Gauß-Profil, Pulslänge-Bandbreite-Produkt  $c_B = 0.49$  für sech-Profil und  $c_B = 0.53$  für Gauß-Profil; 2a) typisches Spektrum im stabilen Pulsbetrieb,  $\Delta\lambda = 36.8$  nm; 2b) Spektrum mit Gaußprofil angepaßt;

In Tabelle 2.2 sind die wichtigsten Parameter des Oszillators zusammengestellt. Einige Pulslänge-Bandbreite-Paare sind in Abb. 2.16 zu finden. Die Bandbreite kann in einem gewissen Toleranzbereich mit dem Resonatorendprisma eingestellt werden (siehe Abschnitt 2.3.3). Die kürzeste Pulsdauer wurde durch externe Kompression mit einem Prismenkompressor aus Quartz-Prismen, einem Prismenabstand von 1.0 m und einer Bandbreite von 58 nm erreicht (Abb. 2.18.1). Der Puls war dabei nicht fourier-begrenzt (siehe Abb. 2.18.1), trotz der Quartz-Prismen, die sich durch ein geringes Verhältnis von Dispersion 3.Ordnung zu Dispersion 2.Ordnung auszeichnen. Quartz-Prismen haben allerdings den Nachteil, daß große Prismenabstände zur Pulskompression bzw. zur Erzeugung großer negativer Frequenzmodulation nötig sind [23]. Der Oszillator lief bei einer spektralen Halbwertsbreite von etwa  $\Delta\lambda = 36$  nm besonders stabil, so daß die Messungen zur Pulsfrontdeformation mit derartigen Halbwertsbreiten durchgeführt worden sind (Kapitel 3). In Abb. 2.18.2 ist solch ein typisches gemessenes Spektrum abgebildet.

Tabelle 2.2: Charakteristische Oszillatorparameter. Der Ti:Saphir Kristall des Oszillators wurde im stabilen Pulsbetrieb mit einer Leistung im Bereich von 3.8 bis 4.6 Watt gepumpt. Darauf beziehen sich auch die Tabellenwerte.

| <i>Parameter</i>                             | <i>Wertebereich</i> |
|--|---------------------|
| Pulslänge hinter dem Auskoppler              | 80 ... 184 fs       |
| spektrale Halbwertsbreite $\Delta\lambda$    | 18 ... 60 nm        |
| kürzeste gemessene Pulslänge                 | 18 fs (sech-Profil) |
| Resonator-Länge                              | ca. 143 cm          |
| Repetitionsrate                              | 105 MHz             |
| mittlere Leistung im Pulsbetrieb             | 250 ... 450 mW      |
| Zentralwellenlänge bei $\Delta\lambda=36$ nm | ca. 800 nm          |
| Prismenabstand des internen Kompressors      | 36 cm               |
| Prismenmaterial                              | Quartz (SQ1)        |
| Dicke des 12 % Auskoppler aus BK7-Substrat   | 9.53 mm             |

# Kapitel 3

## Pulsfrontdeformation in optischen Bauelementen

Das zeitliche und räumliche Profil von kurzen Laserpulsen wird durch die dispersiven und geometrischen Eigenschaften der optischen Bauteile stark beeinflusst. Pulsfront und Phasenfront haben i.a. unterschiedliche und ortabhängige Ausbreitungsgeschwindigkeiten, so daß Pulseinhüllende und Phasenfront unterschiedlichen Verlauf haben, aber auch jeder Frontverlauf für sich bezüglich eines oder mehrerer geometrischer Parameter inhomogen ist. In den folgenden Abschnitten sollen die Methoden zur Untersuchung des Pulsfrontverlaufes erläutert und die Ergebnisse der Anwendung dieser Meßmethoden auf spezielle Linsensysteme dargestellt werden.

Nichtlineare Phasenänderungen (SPM) bei der Vermessung der Objektive können vernachlässigt werden, da beispielsweise für  $\phi_2 = kn_2LI(t)$  bei einer Spitzenintensität von  $I_{Peak}=40$  kW/cm<sup>2</sup> (Pulslänge 20 fs, maximale mittlere Leistung im Interferometerarm 225 mW, Repetitionsrate 105 MHz), einem Glasweg von  $L = 16$  cm und einer Zentralwellenlänge von 800 nm näherungsweise gilt:  $\phi_2 \approx 10^{-5}$ . Für  $n_2$  ist der Wert  $3 \cdot 10^{-16}$  cm<sup>2</sup>/W (Saphir) verwendet worden. Betrachtet man die Selbstphasenmodulation im Fokus der Objektive, so müssen die Abschätzungen genauer durchgeführt werden. Durchläuft ein Lichtimpuls zwei Objektive in Teleskopanordnung und beträgt die Pulslänge nach den beiden Objektiven 32 fs, dann hat die Pulsdauer einen Wert von 120 fs im Fokus zwischen den beiden Objektiven für eine Objektivdispersion von 1300 fs<sup>2</sup>. Mit einer Wechselwirkungslänge  $L = 10$  µm, einer mittleren Leistung von 100 mW und dem obigen  $n_2$ -Wert beträgt  $\phi_2 = 0.02$ . Dieser Beitrag zur Phasenänderung kann immer noch vernachlässigt werden, zumal bei den Messungen, wo Deckgläser und Flüssigkeiten verwendet worden sind, der Laserstrahl bis zu hundertfach abgeschwächt wurde und die Pulslängen im Fokus bei den höher dispersiven Objektiven im Bereich von 200 fs liegen. Außerdem absorbieren die Objektive Pulsenergie. SPM in Luft ist in den Foki der Objektive wegen  $n_2 \propto 10^{-23}$  cm<sup>2</sup>/W [47] vernachlässigbar.

### 3.1 Deformation von Laserpulslen durch Linsen und Linsensysteme

Die Weglänge des Strahls durch eine Linse ist radienabhängig, so daß in Abhängigkeit vom durchquerten Linsensegment die Pulsanteile, geometrisch-optisch betrachtet, zu unterschiedlichen Zeitpunkten im Fokus ankommen (propagation time difference-PTD). Möchte man die genaue zeitabhängige Feldverteilung im Fokus wissen, so ist dies durch Superposition (Integration)

der frequenzabhängigen komplexen Amplituden, die sich aus den komplexen frequenzabhängigen Feldverteilungen vor der Linse nach Wechselwirkung mit der Linse und der Verwendung des geeigneten Ausbreitungsintegrals (z.B. Fresnelintegral) ergeben, möglich [7, 8, 9, 11, 12]. Im folgenden werden die vereinfachten und doch sehr aussagekräftigen geometrisch-optischen Gleichungen erläutert, zu mal die Feldverteilung im Fokus nicht untersucht wurde.

Ausgangspunkt zur Ableitung der Pulsfront-PTD-Gleichung als Funktion des Radius bezüglich der Ausbreitung des Lichtimpulses von Ebene A bis zum Fokus ist das Fermat-Prinzip, wonach gelten muß (Abb. 3.1, Linse links) [5]:

$$L_1 + nL_2 + L_3 + L_4 = n\hat{d} + f_1 \quad (3.1)$$

$f_1$  ist die Brennweite der Linse und die anderen Größen sind in Abb. 3.1 dargestellt. Aus der Anwendung des Fermat-Prinzips auf reale Linsen, folgt bereits die Vernachlässigung der sphärischen Aberration. Die Ausbreitung im Linsenmaterial erfolgt mit Gruppengeschwindigkeit  $v_g = c/(n - \lambda_0 dn/d\lambda)$ ,  $\lambda_0$  ist die Vakuumzentralwellenlänge, die Brechzahl und die 1. Ableitung der Brechzahl sind bei dieser Wellenlänge zu berechnen. Die Ausbreitungszeit  $T_{Aus}(r)$  des Pulses von Ebene A zum Brennpunkt beträgt [5]:

$$T_{Aus}(r_1) = \frac{L_1 + L_3 + L_4}{c} + \frac{L_2}{c} \left( n - \lambda_0 \frac{dn}{d\lambda} \right) \quad (3.2)$$

In paraxialer Näherung gelten folgende Gleichungen [5]:

$$\hat{d} = \frac{r_{01}^2}{2} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (3.3)$$

$$L_2 = \frac{r_{01}^2 - r_1^2}{2} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (3.4)$$

$$\frac{1}{f_1} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (3.5)$$

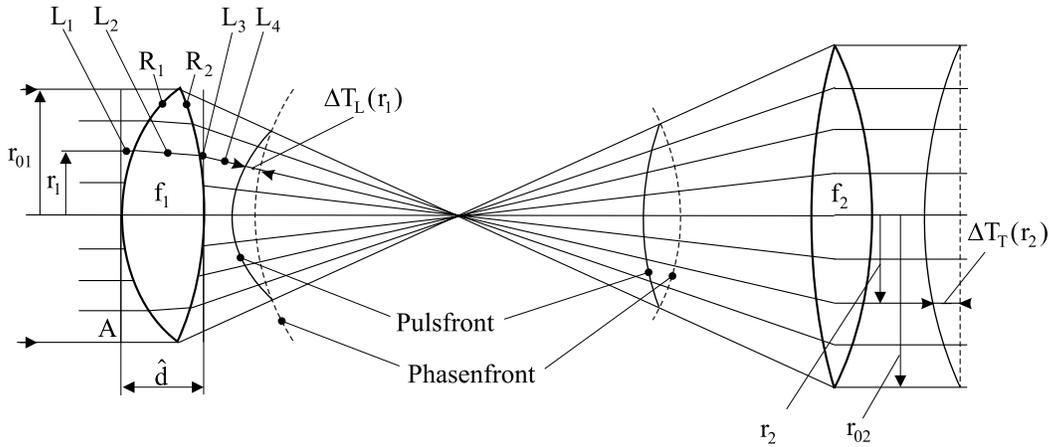


Abbildung 3.1: Ein Lichtimpuls durchläuft ein Teleskop. Die Verzögerung der Pulseinhüllenden gegenüber der Phasenfront ist auf den Unterschied zwischen Gruppen- und Phasengeschwindigkeit zurückzuführen.

Mit diesen Gleichungen ergibt sich die Pulsfrontdeformation  $\Delta\tau_L(r_1)$ , d.h. der Unterschied in den Ankunftszeiten der durch unterschiedliche Linsensegmente laufenden Lichtimpulse, bzw. der

zeitl. Unterschied zwischen Puls- und Phasenfront  $\Delta T_L(r_1)$ , verursacht durch die chromatische Aberration, in der Brennebene zu:

$$\Delta\tau_L(r_1) = \frac{r_1^2}{2c f_1 (n-1)} \left( \lambda_0 \frac{dn}{d\lambda} \right) = -\frac{r_1^2}{2c f_1^2} \left( \lambda_0 \frac{df_1}{d\lambda} \right) = \frac{r_1^2}{2c} \lambda_0 \frac{d}{d\lambda} \left( \frac{1}{f_1} \right) \quad (3.6)$$

$$\Delta T_L(r_1) = \frac{r_{01}^2 - r_1^2}{2c f_1 (n-1)} \left( -\lambda_0 \frac{dn}{d\lambda} \right) \quad (3.7)$$

Für den Puls der auf der optischen Achse läuft ist  $\Delta\tau_L(r_1 = 0) = 0$ , negative Verzögerung bedeutet, daß der Lichtimpuls zeitiger in der Brennebene eintrifft. Gebräuchliche opt. Materialien (z.B. BK7 oder Quartzglas) haben im sichtbaren Spektralbereich negative  $\lambda_0 dn/d\lambda$  Werte. Der axiale Strahlteil ist deshalb gegenüber dem Randstrahl verzögert ( $\Delta\tau_L(r_1) < 0$ ). Im UV-Bereich ist der Effekt stärker als im nahen Infrarot, so ist das Verhältnis von  $\lambda_0 dn/d\lambda$  bei 500 nm zu dem Wert bei 800 nm für BK7 2.1, für Quartzglas 2.0 und für SF10 2.8 (die Werte sind mittels Sellmeier-Gleichungen bestimmt worden).

Gl. 3.6 angewendet auf ein Objektiv führt zu den Ergebnis [14]:

$$\Delta\tau_{Ob}(\tilde{r}) = -\frac{\lambda_0}{2c} \left( \frac{NA^2}{n_M^2 - NA^2} \right) \frac{df}{d\lambda} \tilde{r}^2 \quad (3.8)$$

$n_M$  ist die Brechzahl des Mediums in daß das Objektiv eintaucht;  $NA$  ist die numerische Apertur und berechnet sich mit dem halben Öffnungswinkel  $\alpha$  nach der Gleichung  $NA = n_M \sin(\alpha)$ ;  $\tilde{r} \in [0, 1]$  ist der Radius in der Linsenebene, normiert auf den Radius der Eintrittspupille.

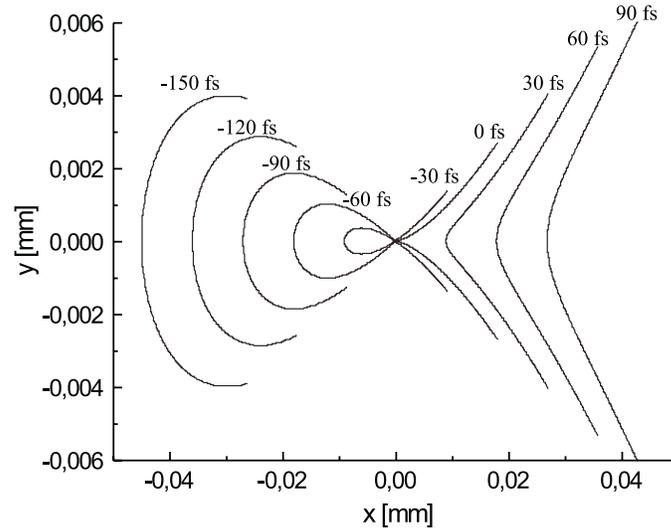


Abbildung 3.2: Verhalten der Pulsfront in der Nähe der Brennebene in geometrisch-optischer Approximation. Brennwerte  $f=54$  mm, BK7, Wellenlänge 800 nm

In Abb. 3.2 sind Momentaufnahmen der Pulsfront zu verschiedenen Zeitpunkten in der Umgebung der Brennebene einer plan-konvex Linse  $f=54$  mm aus BK7 bei 800 nm entsprechend den Gleichungen  $x = c(t - \Delta\tau_L(r_1)) \cos(\alpha(r_1))$ ,  $y = c(t - \Delta\tau_L(r_1)) \sin(\alpha(r_1))$  und

$\alpha(r_1) = \arctan(r_1/f_1)$  dargestellt. Ein besonderes Merkmal dieser Momentaufnahmen ist die Schleifenbildung in der Nähe der Brennebene. Der Randstrahl durchquert den Brennpunkt etwas früher als der sich axial ausbreitende Strahlteil, daher ergeben sich diese Schleifen. In Abb. 3.2 ist bereits angedeutet daß die Krümmung der Pulsfront nach dem Passieren des Brennpunktes geringer wird und in einer Entfernung von

$$x_L = \frac{f_1}{(n-1)} \left( -\lambda_0 \frac{dn}{d\lambda} \right) \quad (3.9)$$

ist die Pulsfront völlig eben und nach dieser Ebene hat sich das Vorzeichen der Krümmung geändert.

Auf der Grundlage der Gl.n 3.6 und 3.7 können PTD-Gleichungen für Pulsfront und den Zeitunterschied zwischen Phasenfront und Pulsfront eines Teleskops angegeben werden. Sie lauten [5, 6]:

$$\Delta\tau_{Tele}(r_2) = \frac{r_2^2}{2c f_2 (n-1)} \left( \lambda_0 \frac{dn}{d\lambda} \right) \left( 1 + \frac{f_1}{f_2} \right) \quad (3.10)$$

$$\Delta T_{Tele}(r_2) = \frac{r_{02}^2 - r_2^2}{2c f_2 (n-1)} \left( -\lambda_0 \frac{dn}{d\lambda} \right) \left( 1 + \frac{f_1}{f_2} \right) \quad (3.11)$$

Eine weitere wichtige Größe ist das Verhältnis von radienabhängiger Pulsverbreiterung  $\Delta\tau(r)$  (GVD-Effekt) zur Pulsfront-PTD  $\Delta\tau_L(r)$  (Gl. 3.6) [6]. Dieses Verhältnis ist deshalb wichtig, da beide Effekte gleichzeitig im Brennpunkt auftreten.

$$\frac{\Delta\tau(r)}{\Delta\tau_L(r)} = \frac{B}{2N} \quad (3.12)$$

$N$  kann als die Anzahl der optischen Zyklen unterhalb der Pulseinhüllenden angesehen werden und ist daher gegeben durch  $N = c\tau_p/\lambda_0$ . Die Konstante  $B$  liegt für viele optische Materialien in der Größenordnung von 3 ([4]) und bestimmt sich aus:

$$\lambda_0 \frac{d^2n}{d\lambda^2} = -B \frac{dn}{d\lambda} \quad (3.13)$$

Interessanterweise ist das Verhältnis radienunabhängig. Für BK7 ist nach den Sellmeier-Gleichungen  $B \approx 2$  und aus  $\tau_p = 30$  fs folgt bei 800 nm  $N=11$  und daher ist das Verhältnis aus GVD- und PTD-Verbreiterung  $B/2N \approx 1/11$ , d.h. die Pulsfrontdeformation dominiert und darf nicht vernachlässigt werden.

Pulsfront-PTD kann durch die Verwendung von Achromaten passender Wellenlänge vermieden werden. Näherungsweise gilt dann  $d(1/f)/d\lambda = 0$ . Die Pulsfront ist dann zwar immer noch gegenüber der Phasenfront verzögert, aber die Ankunftszeit im Brennpunkt und die Pulsverbreiterung sind über den Querschnitt gleich [6]. Damit läßt sich die Pulsverbreiterung homogen über den Querschnitt kompensieren. Bei sehr kurzen Pulsen und damit breiten Spektren ist die Wirkung der Achromate eingeschränkt und man sollte dann zu reflektiver Optik übergehen. Vor allem Optiken mit kurzer Brennweite und großer Eintrittsöffnung (hohe num. Apertur) können trotz sehr geringer chromat. Aberration eine Pulsfrontverkrümmung von 10 oder 20 fs zeigen, die sich dann vor allem bei sehr kurzen Pulsen (z.B.  $\tau_p=10$  fs) im Fokus bemerkbar macht. In [14] ist beispielsweise ein Autokorrelationssignal, das durch Fokussieren des Laserstrahl, der zuvor über eine Verzögerungsstrecke geschickt wurde (Interferometer), mit einem Mikroskopobjektiv ( $NA=0.85$ ) in eine Farbstofflösung entstand, dargestellt. Fokussiert wurden nur der zentrale Bereich und der Randbereich des Laserstrahl. Es ergab sich dadurch zwischen

dem Randpuls ( $\tau_p=12.5$  fs) und Zentralpuls ( $\tau_p=10$  fs) eine Verzögerung von 23 fs, die sich dann in der Doppelpulsstruktur des Autokorrelationsignal bemerkbar machte.

Die chromatische Aberration kann auch dazu führen, daß die Intensität im Fokus geringer ausfällt als erwartet, da die gesamte Energie nicht zum gleichen Zeitpunkt eintrifft und der Laserstrahl sich nicht beugungsbegrenzt fokussieren läßt.

### 3.2 Messung des Pulsfrontverlaufs

Ultrakurze Lichtimpulse wurden durch verschiedene Zeiss-Objektive, die in der Zwei-Photonen-Mikroskopie verwendet werden, geschickt und anschließend wurde die Pulsfront mit dem in Abb. 3.3 schematisch dargestellten Versuchsaufbau vermessen. Als Lichtquelle mit kurzer Kohärenzlänge diente ein selbstgebauter Femtosekunden-Oszillator [3]. Das Ti:Saphir Lasersystem (800 nm, 105 MHz, 36 nm spektrale Bandbreite) wurde durch einen frequenzverdoppelten cw 5W Nd : YVO<sub>3</sub>-Laser gepumpt (siehe Abschnitt 2.3).

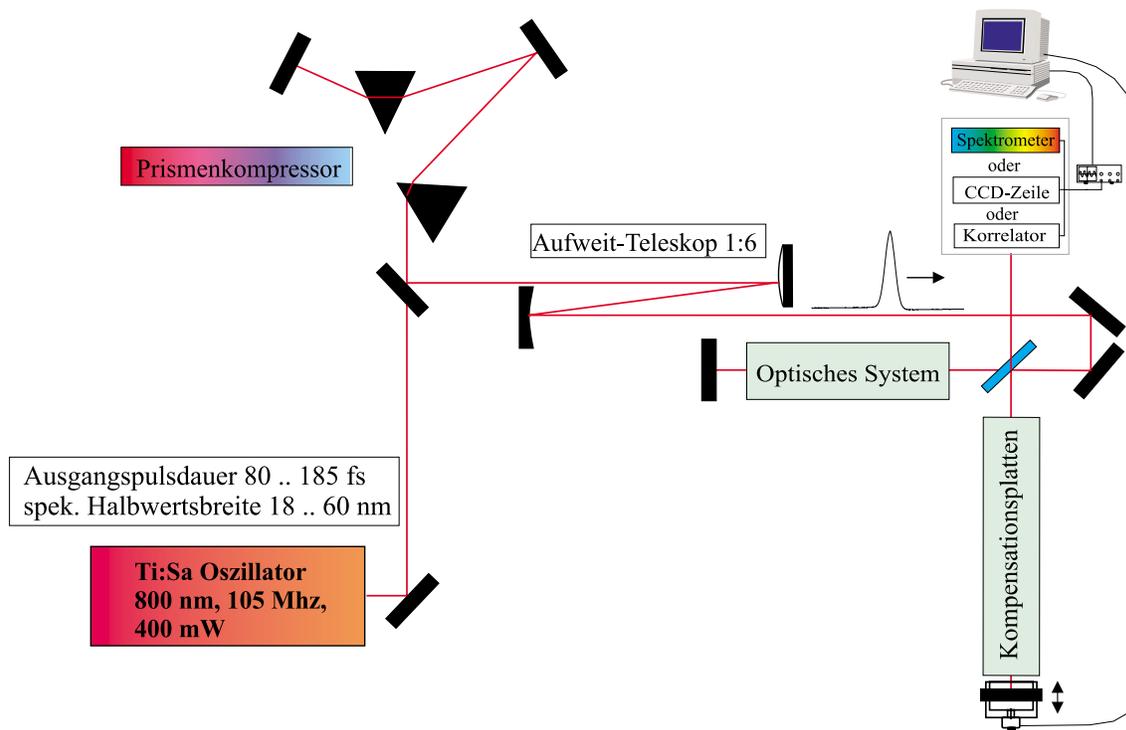


Abbildung 3.3: *Exp. Aufbau zur Messung des Pulsfrontverlaufs*

Bevor der Laserstrahl in das Michelson-Interferometer hineingeleitet wurde, durchliefen die Lichtimpulse eine externe Pre-chirp-Einheit - externer Prismenkompressor aus SF10 Prismen - die für möglichst kurze Pulse am Ausgang des Interferometers sorgte. Mit diesem Prismenkompressor wurde ein minimales Zeit-Bandbreite-Produkt von 0.49 nach dem externen Prismenkompressor erreicht (unter der Annahme einer Secans hyperbolicus Pulsform). Für die meisten Experimente wurde der Laserstrahl mit einem 6-fach Teleskop aufgeweitet, zum einen wegen der unsauberen Lasermode (horizontale Flügel) und zum anderen, um die Eintrittspupille der Objektive (max. Radius 5.33 mm) voll ausleuchten zu können. Die Objektive wurden in den Objektarm platziert, während die Kompensationsplatten (BK7) im Referenzarm positioniert wurden. Der

einzuführende Gesamtglasweg im Referenzarm bestimmte sich nach dem Abgleich der Pulsdauern, dann ist die Dispersion in beiden Interferometerarmen etwa gleich. Man könnte auch das Interferometer anfangs ohne Bauteile mit einer Kompensationsplatte für den Strahlteiler (Strahlteilerdurchgänge: Teleskoppuls 3-fach, Referenzpuls 1-fach) abgleichen oder zumindest in einen zum Abgleich definierten Zustand bringen und dann nach Einbau der Objektive in den Objektarm den Referenzarm mit soviel Glas auffüllen bis etwa wieder der vorherige Zustand eingestellt ist. Dann ist aber nicht garantiert, daß die Pulslängen gleich sind, zumal keine Informationen über das Objektivmaterial erhältlich waren. Der Abgleich der Pulslängen ist also sinnvoller. Bei der Auswahl der Kompensationsplatten ist darauf zu achten, daß das Material möglichst homogen ist und die Platten möglichst wenig Keil besitzen. Beispielsweise verursacht eine Platte mit einem Keil von  $1/100$  Grad einen Unterschied in der Ankunftszeit im 2-fachen Durchgang von etwa  $3 f_s$  auf 5 mm Strecke im Strahlquerschnitt. Indem man die Platte in den Referenzarm des 'ungefüllten' Interferometers einbringt, kann i.a. der Einfluß der Platte auf die Phase des Laserstrahls qualitativ festgestellt und damit eine Vorauswahl getroffen werden. Ein schwacher Keil (wie vorheriges Bsp.) kann durch leichtes Verkippen des Referenzarmendspiegels korrigiert werden. Die gleichen Kriterien gelten für den Strahlteiler, der in unseren Fall mit kommerzieller Meßtechnik überprüft wurde und praktisch keinen Einfluß auf die Phase hat.

In den folgenden Abschnitten werden die Detektionsmethoden am Ausgang des Interferometers zur Bestimmung des Pulsfrontverlaufs etwas näher erläutert.

### 3.2.1 Räumliche Interferometrie

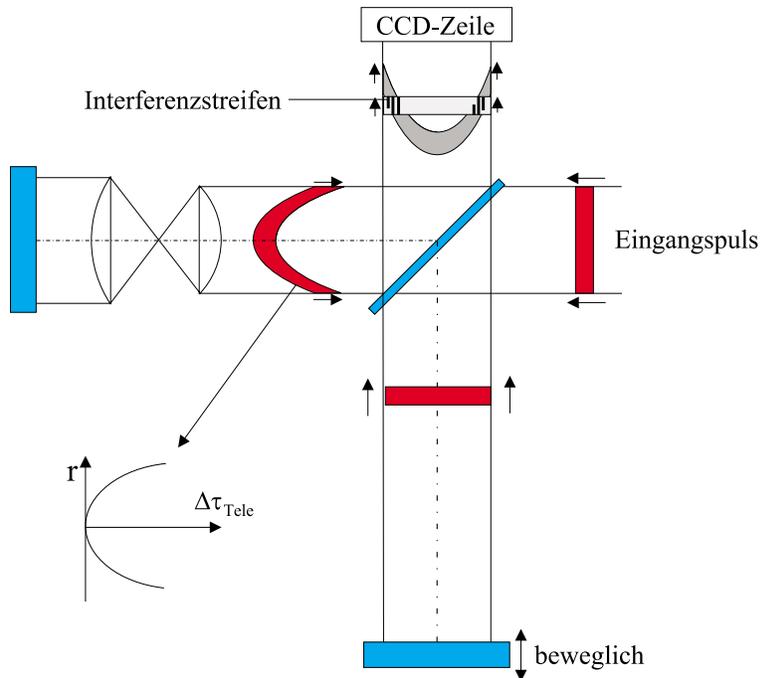


Abbildung 3.4: Messung der Pulsfront mittels Flugzeitinterferometrie. Interferenzen entstehen nur im räumlichen und zeitlichen Überlappgebiet des Objektpulses und des Referenzpulses. Die Kompensationsplatten sind nicht gezeichnet worden.

In Abb. 3.4 ist dargestellt, daß Interferenzen am Ausgang des Interferometers nur dort entste-

hen können, wo ein räumlicher und zeitlicher Überlapp des Objektpulses mit dem Referenzpuls gegeben ist [6]. Die Struktur der Interferenzen selbst wird dann durch den relativen Verlauf der Phasenfronten zueinander bestimmt. Beispielsweise kann es also vorkommen, daß die Interferenzen beim Durchfahren der Verzögerung links anfangen und rechts aufhören, aber im Überlappbereich der beiden Pulse sich die Intensität nur zwischen hell oder dunkel ändert da die Phasenfronten weitgehend parallel und eben zueinander sind. In Abbildung 3.5 sind Interferenzbilder, wie sie sich im Idealfall für unterschiedliche zeitliche Verzögerungen zwischen dem Objekt- und Referenzpuls ergeben, ohne Untergrundsignal für ein Intensitätsmaximum abgebildet.

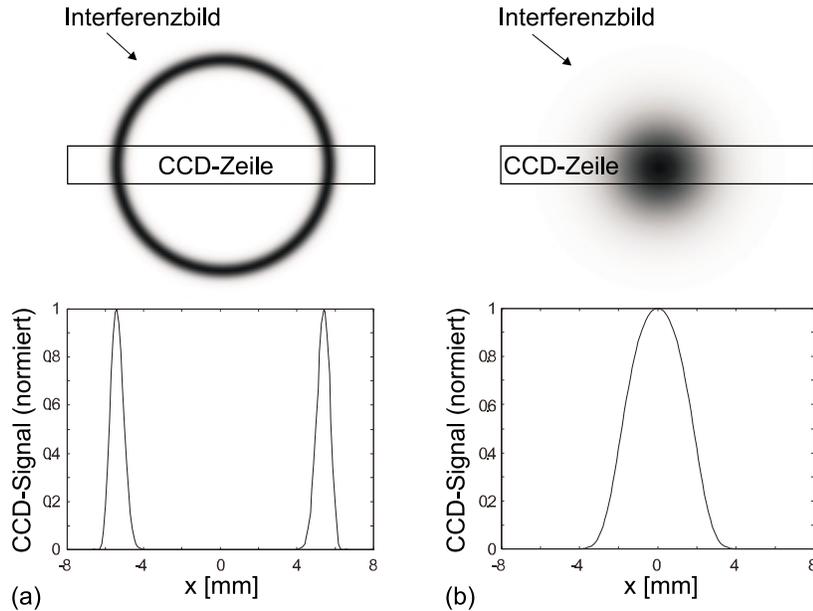


Abbildung 3.5: Berechnete Interferenzbilder ohne Untergrundsignal am Ausgang des Michelson-Interferometers für zwei unterschiedliche zeitliche Verzögerungen zwischen Objekt- und Referenzpuls, wobei der Objektpuls nach Durchlaufen des Teleskops aus den plan-konvex Linsen  $f_1=54$  mm /  $f_2=38$  mm (siehe Abb. 3.4) parabelförmig deformiert ist. Die zeitlichen Verzögerungen sind auf die optische Achse bezogen: (a) -130 fs, (b) 10 fs.

Die Interferenzstruktur wurde mit einer vertikal angeordneten CCD-Zeile als Funktion des Radius aufgezeichnet. Ein eindimensionaler Detektor ist aufgrund der Zylindersymmetrie der Pulsfront-PTD ausreichend. Die zeitliche Verzögerung der beiden Pulse wurde durch einen auf einem Verschiebetisch montierten Spiegel realisiert. Die minimale benutzte Schrittweite des Verschiebetisches betrug 62.5 nm und die minimale Änderung des optischen Weges das doppelte. Das Sampling-Theorem fordert für die Schrittweite  $\Delta x$ :  $2\Delta x \leq 1/(2\nu_x) = \lambda/2$ , was mit  $2\Delta x=125$  nm gewährleistet ist, es kommt also zu keiner Überschneidung sich wiederholender Spektren nach einer FFT (schnelle Fouriertransformation) und man verliert prinzipiell keine Information. Aber die Bestimmung des Sichtbarkeitsmaximums wird durch diese relativ große Schrittweite erschwert, da man möglicherweise das Maximum um mehrere Perioden verpaßt. Dabei spielt die spektrale Bandbreite eine große Rolle, denn diese bestimmt die Breite der Interferenzstruktur und damit der Sichtbarkeit. Eine große Bandbreite  $\Delta\nu$  ergibt eine kurze Kohärenzlänge  $\Delta L = c/\Delta\nu$ , die Position des Maximums der Sichtbarkeit ist besser zu lokalisieren, da die

Intensität in der Umgebung schneller abfällt.

Die Pulslängen von Referenzpuls und Objektpuls müssen gleich sein, da ansonsten der Impuls mit der größeren Pulsdauer die Breite der Interferenzstruktur bestimmt, der Einfluß des Spektrums wird dann geringer. Im Falle gleicher Pulslängen gilt für das Interferometer mit gleichdispersiven Armen unter Vernachlässigung des Untergrundtermes und der Annahme von Gauß-Pulsen (wegen der einfacheren Berechnung)

$$I(\tau_d) \sim \exp\left(-\left(a^2 + 1\right)\frac{\tau_d^2}{2\tau_g^2} - i\omega_l\tau_d\right) = \exp\left(-\frac{\pi^2 \Delta\nu^2}{4 \ln(2)}\tau_d^2 - i\omega_l\tau_d\right) \quad (3.14)$$

$\tau_d$  ist die zeitliche Verzögerung, die über den Verschiebetisch eingestellt wird.

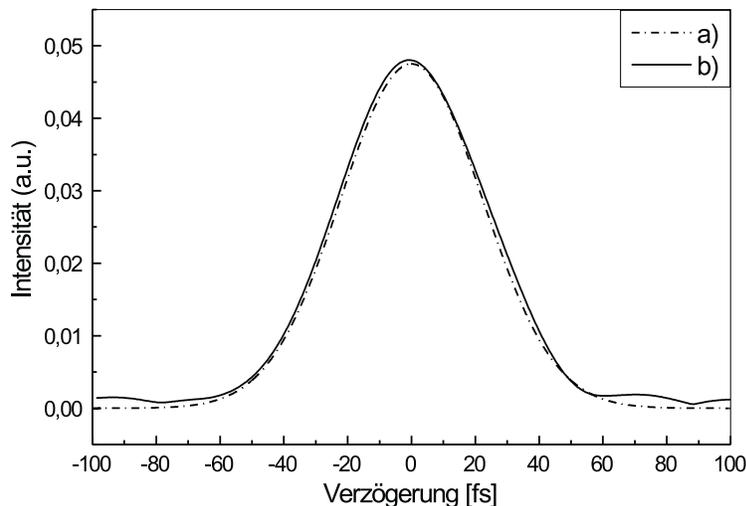


Abbildung 3.6: Interferenzbild des leeren Interferometers für  $r=\text{const.}$  (Einhüllende der schnellen Oszillationen, entspricht bis auf einen Vorfaktor der Sichtbarkeit). Es wurde eine spektrale Halbwertsbreite von 35.9 nm am Laser eingestellt und dann das Interferogramm aufgenommen. Die Pulslänge betrug 32 fs. a) berechnete Einhüllende b) gemessene Einhüllende

In Abb. 3.6 sind die gemessene und berechnete Einhüllende des Interferenzbildes ohne Untergrund für das leere Interferometer bei  $\Delta\lambda = 35.9 \pm 1$  nm dargestellt. Die gemessene Kurve wurde mit einer Gauß-Funktion angepaßt und daraus die Halbwertsbreite  $2\tau_{d,1/2} = 52.8 \pm 0.2$  fs bestimmt, woraus sich dann mit  $\Delta\lambda = 4\lambda^2 \ln(2)/(\pi c 2\tau_{d,1/2})$  eine spek. Halbwertsbreite von  $35.6 \pm 0.1$  nm ergibt. Es ist also festzustellen, daß der aus dem Interferenzbild bestimmte und der eingestellte Wert  $\Delta\lambda$  gut übereinstimmen. Bei geringeren  $\Delta\lambda$ -Werten (z.B.  $\Delta\lambda = 18$  nm) betrug die Abweichung bis zu 10 %, was bei breiteren Spektren nicht der Fall war. Man hat also die Möglichkeit, mit dem Interferometer direkt die spek. Halbwertsbreite unter der Annahme einer definierten Pulsform bestimmen zu können (in der Fourier-Spektroskopie erhält man den Betrag des Signalspektrums aus der Wurzel der Fouriertransformierten der Interferenzstruktur).

Allgemein kann die gemessene Interferenzstruktur für  $r=\text{const.}$  mathematisch durch folgende Gleichungen beschrieben werden [23]:

$$I(\tau_d) = \frac{\epsilon_0 c n}{4} \left\{ \langle \mathcal{E}_1^2 \rangle + \langle \mathcal{E}_2^2 \rangle + \langle \tilde{\mathcal{E}}_1^*(t - \tau_d) \tilde{\mathcal{E}}_2(t) e^{i\omega_l\tau_d} + \tilde{\mathcal{E}}_1(t - \tau_d) \tilde{\mathcal{E}}_2^*(t) e^{-i\omega_l\tau_d} \rangle \right\} \quad (3.15)$$

$$= \epsilon c n \left\{ A_{11}(0) + A_{22}(0) + A_{12}^+(\tau_d) + A_{12}^-(\tau_d) \right\} \quad (3.16)$$

$$A_{12}^+(\tau_d) = \frac{1}{4} \langle \tilde{\mathcal{E}}_1^*(t - \tau_d) \tilde{\mathcal{E}}_2(t) e^{i\omega_1 \tau_d} \rangle \quad (3.17)$$

$$= \frac{1}{2} \tilde{\mathcal{A}}_{12}(\tau_d) e^{i\omega_1 \tau_d} \quad (3.18)$$

Die einzelnen Größen sind in Abschnitt A.1 definiert.  $\langle \rangle$  bedeutet eine Mittelung über die Responsezeit  $\tau_{res}$  des Detektors. Im fs-Bereich gilt  $\tau_{res} \gg \tau_p$ , so daß  $\langle \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} dt$  geschrieben werden kann.

Anhand dieser Gleichungen läßt sich die Prozedur zur Bestimmung des Pulsfrontverlaufs erläutern. Nach einer FFT erhält man einen Untergrundterm ( $A_{11}(0) + A_{22}(0)$ ) und zwei um  $\omega_l$  bzw.  $-\omega_l$  zentrierte Spektren  $\tilde{A}_{12}^+(\omega) = (\tilde{E}_1^+(\omega))^* \cdot \tilde{E}_2^+(\omega)$  und  $\tilde{A}_{12}^-(\omega) = (\tilde{E}_1^-(\omega))^* \cdot \tilde{E}_2^-(\omega)$  für jede Position im Strahlquerschnitt.

Man hat nun 2 Möglichkeiten in der weiteren Auswertung. Die 1. Möglichkeit besteht darin, durch spektrale Filterung  $\tilde{A}_{12}^+(\omega)$  zu gewinnen und nach der inversen Fouriertransformation erhält man durch die Bildung des Betragsquadrates und Normierung die Sichtbarkeit als Funktion von  $\tau_d$  und der Position im Strahlquerschnitt, woraus man dann aus den Maxima der Sichtbarkeit für jede Position den Pulsfrontverlauf bestimmen kann. Durch die spektrale Filterung können auch ungewollte Signalstörungen unterdrückt werden. Nach der zuvor erklärten Methode sind die Interferenzbilder der Objektive und des Teleskops  $f_1=54$  mm /  $f_2=38$  mm ausgewertet worden (siehe Abb. 3.7 (b), Abb. 3.8 und Abb. 3.9). In den Abbildungen 3.7 und 3.8 sind außerdem Ergebnisse der in den folgenden Abschnitten erläuterten Detektionsmethoden (Abschnitt 3.2.2 und 3.2.3) dargestellt. Die Ray-Tracing-Werte in Abb. 3.7 und Tabelle 3.2 stammen vom Hersteller der Objektive, d.h. von der Firma Carl Zeiss Jena GmbH.

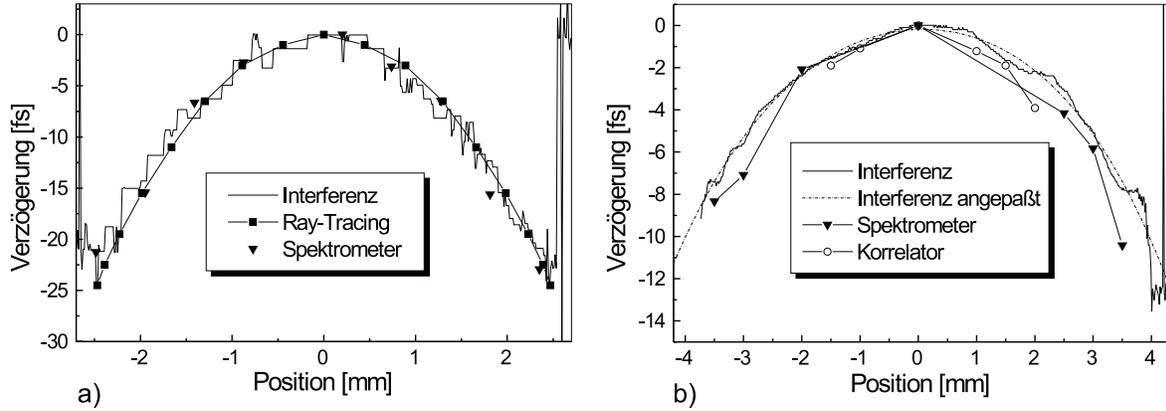


Abbildung 3.7: Verlauf der Pulsfront nach einfachen Durchgang durch die Objektive LD Achroplan 40 x/ 0.6 Korr [a] und Plan Neofluar 20 x/0.5 [b]. Es sind die Ergebnisse der verschiedenen Detektionsmethoden dargestellt.

Die andere Möglichkeit basiert auf der Nutzung der spektralen Phase, die in der komplexen Exponentialfunktion von  $\tilde{A}_{12}^+(\omega)$  enthalten ist:

$$H(\omega, r) = e^{i(\phi_1(\omega, r) - \phi_2(\omega))} = e^{i\Delta\phi(\omega, r)} \quad (3.19)$$

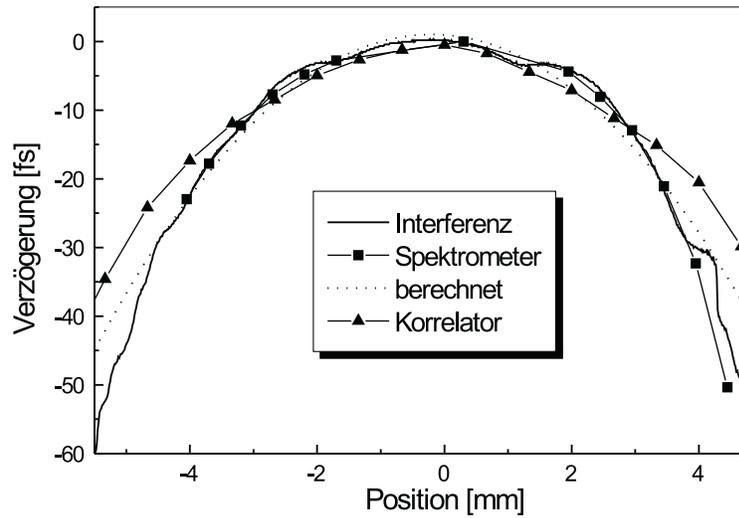


Abbildung 3.8: Verlauf der Pulsfront nach einem Teleskop bestehend aus BK7-Linsen der Brennweiten  $f_1=54$  mm und  $f_2=38$  mm. Es sind die Ergebnisse der unterschiedlichen Detektionsmethoden dargestellt.

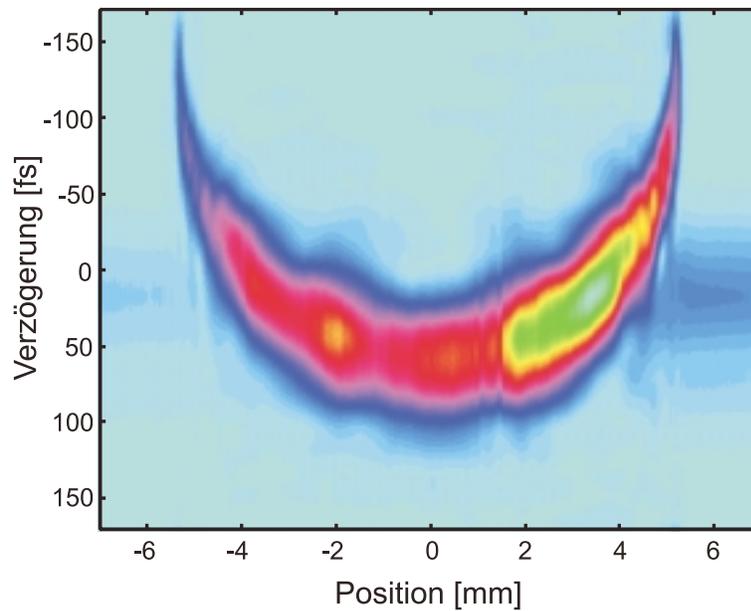


Abbildung 3.9: Interferenzbild (Sichtbarkeit) nach zweifachen Passieren des Teleskops aus 2 BK7-Linsen mit den Brennweiten  $f_1=54$  mm und  $f_2=38$  mm.

$\phi_1(\omega, r)$  und  $\phi_2(\omega)$  sind die frequenz- und radienabhängigen (bei Zylindersymmetrie) Phasenfunktionen der beiden Interferometerarme, dabei wurde angenommen, daß nur die Phase im Arm Nr.1 radienabhängig ist.

Man kann nun die Phasendifferenz in einen positionsabhängigen und einen positionsunabhängigen Teil zerlegen und man erhält nach Entwicklung der positionsabhängigen Phasendifferenz  $\Delta\phi_a(\omega, r)$  in eine Taylorreihe bis zur 2. Ordnung (Dispersion 3. Ordnung soll sehr gering sein) um die Zentralfrequenz  $\omega_l$  (entsprechend Gl. A.29):

$$H(\omega, r) = e^{i\Delta\phi(\omega, r)} \quad (3.20)$$

$$H(\omega, r) = e^{i\Delta\phi_u(\omega) + i\Delta\phi_a(\omega, r)} \quad (3.21)$$

$$H(\omega, r) \approx e^{i\Delta\phi_u(\omega) + i\Delta\phi_a(\omega_l, r) + i\Delta\phi'_a(\omega_l, r)(\omega - \omega_l) + i\frac{\Delta\phi''_a(\omega_l, r)}{2}(\omega - \omega_l)^2} \quad (3.22)$$

Man anerkennt an der letzten Gleichung, daß in der Phase der radienabhängige Pulsfrontverlauf ( $\Delta\phi'_a(\omega_l, r)$ ) enthalten ist. Radienunabhängige Pulsverbreiterung und unterschiedliche Gruppengeschwindigkeit sind in dem Phasenterm  $\Delta\phi_u(\omega)$  zu finden, wobei bei einer Taylorentwicklung von  $\Delta\phi_u(\omega)$ ,  $\Delta\phi''_u(\omega)$  aufgrund gleicher Pulslängen durch die Kompensationsplatten verschwinden sollte.

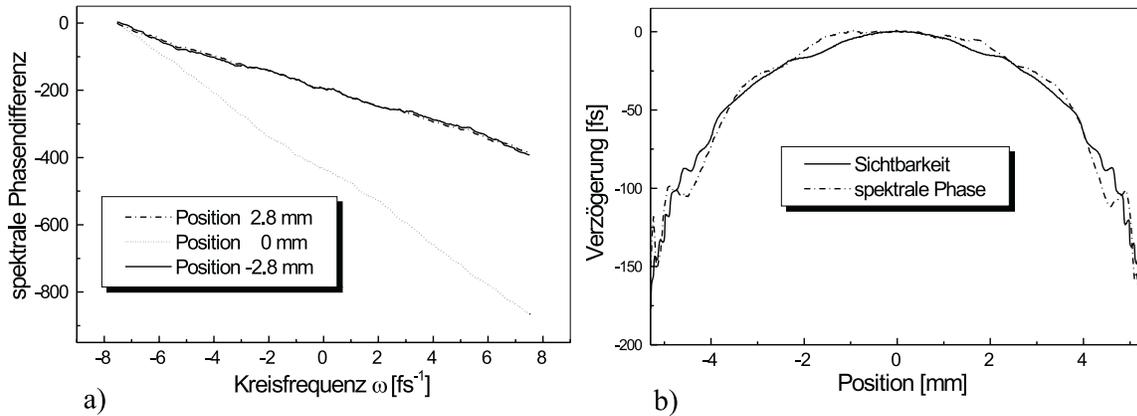


Abbildung 3.10: Pulsfrontverlauf nach zweifachen Durchlaufen des Teleskops aus 2 BK7-Linsen mit den Brennweiten  $f_1=54$  mm /  $f_2=38$  mm. a) spektrale Phasendifferenz an 3 verschiedenen Positionen im Strahlquerschnitt (nach FFT); b) Pulsfrontverlauf aus Sichtbarkeit und aus 1. Ableitung der spektralen Phase sind dargestellt;

In Abb. 3.10 a) ist die spektrale Phase des Teleskops  $f_1=54$  mm /  $f_2=38$  mm als Funktion von  $\omega$  für 3 unterschiedliche Positionen dargestellt. Man erkennt, daß die Phase für alle 3 Positionen nahezu linear verläuft, was darauf hindeutet, daß die Pulslängen in beiden Armen etwa gleich und radienunabhängig sind. Der Anstieg der Phasenfunktion hat bei der Position 0 mm (auf der optischen Achse) ein Maximum und fällt dann zu den Seiten hin ab. Die ermittelte Phase kann nun für jede Position und jede Frequenz numerisch differenziert werden und man erhält unmittelbar die Ankunftszeit ( $\Delta\phi'_a(\omega_l, r)$ ) als Funktion der Position. In Abb. 3.10 b) ist die Zwei-Punkt ableitung für jede Position bei  $\omega_l$  neben der Sichtbarkeitskurve dargestellt und man erkennt die prinzipielle Übereinstimmung der beiden Pulsfronten.

Die Bestimmung des Pulsfrontverlaufes (engl. group delay) kann ebenso gut mit einer Weißlichtquelle durchgeführt werden [18], da die Wirkung von  $H(\omega, r)$ , genauer gesagt die Wirkung von  $\Delta\phi'_a(\omega_l, r)$  auf die Position des Sichtbarkeitsmaximums als Funktion von  $\tau_d$  für verschiedene Positionen im Strahlquerschnitt unabhängig von der spektralen Phasenfunktion der Feldstärke

am Eingang des Interferometers ist. Der Vorteil einer Weißlichtquelle liegt vor allem darin, daß durch die Verschiebung des spektralen Fensters mit Hilfe der Interferenzfilter,  $\phi'(\omega)$  als Funktion von  $\omega$  bestimmt werden kann, woraus sich dann die GVD ermitteln läßt.

Wichtig für die Messungen ist auch die Tatsache, daß die Position des Sichtbarkeitsmaximums nicht von den Pulslängen der beiden Pulse abhängt, d.h. der totale Abgleich in den Pulslängen ist nicht notwendig. Die experimentell ermittelte Genauigkeit in der Bestimmung des Sichtbarkeitsmaximums beträgt mit diesem Versuchsaufbau etwa  $\pm 3$  fs. Das liegt eben daran, das aufgrund der Intensitätsschwankungen und der etwas zu großen Schrittweite (die Hälfte wäre optimaler) die Position der Maxima einem Toleranzbereich von etwa  $\pm 1$  Periode hat. Bei kleineren Schritten wird die Schrittweite des Verschiebetisches ungenau, der Verschiebetisch kann dann durchaus für einen Schritt mal hängen, was am sich nicht verändernden Interferenzbild zu erkennen ist. Die Hauptursache der Schwankungen liegt in der mechanischen Instabilität des Interferometers und der Datenerfassung. Der Verschiebetisch stoppte nach jedem Schritt und dann wurde die CCD-Zeile ausgelesen, was immer zu einer Beunruhigung des Interferometers führt. Möchte man die Position des Sichtbarkeitsmaximums genauer bestimmen, so sollte man ein Piezoelement als Verschiebeeinheit verwenden und die Verzögerung möglichst ohne Stopps mit gleichzeitiger Datenerfassung durchfahren. Nach Radzewicz et al. [16] ist dann eine Positionsgenauigkeit von  $\pm 1$  fs erreichbar. Beck et al. [19] erreichte sogar mit einem ac-Interferometer (Lock-in-Technik) ein Auflösungsvermögen von 0.1 fs (30 nm).

Der Einfluß der mech. Instabilität konnte durch leichtes Verkippen eines Interferometerendspiegel reduziert werden, da die Interferenzstreifen besonders bei kleinen Neigungswinkeln auf der CCD-Zeile wandern ( $dx/d\chi \sim 1/\sin^2(\chi)$ ,  $\chi$  ist der Kippwinkel,  $dx$  die Strecke auf der CCD), allerdings ist zu beachten, daß durch Spiegelverkipfung die Pulsfront ebenfalls verkippt wird. Bei sehr kleinen Pulsfrontdeformationen kann das zu massiven Fehlern führen. In Abb. 3.7 a) ist u.a. das direkt aus der Interferenzstruktur mit Oszillationen bestimmte Interferenzmaximum als Funktion der Position dargestellt.

Um Fehler bei der Ausbreitung der beiden Pulse nach dem Interferometer zu vermeiden (Divergenz), sollte sich die CCD-Zeile so nah wie möglich hinter dem Strahlteiler befinden, außerdem sind die Interferometerarme kurz zu halten.

### 3.2.2 Spektrale Interferometrie

Die Feldverteilung am Ausgang des Michelson-Interferometers wurde mit Hilfe des Eingangsspaltes des Spektrometers senkrecht zur Ausbreitungsrichtung abgetastet (siehe Abb. 3.11). Dabei war besonders wichtig, daß nur ein schmaler horizontaler Streifen inklusive des Laserstrahlmittelpunktes erfaßt wurde.

Das Spektrum zeigt aufgrund der spektralen Überlagerung der beiden Interferometerarm-Pulse Modulationen. Mathematisch wird das aufgenommene Spektrum wie folgt beschrieben

$$\begin{aligned} S(\omega, r) &= |\mathcal{F}[E_1(t - \tau_d, r)] + \mathcal{F}[E_2(t, r)]|^2 \\ S(\omega, r) &= A_1^2(\omega, r) + A_2^2(\omega, r) + 2A_1(\omega, r)A_2(\omega, r) \cos[\phi_1(\omega, r) - \phi_2(\omega) + \omega\tau_d] \end{aligned} \quad (3.23)$$

wobei  $\tilde{E}_1^+(\omega, r) = A_1(\omega, r)e^{-i\phi_1(\omega, r) - i\omega\tau_d}$  und  $\tilde{E}_2^+(\omega, r) = A_2(\omega, r)e^{-i\phi_2(\omega)}$  die elektrischen Feldstärken im Frequenzbereich sind. Es wurde wie in Abschnitt 3.2.1 angenommen, daß die spektrale Phase nur im Arm Nr.1 radienabhängig ist. Über  $\tau_d$  wird der geometrische Wegunterschied der beiden Arme eingestellt.

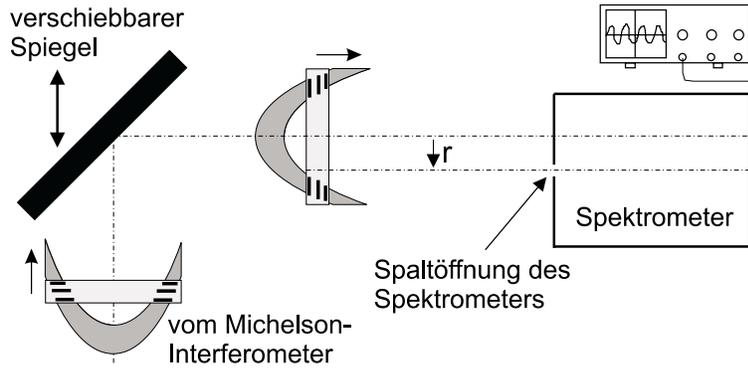


Abbildung 3.11: Abtasten der Pulsfront mit dem Spektrometer (Prinzipiskizze).

Wenn man nun die Phasendifferenz bestimmt hat, dann erhält man durch Differentiation der frequenzabhängigen Phase für verschiedene Radien bei der Zentralfrequenz  $\omega_l$  die Pulsfront. Die Phasendifferenz kann durch Invertierung der  $\cos$ -Funktion erfolgen. Dazu müssen die spektralen Amplituden  $A_1(\omega, r)$  und  $A_2(\omega, r)$  genau ermittelt werden. Aber ein Problem sind die großen Phasenfluktuationen bei geringen Intensitätsschwankungen in dem Bereich wo das Argument der  $\arccos$ -Funktion den Wert 1 annimmt. Deshalb wird diese Methode i.a. nicht gewählt. Eine praktikablere Methode besteht in der Messung der Frequenzen bei denen  $S(\omega, r)$  maximale Werte annimmt. Zwischen den Maxima hat sich dann die spektrale Phasendifferenz um  $2\pi$  geändert. Um genügend Meßpunkte zu erhalten, wird  $\tau_d$  in  $S(\omega, r)$  so gewählt, daß zahlreiche Maxima im Spektrum sichtbar werden [15]. Die Verlauf der spektralen Phasendifferenz als Funktion der Frequenz ist an dem Abstand der Maxima im Frequenzraum erkennbar, wobei bei fehlender Kenntnis von  $\tau_d$  ein linearer Phasendifferenzverlauf nicht ohne weiteres bestimmt werden kann, aber zumindest sind Änderungen der linearen Phasendifferenz als Funktion vom Radius feststellbar.

Zur Ermittlung der Pulsfront wurde eine andere Methode verwendet. Und zwar wurde an jeder Position  $r$ ,  $\tau_d$  solange variiert bis die Bedingung (unter Verwendung von Gl. 3.22)

$$\left. \frac{d}{d\omega} \Delta\phi(\omega, r) \right|_{\omega_l} = 0 = \left. \frac{d}{d\omega} \Delta\phi_u(\omega) \right|_{\omega_l} + \Delta\phi'_a(\omega_l, r) + \tau_d \quad (3.24)$$

erfüllt war. D.h.  $\tau_d$  wurde solange verändert bis dieser Umkehrpunkt (stationärer Phasen-Punkt) bei der Zentralfrequenz zu lokalisieren war. Da nun  $\Delta\phi'_a(\omega_l, r)$  für jeden Radius einen anderen Wert annimmt, ist die Bedingung Gl. 3.24 nur durch Variation von  $\tau_d$  für verschiedene Radien zu erfüllen (Bedingungsgleichung kann nach  $\tau_d$  umgestellt werden), über  $\tau_d$  werden die Änderungen von  $\Delta\phi'_a(\omega_l, r)$  sozusagen kompensiert, in  $\tau_d = \tau_d(r)$  ist damit der Pulsfrontverlauf direkt enthalten. Die 1. Ableitung der Phasendifferenz der beiden Interferometerarme bei  $\omega_l$  ist der Laufzeitdifferenz, die die beiden Pulse erfahren, äquivalent. Daher ist die Laufzeitdifferenz gleich Null, d.h. die Pulse kommen zur gleichen Zeit am Interferometerausgang an, wenn die obige Gl. 3.24 erfüllt ist. Die exakte Gleichzeitigkeit ist schwer zu ermitteln, denn in der Nähe des Abgleiches ist die Phasendifferenz nur schwach frequenzabhängig, so daß möglicherweise kurz vor dem Abgleich das Spektrometerbild genauso aussieht wie wenn der Abgleich tatsächlich erreicht ist. In Abgleichnähe sind kaum noch Modulationen im Spektrum vorhanden. Bei einem sehr breiten Spektrum, könnten in den spektralen Rändern wieder Modulationen sichtbar werden und die Position des stationären Punktes ist dann daran zu erkennen, daß der Abstand der Maxima

oder Minima nach beiden Seiten vom stationären Punkt entweder größer oder kleiner wird. Durch Variation von  $\tau_d$  kann man dann den stationären Punkt bis zu  $\omega_l$  verschieben. Ergebnisse zu dieser Detektionsmethode sind unter der Bezeichnung 'Spektrometer' in den Abbildungen 3.7 und 3.8 graphisch dargestellt. Weitere Ergebnisse und deren Diskussion sind im Abschnitt 3.2.4 zu finden.

Um die experimentelle Genauigkeit zu ermitteln, ist eine Probemessung durchgeführt worden. Dabei wurde ein drehbare planparallele Platte aus BK7 in den Objektarm eingebracht (Abb. 3.12). Über den Drehwinkel kann eine definierte Verzögerung eingestellt werden und anschließend kann  $\tau_d$  solange verändert werden, bis der Abgleich wieder hergestellt ist. Die zeitliche Verzögerung  $\Delta t$  als Funktion des Drehwinkels  $\vartheta$  ist durch die folgenden Gleichungen bestimmt:

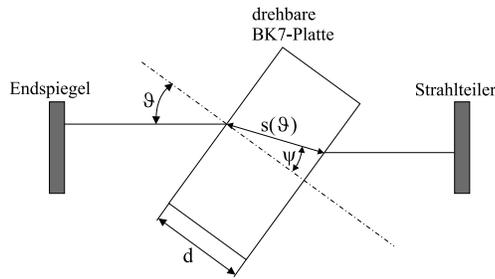


Abbildung 3.12: Drehbare planparallele Platte aus BK7 im Objektarm des Michelson-Interferometers. Über den Drehwinkel  $\vartheta$  wird die Verzögerung zwischen Objekt- und Referenzpuls eingestellt.

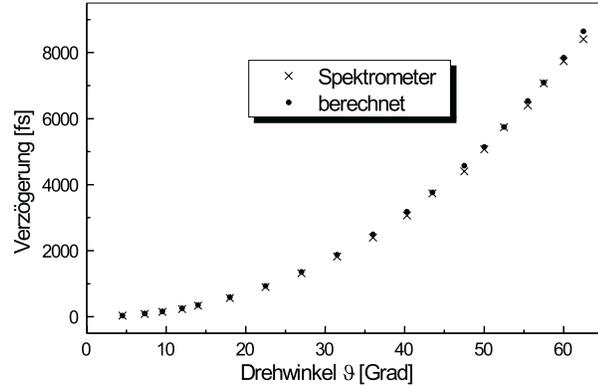


Abbildung 3.13: Meßergebnisse zum Aufbau in Abb. 3.12. Die mit dem Spektrometer und nach Gl. 3.27 bestimmten Verzögerungen des Referenzpulses gegenüber dem Objektpuls sind als Funktion des Drehwinkels  $\vartheta$  aufgetragen.

$$s(\vartheta) = \frac{d}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2(\vartheta)}{n^2(0.8)}}}, \quad \psi(\vartheta) = \arcsin \left[ \frac{\sin(\vartheta)}{n(0.8)} \right] \quad (3.25)$$

$$(3.26)$$

$$\Delta t(\vartheta) = 2 \frac{d - s(\vartheta) \cos[\vartheta - \psi(\vartheta)]}{c} + 2 \frac{s(\vartheta) - d}{v_g} \quad (3.27)$$

Es zeigte sich bei dieser Messung, daß bei einem guten Kontrast die Position des Abgleiches, die einige Male bei gleichen Drehwinkel gemessen wurde, in einem Toleranzbereich von minimal  $\pm 3$  fs lag. Genauer ist der Abgleich aus den oben geschilderten Gründen nicht bestimmbar. Weiterhin ist eine gute Übereinstimmung von Theorie und Messung anhand von Abb. 3.13 festzustellen. Die Abweichungen bei größeren Drehwinkeln sind vor allem auf den Ablesefehler des Winkels zurückzuführen, denn geringste Winkeländerungen wirken sich bei großen Drehwinkeln stärker auf die berechnete Verzögerung aus.

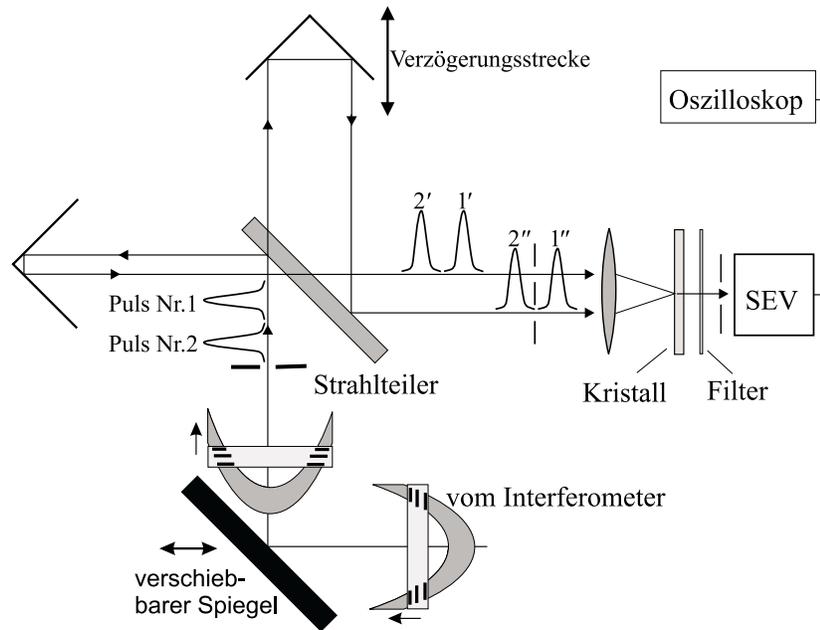


Abbildung 3.14: Prinzipskizze zur Erzeugung der Intensitätskreuz- und Intensitätsautokorrelation nach [3].

### 3.2.3 Intensitätskreuzkorrelation

Wenn sich die Objektive oder das Linsenteleskop im Interferometer befinden, dann hängt der zeitliche Abstand zwischen dem Referenz- und Objektpuls vom Radius ab. Diese beiden Pulse können in einen Korrelator entsprechend Abb. 3.14 gelenkt werden und erzeugen dort in einem nichtlinearen Kristall durch Frequenzverdopplung die Intensitätskreuz- und Intensitätsautokorrelation:

$$A_c(\tau, r) = \int_{-\infty}^{\infty} I_{ob}(t, r) I_r(t - \tau) dt \quad (3.28)$$

$$A_{int}(\tau, r) = \int_{-\infty}^{\infty} I_{ob}(t, r) I_{ob}(t - \tau, r) dt + \int_{-\infty}^{\infty} I_r(t) I_r(t - \tau) dt \quad (3.29)$$

$I_{ob}$  und  $I_r$  sind die Intensitäten des Objektarmes bzw. des Referenzarmes.

Der Abstand zwischen den beiden Kreuzkorrelationsspitzen sowie der Abstand zwischen Kreuzkorrelation und Autokorrelation (siehe Abb. 3.15 a) verändert sich bei deformierter Pulsfront wenn der Strahlquerschnitt nach dem Interferometer mit der kleinen Korrelatoröffnung (2 mm) abgetastet wird. Diese Änderungen als Funktion der Position oder bei Zylindersymmetrie als Funktion des Radius ergeben bei beliebiger Wahl eines Bezugspunktes im Strahlquerschnitt den Pulsfrontverlauf. Die Zylindersymmetrie konnte beim Vermessen der Objektive und des Teleskops visuell bestätigt werden. Wenn man nur die Veränderung des relativen Abstandes der Korrelationssignale detektiert, dann sollte man den Grundabstand zwischen den Korrelationen mit der Interferometerverzögerungsstrecke so einstellen, daß beim Abtasten die Kreuzkorrelation nicht in die Nähe der Autokorrelation läuft, denn dann können die beiden Pulse, die in den Korrelator einlaufen destruktiv oder konstruktiv interferieren und die Intensität schwankt dann aufgrund geringer Abstandsänderungen zwischen den beiden Pulsen verursacht durch Instabi-

litäten des Michelson-Interferometers und folglich werden die Fluktuationen nach dem SHG-Prozeß noch stärker sein (quadratischer Effekt). Außerdem sollte man den Abstand der beiden Kreuzkorrelationen benutzen, da die Empfindlichkeit sich dann verdoppelt.

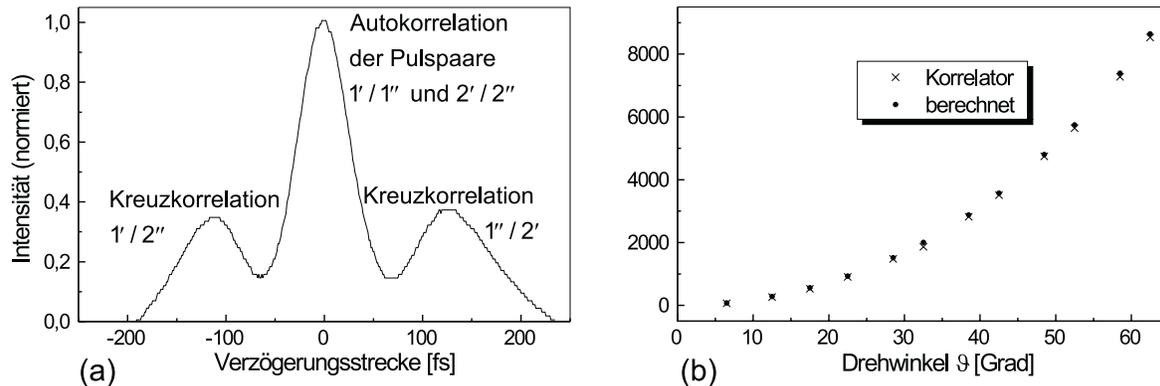


Abbildung 3.15: Nichtlineare Pulsfrontvermessung. (a): Intensitätskrenz- und Intensitätsautokorrelationssignal in Abhängigkeit vom Wegunterschied (in fs) im Korrelator. Die Entstehung des Signals kann anhand der Abbildung 3.14 nachvollzogen werden. (b): Meßergebnisse zum Aufbau in Abb. 3.12). Die mit dem Korrelator und nach Gl. 3.27 bestimmten Verzögerungen des Referenzpulses gegenüber dem Objektpuls sind als Funktion des Drehwinkels  $\vartheta$  aufgetragen.

Die Meßgenauigkeit ist durch die Ables- und Kalibrierengenauigkeit der Oszilloskopskala bestimmt, wobei beide Größen nicht unabhängig voneinander sind und sehr kurze Pulse sich positiv auf die Lokalisierung der Korrelationsmaxima auswirken. Beide liegen in der Größenordnung von  $\pm 2$  fs.

Es besteht auch die Möglichkeit, den Abstand zwischen den Kreuzkorrelationen konstant zu halten, indem die Verzögerungsstrecke im Michelson-Interferometer entsprechend eingestellt wird. Man erhält dann aus  $\tau_d$  (siehe Abschnitt 3.2.2) den Verlauf der Pulsfront. Die zuletzt genannte Meßvariante ist vor allem bei großen Abstandsänderungen zwischen den beiden Interferometer-Pulsen und bei besserer Genauigkeit der Verschiebeeinheit des Michelson-Interferometers gegenüber der Kalibrierung zu empfehlen. Die planparallele BK7-Platte aus Abschnitt 3.2.2 wurde nach dieser Methode mit dem Korrelator vermessen und es ergab sich analog zum Spektrometer eine gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Messung (siehe Abb. 3.15 b)). Außerdem wurde die Pulsfront, um die Methode zu testen, nach zweifachen Durchgang durch einen 2 cm dicken Ti-Saphir-Kristall zweidimensional vermessen (siehe Abb. 3.16). Eine zweidimensionale Absorptionmessung an dem Ti-Saphir-Kristall bei 632 nm zeigte die gleiche Struktur wie die Pulsfront.

Es ist bei den Messungen stets darauf zu achten, daß man die Pulsfront senkrecht zur Ausbreitungsrichtung des Laserlichtes vermißt.

Da die Kreuzkorrelationsmethode auf einem nichtlinearen Effekt beruht, sind hohe Intensitäten notwendig. Dies wird besonders wichtig, wenn die Transmission der Objektive nicht sehr hoch ist (Plan Neofluar 40x/ 1.3 oil: 60 % Transmission; LD Achro Plan 40x/ 0.6 Korr: 70 % Transmission) und der Puls viermal durch die Objektive hindurch muß. Der Strahl wird daher bei dieser Detektionsmethode nicht aufgeweitet. Der Laser kann dann allerdings durch die Rückkopplung von Laserlicht in den Oszillator aus den modensynchronisierten Zustand in den

cw-Modus übergehen. Trotz Verwendung eines Polarisators und eines Faraday-Rotators (diese Anordnung vor dem Interferometer sollte eine Rückkopplung von weniger als  $1/1000$  der Eingangsleistung gewährleisten) ist es nicht gelungen den selbstgebauten Oszillator [3] stabil im Pulsbetrieb zu halten, deshalb sind die Korrelatormessungen mit einem kommerziellen Oszillator namens Vitesse von der Firma Coherent (Santa Clara, USA), dessen Bandbreite und Pulslänge (unkomprimiert) 31 nm bzw. 74 fs betragen (sech-Profil), der unempfindlich gegenüber Rückkopplung ist, durchgeführt worden. Die Pulse konnten mit einem Prismenkompressor aus SF10-Prismen auf minimal 35 fs komprimiert werden (sech-Profil), das entspricht einem Pulsdauer-Bandbreite-Produkt von  $c_B=0.50$ .

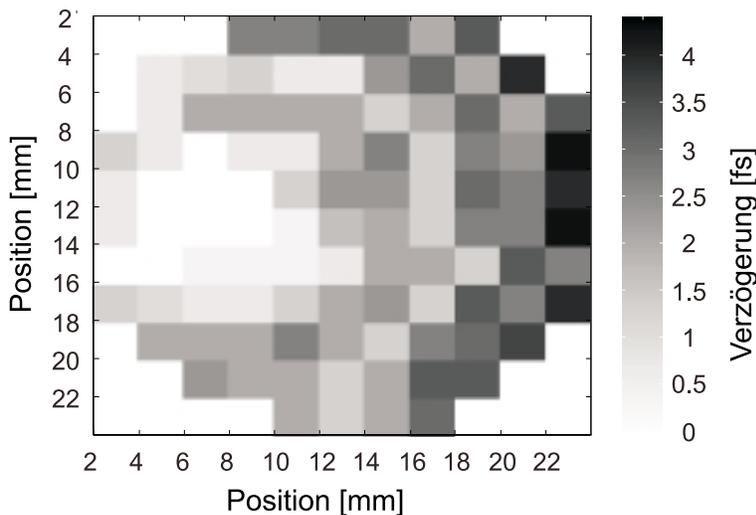


Abbildung 3.16: Pulsfront nach einem 2 cm dicken Ti-Saphir-Kristall. Die dunklen Farben bedeuten, daß der Puls an diesen Positionen später ankommt.

### 3.2.4 Ergebnisse

Die Mikroskop-Objektive wurden meist paarweise in Form eines Teleskops in einen der beiden Interferometerarme einjustiert, mit dem Vorteil, daß die teilweise sehr schwache Pulsfrontdeformation durch die mehrfachen Objektivdurchgänge erhöht wurde, so daß sich die geringe Meßgenauigkeit der Detektionsmethoden weniger bemerkbar machte. Nachteilig kann sich aber die verringerte Intensität durch das häufige Passieren der Objektive auf die Sichtbarkeit auswirken. Die Bestimmung der Pulsdauer nach vierfachen Durchgang durch das Objektiv Plan Neofluar 40x/1.3 oil mit aufgeweitetem Strahl war wegen zu schwacher Intensität beinahe unmöglich. Mit Hilfe des externen Prismenkompressors aus SF10-Prismen (Abb. 3.3) wurde die Pulslänge nach den Objektiven so weit wie möglich reduziert, aufgrund des Prismenmaterials und der häufigen Objektivdurchgänge konnten aber keine fourierbegrenzten Pulse erreicht werden (Dispersion 3. Ordnung limitierte die Verringerung der Pulsdauer). Anhand von Tabelle 3.1 ist erkennbar, daß das Pulslänge-Bandbreite-Produkt  $c_B$  bei einer größeren Anzahl von Objektivdurchgängen ebenfalls größer war.

Wie man einige wichtige Größen aus der Bezeichnung der Objektive gewinnen kann, soll kurz an dem Objektiv C-Apochromat 40x/1.2 W Korr. erläutert werden. Die Zahl 40 steht für die Vergrößerung  $M$ , 1.2 ist die numerische Apertur  $NA$ , W steht für destilliertes Wasser, das zwischen Objektiv und Deckglas eingebracht wird, Korr. ist die Abkürzung für einen Korrekturring

Tabelle 3.1: Zeit-Bandbreite-Produkt am Ausgang des Interferometers. In der 2. Spalte findet man die Anzahl der Objektivdurchgänge aufgelistet und die 3. Spalte enthält zusätzlich verwendete optische Elemente. Die Dicke der Deckgläser aus K5 betrug  $140 \mu\text{m}$ .

| Optisches Element                               | $c_B$ | Anzahl der Durchgänge | Zusatzelemente                     |
|---|-------|-----------------------|------------------------------------|
| Teleskop $f_1=54 \text{ mm}/ f_2=38 \text{ mm}$ | 0.54  | 2                     | —                                  |
| Plan Neofluar 20x/0.5                           | 0.73  | 4                     | —                                  |
| Plan Neofluar 40x/1.3 oil                       | 0.88  | 4                     | 2 Deckgläser, Immersionsöl         |
| Neofluar Epi-Plan 50x/0.85                      | 0.62  | 2                     | —                                  |
| C-Apochromat 40x/1.2 W Korr.                    | —     | 4                     | 2 Deckgläser, destilliertes Wasser |
| LD Achroplan 40x/0.6 Korr.                      | 0.59  | 4                     | —                                  |
| Achroplan 40x/0.75 W                            | 0.69  | 2                     | destilliertes Wasser               |

am Objektiv, an dem die Deckglasdicke für unterschiedliche Wellenlängen eingestellt werden kann. Der Radius der Pupille läßt sich aus der Brennweite  $f_{TL}$  der Tubuslinse ( $f_{TL}=164 \text{ mm}$ ), der numerischen Apertur  $NA$  und der Vergrößerung  $M$  berechnen:  $r_0 = f_{TL} NA / M$ . Außerdem ist die Brennweite des Objektivs durch die Gleichung  $f_{ob} = f_{TL} / M$  gegeben.

Die Objektive wurden zueinander und zum kollimierten Laserstrahl so justiert, daß der Strahl nach dem Michelson-Interferometer auch wieder kollimiert war. Es zeigten sich dann bei einigen der Objektive eins bis zwei Interferenzringe, was darauf zurückzuführen ist, daß die Objektive für die Abbildung mit Tubuslinse optimiert sind, daher minimiert der kollimierte Strahl die Abbildungsfehler nicht. Das Erscheinen der Interferenzringe ist aber für die Stabilität des Interferenzbildes nicht unbedingt von Nachteil (siehe Abschnitt 3.2.1). Die Tubuslinsenkorrektur der Objektive, die wesentlich für die sphärische Aberration ist, hat kaum Bedeutung für die chromatische Aberration [16]. Vielleicht ist die sphärische Aberration die Ursache dafür, daß die gemessenen Kurven in den Abbildungen 3.7 und 3.8 nach außen hin von der parabolischen Form abweichen. Hier paßt bei einer Regression ein Polynom 4. Grades viel besser. Die chromatische Aberration wird entscheidend von der Tatsache beeinflusst, daß die Objektive für den sichtbaren (VIS) und den ultravioletten (UV) Spektralbereich farblich korrigiert sind. Die geringe Krümmung der Pulsfront nach dem Passieren der in Tab. 3.2 aufgelisteten Objektive im nahen Infrarot, ist auch der geringeren Dispersion ( $dn/d\lambda$  ist im IR geringer als im UV und VIS) der meisten optischen Materialien in diesem Spektralbereich zu verdanken.

Wenn man die in Tab. 3.2 aufgeführten gemessenen und berechneten Werte (Gl. 3.6 und Ray-Tracing) miteinander vergleicht, so stellt man fest, daß zwar die Werte teilweise sehr weit voneinander entfernt liegen, aber die Vorzeichen (siehe auch  $df_{ob}/d\lambda$ ) stimmen mehrheitlich (bis auf das Achroplan 40x/0.75 W) überein. Es kann also auch vorkommen, daß der am weitesten von der optischen Achse entfernte Lichtimpuls später ankommt als der auf der optischen Achse laufende Impuls (fast alle aufgeführten Flüssigkeitsobjektive zeigen diesen Effekt). Es ist anhand der Tab. 3.2 auch zu erkennen, daß die Tubuslinse aufgrund positiver chromatischer Aberration ( $df_{TL}/d\lambda > 0$ ) die positiven Pulsfront-PTD-Werte verringert und die negativen Pulsfront-PTD-Werte betragsmäßig erhöht.

Tabelle 3.2: Die ersten beiden Spalten enthalten die mit den linearen Detektionsmethoden ermittelten Meßergebnisse. Die angegebenen Werte entsprechen dem Unterschied in den Ankunftszeiten zwischen den Impulsen am Rand der Pupille und auf der optischen Achse bei einem Objektivdurchgang. Die dritte Spalte listet einige Ableitungen der Brennweite bezüglich der Wellenlänge bei der Zentralwellenlänge 800 nm auf (chromatische Aberration). In den letzten drei Spalten sind Werte, die mit Gl. 3.6 und Ray-Tracing von der Firma Zeiss (mit und ohne Tubuslinse, Abk.TL) berechnet worden sind, dargestellt.

| Objektiv                     | Experiment |         | Theorie                    |         |        |         |
|------------------------------|------------|---------|----------------------------|---------|--------|---------|
|                              | Interf.    | Spek.   | $\frac{df_{ob}}{d\lambda}$ | Gl. 3.6 | mit TL | ohne TL |
| Plan Neofluar 20x/0.5        | -10.8±2    | -12.5±2 | —                          | —       | —      | —       |
| Plan Neofluar 40x/1.3 oil    | 13.0±2     | 13.0±2  | -10.3                      | 23.2    | 27.5   | 19.0    |
| Neofluar Epi-Plan 50x/0.85   | -15.0±2    | -12.0±2 | —                          | —       | —      | —       |
| C-Apochromat 40x/1.2 W Korr. | 22.5±2     | 24.5±2  | -20.1                      | 38.7    | 19.8   | 16.0    |
| LD Achroplan 40x/0.6 Korr.   | -23.0±2    | -24.0±2 | 54.9                       | -26.4   | -24.5  | -26.5   |
| Achroplan 40x/0.75 W         | -10.5±2    | —       | -6.1                       | 4.6     | —      | —       |

Daß das Objektiv Achroplan 40x/0.75 W aus der Reihe der Flüssigkeitsobjektive herausfällt (bezüglich des PTD-Vorzeichens), kann daran liegen, daß bei den Messungen kein Deckglas verwendet worden ist, was auch für den Einsatz im Mikroskop nicht vorgesehen ist. Die Ray-Tracing-Werte sind alle unter Berücksichtigung eines Deckglases bestimmt worden. Den Einfluß des Deckglases haben Radzewicz et al. [16] untersucht. Es zeigte sich, daß ein Deckglas positive PTD-Werte erhöht und negative PTD-Werte betragsmäßig verringert, d.h. die Wirkung des Deckglases ist entgegengesetzt zu der der Tubuslinse. Ein 140  $\mu\text{m}$  dickes Deckglas aus K5 verursacht bei  $r_0 = 3.08$  mm und  $f_{ob}=4.1$  mm (Objektivs Achroplan 40x/0.75 W) einen PTD-Wert von ca. 20 fs. Addiert man diesen Wert zum gemessenen Wert des Objektivs Achroplan 40x/0.75 W, dann beträgt die Gesamt-PTD 10 fs, d.h. das Vorzeichen paßt zu dem der anderen Flüssigkeitsobjektive.

Eine besonders gute Übereinstimmung zwischen Experiment und Theorie ist in Abb. 3.7 a), wo die Ergebnisse der linearen Methoden und Ray-Tracing-Werte zum Objektiv LD Achroplan 40x/0.6 Korr. dargestellt sind, zu sehen. Die interferometrische Kurve ist vor allem durch ihren parabelförmigen Verlauf gekennzeichnet, was vielleicht daran liegt, daß der Pupillendurchmesser relativ klein ist und folglich sich sphärische Aberration noch nicht bemerkbar machen konnte. In dieser Abbildung ist auch eine gute Übereinstimmung zwischen den beiden linearen Detektionsmethoden untereinander festzustellen. Beim Teleskop  $f_1=54$  mm/  $f_2=38$  mm passen die gemessenen interferometrischen Werte bis zu einem Radius von 4 mm sehr gut zu den nach Gl. 3.10 berechneten Werten (Abb. 3.8).

Die Intensitätskreuzkorrelation ist außer an dem Ti:Saphir-Kristall (Abb. 3.16) und der drehbaren BK7-Platte (Abb. 3.12) nur an dem Objektiv Plan Neofluar 20x/0.5 und an dem Teleskop, bestehend aus zwei plan-konvexen BK7-Linsen mit den Brennweiten  $f_1=54$  mm und  $f_2=38$  mm, angewendet worden. Beim Objektiv Plan Neofluar 20x/0.5 konnten nur Meßwerte in der Nähe der optischen Achse aufgenommen werden, da der dünne Laserstrahl von der Schutzblende (mit dem Durchmesser der Pupille) stark beeinflußt wurde. Die Meßwerte sind in Abb. 3.7 b), wo auch die Ergebnisse der beiden linearen Detektionsmethoden abgebildet sind, zu sehen. Die Kreuzkorrelationsmethode war bei den Flüssigkeitsobjektiven u.a. wegen den hohen Intensitäten im

Fokus der Objektivie nicht anwendbar. Die Phasenfronten wurden dort, vermutlich durch thermische Effekte in den Flüssigkeiten, zerstört. Dies war an den Interferenzbildern, die nur für sehr kurze Momente produzierbar waren und dann in eine beinahe stochastische Intensitätsverteilung übergingen, erkennbar.

Man kann also zusammenfassend sagen, daß mit dem Michelson-Interferometer und den drei vorgestellten Detektionsmethoden, die durch Linsen bzw. Linsensysteme verursachten Pulsfrontdeformationen gemessen werden können. Es ist dabei eine gute Reproduzierbarkeit der Meßergebnisse durch die unterschiedlichen Meßmethoden und eine gute Übereinstimmung zwischen Experiment und Theorie festzustellen.

# Kapitel 4

## Beugung von ultrakurzen Laserpulsen an Einfach- und Doppelspalt

In diesem Kapitel geht es um die Beugung ultrakurzer Laserpulse am Einfach- und Doppelspalt. Die Beugung 1. Ordnung wird als Funktion der spektralen Bandbreite, der Pulsdauer und der Pulsfrontdeformation untersucht. Es wird gezeigt, daß ein Doppelspalt, der quer über den Laserstrahl geschoben wird, ein einfaches Mittel zur differentiellen Pulsfrontvermessung darstellt. Außerdem wird die Beugung 2.Ordnung durch Frequenzverdopplung (SHG) am Doppelspalt betrachtet. Ein zweckmäßig gebauter Doppelspalt kann zusammen mit einem nichtlinearen Kristall als einfacher Autokorrelator verwendet werden.

Die grundlegenden mathematischen Gleichungen zur Beugung sind aus [43, 44, 45] entnommen.

### 4.1 Versuchsaufbau

Der prinzipielle experimentelle Aufbau ist in Abb. 4.1 dargestellt. Die Laserpulse kamen aus dem Oszillator und durchliefen als erstes einen externen Prismenkompressor aus SF10-Prismen (siehe Abb. 3.4), der die Pulse auf etwa 32 fs komprimierte (Gauß-Profil). Zur Untersuchung der Beugung 1.Ordnung am Einfach- und Doppelspalt (Abschnitt 4.2) wurde der Laserstrahl mit einem 1:6 Teleskop aufgeweitet, um die Spaltöffnungen homogen ausleuchten zu können – hohe Intensitäten sind bei der Beugung 1.Ordnung nicht notwendig. Bei der differentiellen Pulsfrontvermessung durchliefen die Lichtimpulse zusätzlich ein Michelson-Interferometer (siehe Abb. 3.4) bevor sie den Doppelspalt erreichten. Das Michelson-Interferometer war für die Justage des zu untersuchenden optischen Elementes und für eine Kalibrierung notwendig (siehe Abschnitt 4.3). Anders war die Situation bei den Messungen zur Beugung 2.Ordnung. Hier wurde der Laserstrahl nach der Komprimierung direkt auf den Einfach- bzw. Doppelspalt geschickt, da höhere Intensitäten zur Frequenzverdopplung im Kristall notwendig sind (der BBO-Kristall (100  $\mu\text{m}$ ) befand sich nur bei diesem Experiment in der Brennebene der 1.Linse) (Abschnitt 4.4). Die 2.Linse hinter der Brennebene der 1.Linse wurde nur zur Aufnahme der nichtlinearen Beugungsbilder verwendet, denn die Brennweite der 1.Linse mußte klein gewählt werden, um hohe Intensitäten im BBO-Kristall zu erzielen, mit dem Nachteil, daß das Beugungsbild dann zu klein für eine Detektion inklusive aller Modulationen wurde, das Beugungsbild mußte daher mit der 2.Linse vergrößert werden. Bei der linearen Beugung befand sich der Detektor (CCD-Zeile)

dagegen immer in der Brennebene der 1.Linse.

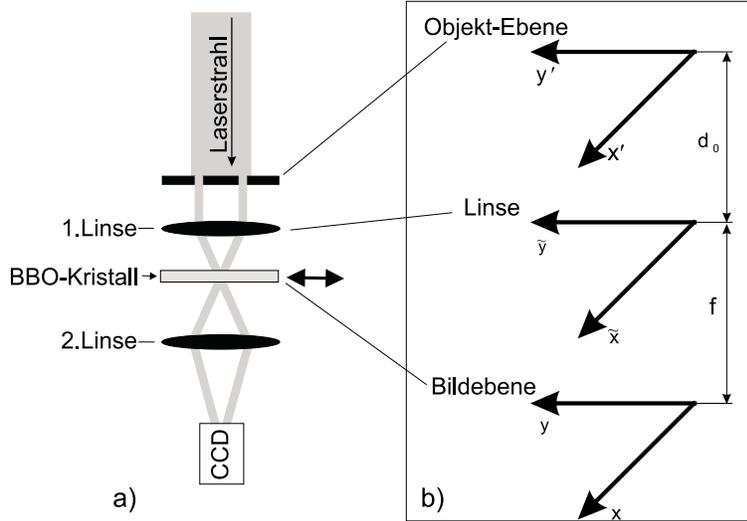


Abbildung 4.1: Lineare und nichtlineare Beugung am Einfach- und Doppelspalt. a) Prinzipskizze des experimentellen Aufbaus: der BBO-Kristall und die 2.Linse wurden nur für die nichtlineare Beugung verwendet, ansonsten befand sich die CCD-Zeile stets in der Brennebene der 1.Linse; b) für die Berechnungen verwendete Koordinaten

## 4.2 Beugung 1.Ordnung am Einfach- und Doppelspalt

Die Laserpulse treffen auf die Ebene  $(x', y')$  (Abb. 4.1 b), die das beugende Element enthält. Nach der Wechselwirkung mit dem beugenden Element propagieren die Pulse eine beliebige Distanz  $d_0$  bis in die Ebene  $(\tilde{x}, \tilde{y})$  in der sich die dünne Linse befindet. Letztendlich erreichen die Pulse die Brennebene  $(x, y)$  der Linse, in der die CCD-Zeile zur Detektion des Beugungsbildes positioniert ist. Das elektrische Feld in der Bildebene ist

$$u(x, y) = \mathcal{F}^{-1}\{\tilde{U}(\alpha, \beta)\} \quad (4.1)$$

$$\tilde{U}(\alpha, \beta) = H_F(\alpha, \beta, f) \{T(\alpha, \beta) \otimes [H_F(\alpha, \beta, d_0) \tilde{U}_0(\alpha, \beta)]\} \quad (4.2)$$

wobei  $\mathcal{F}^{-1}$  die Bezeichnung für die inverse Fouriertransformation ist und  $\otimes$  die Faltung symbolisiert. Die Übertragungsfunktion in der Fresnelnäherung ist gegeben durch

$$H_F(\alpha, \beta, z) = \exp(-ikz) \exp\left[\frac{iz}{2k}(\alpha^2 + \beta^2)\right] \quad (4.3)$$

$k$  ist der Wellenzahlvektor und  $z$  die Ausbreitungsdistanz. Mit der Fresnelnäherung werden die Feldverteilungen in der Linsenebene ( $(\tilde{x}, \tilde{y})$ -Ebene) und in der Brennebene der 1.Linse ( $(x, y)$ -Ebene) nur dann ohne Verlust an Genauigkeit beschrieben, wenn die folgenden Bedingungen erfüllt sind [46]:

$$d_0^3 \gg \frac{\pi}{4\lambda} \left[ (\tilde{x} - x')^2 + (\tilde{y} - y')^2 \right]_{max}^2 \quad (4.4)$$

$$f^3 \gg \frac{\pi}{4\lambda} \left[ (x - \tilde{x})^2 + (y - \tilde{y})^2 \right]_{max}^2 \quad (4.5)$$

Die Fouriertransformierte der komplexen Transmissionsfunktion der Linse in parabolischer Näherung ist

$$T(\alpha, \beta) = \frac{if}{2\pi k} \exp[-ikn(\omega)\hat{d}] \exp\left[-\frac{if}{2k}(\alpha^2 + \beta^2)\right] \quad (4.6)$$

$n(\omega)$  ist der frequenzabhängige Brechungsindex des Linsenmaterials und  $\hat{d}$  die Dicke der Linse auf der optischen Achse.  $\tilde{U}_0(\alpha, \beta)$  ist die Fouriertransformierte der Feldverteilung  $u_0(x', y')$  in der Ebene des beugenden Elementes. Nach Einsetzen von Gl. 4.3 und Gl. 4.6 in Gl. 4.1 läßt sich das frequenzabhängige Beugungsbild in der Brennebene der Linse berechnen:

$$u(x, y, \omega) = \frac{i2\pi\omega}{fc} \exp\left[-i\frac{\omega}{c}(f + d_0 + n(\omega)\hat{d})\right] \cdots \exp\left[i\frac{\omega}{2cf^2}(d_0 - f)(x^2 + y^2)\right] \tilde{U}_0\left(\frac{\omega x}{cf}, \frac{\omega y}{cf}\right) \quad (4.7)$$

Der erste Term entspricht der während der Ausbreitung auf der optischen Achse akkumulierten Phase. Die quadratische Phase im 2. Term verschwindet im Fall  $d_0 = f$ . In Fresnelnäherung ist also lediglich die Fouriertransformierte der Feldverteilung in der Eingangsebene zu bilden, um die Feldverteilung in der Ausgangsebene (Brennebene) angeben zu können.

Wird nun die Eingangsebene ( $x', y'$ -Ebene) mit einem kurzen Puls beleuchtet, dann ergibt sich das gesamte Beugungsbild aus der Überlagerung aller monofrequenten Beugungsbilder entsprechend Gleichung 4.7. Außerdem führt der Detektor (CCD-Zeile) eine zeitliche Integration aus und da die Zeitkonstante des Detektors größer als die Pulsdauer ist ( $\tau_{res} \gg \tau_p$ ), kann man mit Hilfe des Parseval-Theorems das Beugungsbild wie folgt angeben:

$$B^{(1)}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega |u(x, y, \omega) \tilde{E}^+(\omega)|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} dt |E^+(x, y, t)|^2 \quad (4.8)$$

Zur Bezeichnung der einzelnen Größen siehe Abschnitt A.1.

Der Einfachheit wegen sind die folgenden einfachen Berechnungen unter der Verwendung von einem Gauß'schen Pulsprofil nach Gl. A.19 und Gl. A.22 durchgeführt worden.

Zuerst wird ein in y-Richtung unendlich ausgedehnder Spalt mit der Spaltbreite  $b$  in der Eingangsebene betrachtet.

Die frequenzabhängige Feldverteilung  $u_s(x, \omega)$  beträgt:

$$u_s(x, \omega) \propto \frac{1}{x} \left\{ \exp\left[-i\frac{\omega\gamma_1}{c}\right] - \exp\left[-i\frac{\omega\gamma_2}{c}\right] \right\} \quad (4.9)$$

$$\gamma_1 = -\frac{d_0 - f}{2f^2}x^2 + [n(\omega) + \hat{d} + f] - \frac{xb}{2f}$$

$$\gamma_2 = -\frac{d_0 - f}{2f^2}x^2 + [n(\omega) + \hat{d} + f] + \frac{xb}{2f}$$

Bereits an dieser Stelle ist zu erkennen, daß das elektrische Feld aus zwei interferierenden Teilen besteht. Zieht man alle Frequenzen in der Spaltebene in Betracht, dann erhält man das elektrische Feld als Funktion der Zeit in der Brennebene nach einer Fouriertransformation bezüglich  $\omega$  (siehe Gleichung A.1):

$$E(x, y, d_0 + f, t) = \mathcal{E}_0 \frac{1}{x} \left\{ \exp \left[ - \left( t - \frac{\gamma_1}{c} \right)^2 \frac{1}{\tau_g^2} \right] \cos \left[ \omega_l \left( t - \frac{\gamma_1}{c} \right) - a \left( t - \frac{\gamma_1}{c} \right)^2 \frac{1}{\tau_g^2} \right] \right. \\ \left. - \exp \left[ - \left( t - \frac{\gamma_2}{c} \right)^2 \frac{1}{\tau_g^2} \right] \cos \left[ \omega_l \left( t - \frac{\gamma_2}{c} \right) - a \left( t - \frac{\gamma_2}{c} \right)^2 \frac{1}{\tau_g^2} \right] \right\} \quad (4.10)$$

Das Beugungsbild 1.Ordnung ergibt sich nach Einsetzen von Gl. 4.9 in Gl. 4.8 zu

$$B_s^{(1)}(x) \propto \frac{1}{x^2} \left\{ 1 - \exp \left[ - \left( \frac{xb}{f} \right)^2 \frac{\Delta\omega^2}{16 \ln(2) c^2} \right] \cos \left( \frac{\omega_l xb}{cf} \right) \right\} \quad (4.11)$$

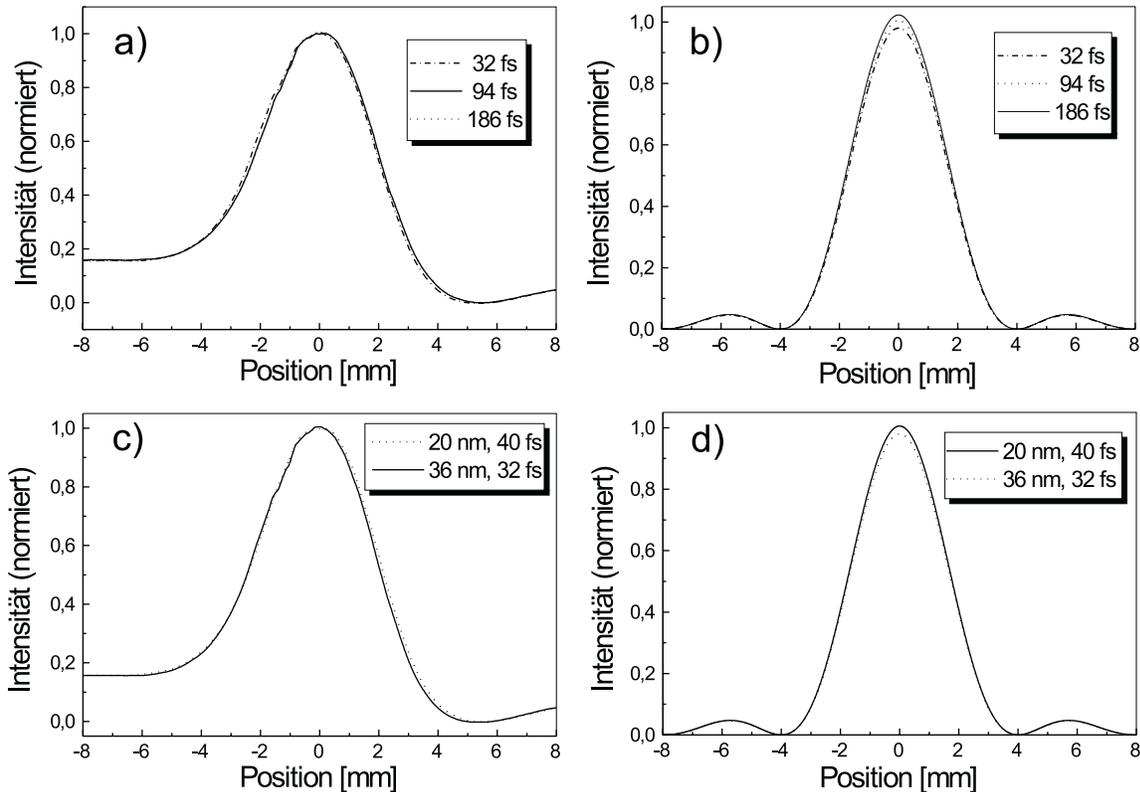


Abbildung 4.2: Die Halbwertsbreite (FWHM) des Einfachspalt-Beugungsbildes als Funktion a,b) der Pulslänge  $\tau_p$  bei  $\Delta\lambda=36$  nm und c,d) der spektralen Breite bei einer Spaltbreite  $b=20$   $\mu\text{m}$  und einer Linsenbrennweite  $f=100$  mm. a) und c) representieren gemessene Kurven, während b) und d) die dazugehörigen theoretischen Ergebnisse sind.

Das Beugungsbild enthält einen Oszillationsterm mit einer Raumfrequenz, die von geometrischen Parametern des experimentellen Aufbaus und der Trägerfrequenz  $\omega_l$  der Laserpulse abhängt. Die Oszillation wird durch den Exponentialfaktor und den Faktor  $1/x^2$  gedämpft. Als charakteristische Eigenschaft der Laserpulse geht in das Beugungsbild 1.Ordnung lediglich die spektrale Bandbreite  $\Delta\omega$  ein. Hierin zeigt sich eine Gemeinsamkeit zwischen ultrakurzen Laser-

pulsen und dem Weißlichtkontinuum: bei beiden ist die Kohärenzlänge umgekehrt proportional zur spektralen Bandbreite.

Eine Analyse von Gl. 4.11 zeigt, daß die spektrale Bandbreite erst in die Nähe eines kritischen Wertes kommen muß, bevor sich das Beugungsbild sichtbar ändert. Für kleine spektrale Bandbreiten liegt der Exponentialterm in der Größenordnung von 1 und damit erhält man das herkömmliche monofrequente Beugungsbild. Einen unteren Grenzwert, den  $\Delta\omega$  überschreiten muß, um eine sichtbare Veränderung im Beugungsbild hervorzurufen, erhält man beispielsweise aus der Annahme, daß der Exponentialterm unter 0.99 beim ersten Minimum der  $\cos$ -Funktion gefallen sein muß. Dies führt zu

$$\Delta\omega \geq \frac{8\sqrt{-\ln(2)\ln(0.99)}}{\pi}\omega_l \approx 0.21\omega_l \quad (4.12)$$

Abb. 4.2 zeigt die Abhängigkeit des Beugungsbildes von der Pulsdauer  $\tau_p$  und der spektralen Halbwertsbreite  $\Delta\lambda$ . Man erkennt, daß  $\tau_p$  und  $\Delta\lambda$  keinen Einfluß auf das Beugungsmuster haben, zumindest nicht in diesem Spektralbereich. Selbst bei  $\Delta\lambda=53$  nm sind keine Veränderungen feststellbar, denn  $\Delta\lambda$  sollte nach Gl. 4.12 mindestens 168 nm betragen, dies entspricht einer minimalen Pulsdauer von 5.7 fs (Gauß-Profil).

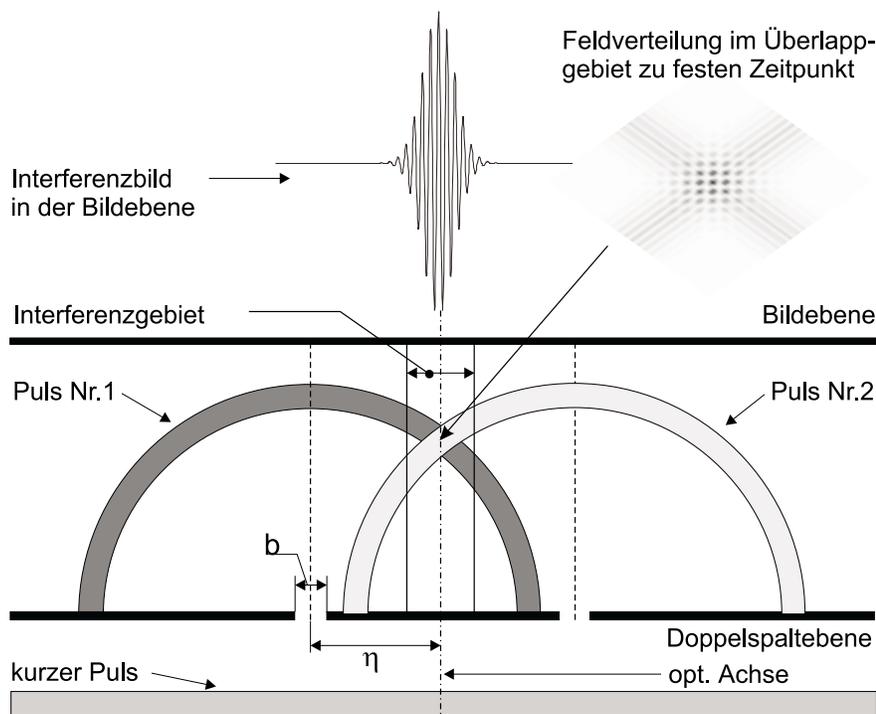


Abbildung 4.3: *Beugung ultrakurzer Laserpulse am Doppelspalt (Prinzipiskizze). Es ist das Interferenzbild in der Bildebene bei Vernachlässigung des Einzelspalt-Beugungsbildes abgebildet. Außerdem sind die Pulse der beiden Spaltöffnungen zu einem festen Zeitpunkt dargestellt.*

Beim Doppelspalt ist die Situation anders, da der Abstand zwischen den Einzelspalten i.a. größer als die Einzelspaltbreite ist. Deshalb werden die Interferenzen, die durch die Überlagerung

der beiden Einzelspalt-Pulse entstehen, sich bereits bei kleineren Bandbreiten verändern während das Einzelspalt-Beugungsbild davon unberührt bleibt. Die Pulse auf der optischen Achse treffen gleichzeitig in der Brennebene ein. Mit zunehmender Entfernung von der optischen Achse wächst die zeitliche Verzögerung zwischen den Pulsen, d.h. die Interferenz (Sichtbarkeit) wird schwächer. In Abbildung 4.3 kann man die zuvor geschilderte Situation graphisch nachvollziehen, wobei der Einfachheit halber sich keine Linse hinter dem Doppelspalt befindet und die Überlagerung von Zylinder-Pulsen betrachtet wird (sehr kleine Spaltbreiten). Die Veränderungen in der Sichtbarkeit sind aber nur dann deutlich feststellbar, wenn das gesamte Interferenzbild zwischen den ersten Nullstellen des Einzelspalt-Beugungsbildes liegt. Ist dies nicht der Fall, dann kann man die Spaltbreite  $b$  verkleinern oder den Spaltabstand  $2\eta$  vergrößern, man muß aber beachten, daß mit zunehmenden  $\eta$  die Modulation feiner wird und die CCD-Zeile eine begrenzte Auflösung hat, mit der Brennweite  $f$  kann aber die Modulationsfrequenz auch verändert werden. Macht man die Spaltbreite sehr klein, dann sitzt die gesamte Interferenzstruktur quasi auf dem Maximum der Einzelspalt-Funktion und das Interferenzbild ist dem mit einem Michelson-Interferometer aufgenommenen Interferenzbild äquivalent, d.h. man erhält Informationen über die spektrale Halbwertsbreite  $\Delta\lambda$  bzw. über die Kohärenzlänge.

Das monofrequente Beugungsbild für den Doppelspalt läßt sich mit Gl. 4.7 und der Fourier-transformierten der Transmissionsfunktion des Doppelspalt berechnen:

$$\begin{aligned}
u_d(x, \omega) &\propto \frac{1}{x} \left[ \exp\left(-i\frac{\omega\gamma_1}{c}\right) - \exp\left(-i\frac{\omega\gamma_2}{c}\right) + \exp\left(-i\frac{\omega\gamma_3}{c}\right) - \exp\left(-i\frac{\omega\gamma_4}{c}\right) \right] \quad (4.13) \\
\gamma_1 &= -\frac{d_0 - f}{2f^2}x^2 + [n(\omega) + \hat{d} + f] - \frac{x(\eta + b/2)}{f} \\
\gamma_2 &= -\frac{d_0 - f}{2f^2}x^2 + [n(\omega) + \hat{d} + f] - \frac{x(\eta - b/2)}{f} \\
\gamma_3 &= -\frac{d_0 - f}{2f^2}x^2 + [n(\omega) + \hat{d} + f] + \frac{x(\eta - b/2)}{f} \\
\gamma_4 &= -\frac{d_0 - f}{2f^2}x^2 + [n(\omega) + \hat{d} + f] + \frac{x(\eta + b/2)}{f}
\end{aligned}$$

$b$  ist die Einzelspaltbreite und  $2\eta$  der Abstand zwischen den beiden Einzelspalten.

Mit Hilfe der Gleichungen 4.13 und A.1 läßt sich, analog zum Einfachspalt, die elektrische Feldstärke als Funktion der Zeit in der Brennebene berechnen:

$$\begin{aligned}
E(x, y, d_0 + f, t) &= \mathcal{E}_0 \frac{1}{x} \left\{ \exp\left[-\left(t - \frac{\gamma_1}{c}\right)^2 \frac{1}{\tau_g^2}\right] \cos\left[\omega_l \left(t - \frac{\gamma_1}{c}\right) - a \left(t - \frac{\gamma_1}{c}\right)^2 \frac{1}{\tau_g^2}\right] \right. \\
&\quad - \exp\left[-\left(t - \frac{\gamma_2}{c}\right)^2 \frac{1}{\tau_g^2}\right] \cos\left[\omega_l \left(t - \frac{\gamma_2}{c}\right) - a \left(t - \frac{\gamma_2}{c}\right)^2 \frac{1}{\tau_g^2}\right] \\
&\quad + \exp\left[-\left(t - \frac{\gamma_3}{c}\right)^2 \frac{1}{\tau_g^2}\right] \cos\left[\omega_l \left(t - \frac{\gamma_3}{c}\right) - a \left(t - \frac{\gamma_3}{c}\right)^2 \frac{1}{\tau_g^2}\right] \\
&\quad \left. - \exp\left[-\left(t - \frac{\gamma_4}{c}\right)^2 \frac{1}{\tau_g^2}\right] \cos\left[\omega_l \left(t - \frac{\gamma_4}{c}\right) - a \left(t - \frac{\gamma_4}{c}\right)^2 \frac{1}{\tau_g^2}\right] \right\} \quad (4.14)
\end{aligned}$$

Die Feldstärke in der Brennebene ist damit mathematisch zerlegbar in 4 Pulse, während es beim Einfachspalt 2 Pulse sind.

Nach Einsetzen von Gl. 4.13 in Gl. 4.8 ergibt sich folgende Gleichung für das polychromatische Beugungsbild:

$$\begin{aligned}
B_d^{(1)}(x) &\propto \frac{1}{x^2} \left\{ 2 - 2 \exp \left[ -\frac{\Delta\omega^2}{16 \ln(2) c^2} \left( \frac{xb}{f} \right)^2 \right] \cos \left( \omega_l \frac{xb}{cf} \right) \right. \\
&+ 2 \exp \left[ -\frac{\Delta\omega^2}{16 \ln(2) c^2} \left( \frac{2\eta x}{f} + c\Delta \right)^2 \right] \cos \left( \omega_l \frac{2\eta x}{cf} \right) \\
&- \exp \left[ -\frac{\Delta\omega^2}{16 \ln(2) c^2} \left( \frac{(2\eta - b)x}{f} + c\Delta \right)^2 \right] \cos \left( \omega_l \frac{(2\eta - b)x}{cf} \right) \\
&\left. - \exp \left[ -\frac{\Delta\omega^2}{16 \ln(2) c^2} \left( \frac{(2\eta + b)x}{f} + c\Delta \right)^2 \right] \cos \left( \omega_l \frac{(2\eta + b)x}{cf} \right) \right\} \quad (4.15)
\end{aligned}$$

Um Pulsfrontdeformation einzuschließen, wurde ein Zeitunterschied  $\Delta$  in den Ankunftszeiten der Pulse an den Einzelspalten eingeführt. Dies geschah im Hinblick auf den nächsten Abschnitt, wo es um die differentielle Vermessung der Pulsfront geht.

Vernachlässigt man in Gl. 4.15 die Exponentialterme, so bekommt man nach einigen Umformungen das monofrequente Beugungsbild des Doppelspaltes. Weiterhin kann man  $\eta=b$  setzen und Gl. 4.15 ist dann identisch zu Gl. 4.11.

Vernachlässigt man  $\Delta$ , dann ist wiederum zu erkennen, daß die spektrale Halbwertsbreite  $\Delta\omega$  als einziges Pulscharakteristikum in das Beugungsbild eingeht. In Analogie zum Einzelspalt und als mathematische Antwort auf das zuvor geschilderte Zusammenwirken von  $b$  und  $2\eta$  findet man als Abschätzung für die Empfindlichkeit des Beugungsbildes bezüglich spektraler Veränderungen folgende Bedingung:

$$\Delta\omega \geq \frac{8\sqrt{-\ln(2)\ln(0.99)}}{\pi} \frac{b}{2\eta} \omega_l \approx 0.21 \frac{b}{2\eta} \omega_l \quad (4.16)$$

Anhand dieser Bedingung wird deutlich, daß der Einfluß von  $\Delta\omega$  bei kleinen  $b/2\eta$ -Werten viel früher sichtbar wird als beim Einfachspalt. Speziell mit den Doppelspaltparametern aus Abb. 4.4 berechnet man mit Gl. 4.16 und  $\lambda = 800$  nm:  $\Delta\lambda \geq 9$  nm. Bei großen  $2\eta$ -Werten können die Pulse nur in einem kleinen Bereich um die optische Achse, bei nicht allzu großen  $\Delta\omega$ -Werten, in der Brennebene interferieren. In den Abbildungen 4.4 und 4.5 wird das zuvor besprochene experimentell und mathematisch bestätigt. Die Einhüllenden der Interferenzen in den Beugungsbildern in Abb. 4.4a) wurden auf die gleiche Weise wie in Abschnitt 3.2.1 bestimmt.

Um den Vergleich zwischen den experimentellen und theoretischen Ergebnissen rechtfertigen zu können, ist zu prüfen, ob die Fresnelnäherung anwendbar ist. Da die 1. Linse in den Experimenten direkt hinter der  $(x', y')$ -Ebene positioniert war, ist die  $(x', y')$ -Ebene näherungsweise identisch mit der  $(\tilde{x}, \tilde{y})$ -Ebene. Die Höhe und die Länge der CCD-Zeile betragen ca. 3 mm bzw. 25.4 mm. In der Ungleichung 4.5 kann deshalb  $x \approx 13$  mm gesetzt werden (Beugungseffekte in  $y$ -Richtung treten praktisch nicht auf). Möchte man die Fresnelnäherung anwenden, so muß daher gelten:  $f^3 \gg (300)^3$  mm<sup>3</sup>. Im Experiment (lineare Beugung) wurden Linsen mit den Brennweiten  $f=100$  mm,  $f=300$  mm und  $f=400$  mm verwendet, die Ungleichung 4.5 ist damit strenggenommen für keine der Brennweiten am Rand der CCD-Zeile erfüllt. Im Bereich von  $x \in [-5, 5]$  mm gilt die Ungleichung zumindest näherungsweise für die beiden größeren Brennweiten. Nach [46] kann die Beugung in Fresnelnäherung aber auch noch gute Ergebnisse liefern, wenn die Ungleichung 4.5 nicht erfüllt ist, dabei dürfen aber keine großen Winkel im Winkelspektrum der Feldverteilung in der Eingangsebene vorhanden sein. Nach [24] muß die folgende Bedingung erfüllt sein, um die Fresnelnäherung anwenden zu können:  $N_F \theta_m / 4 \ll 1$ .  $N_F = \tilde{a}^2 / \lambda z$  ist die

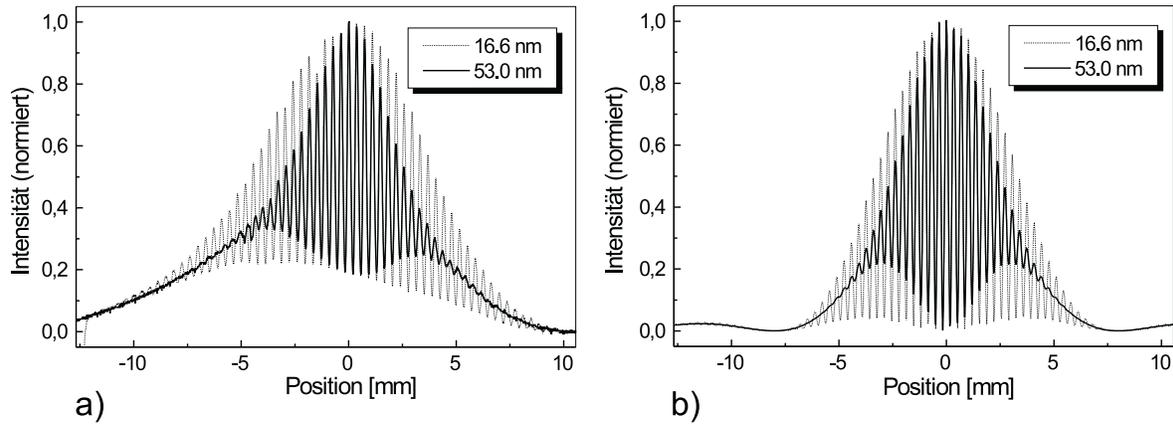


Abbildung 4.4: Das Doppelspalt-Beugungsbild in Abhängigkeit von der spektralen Halbwertsbreite  $\Delta\lambda$ . a) zeigt die gemessenen Kurven mit  $\tau_p = 41$  fs, während b) die dazugehörigen theoretischen Kurven mit  $\tau_p = 56$  fs repräsentiert. Die geometrischen Parameter sind:  $b = 35 \mu\text{m}$ ,  $2\eta = 700 \mu\text{m}$  und  $f = 300$  mm

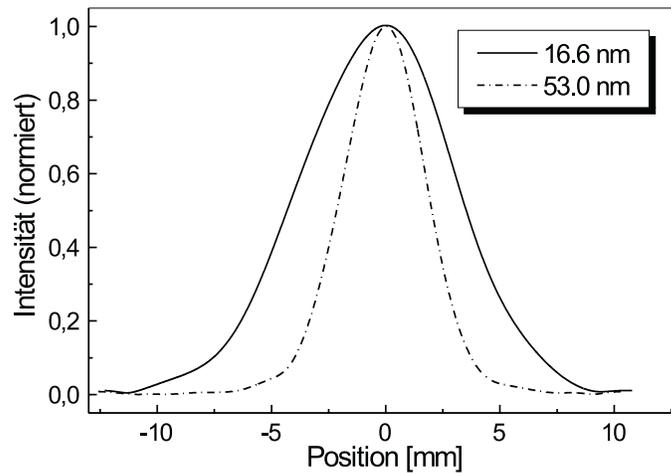


Abbildung 4.5: Einhüllende zur Interferenzstruktur der Beugungsbilder in Abb. 4.4 a).

Fresnelzahl,  $\tilde{a}$  und  $z$  sind die maximale radiale Entfernung in der Ausgangsebene (bei uns die Brennebene) bzw. die Entfernung zwischen Eingangs- und Ausgangsebene (bei uns die Brennweite  $f$ ). Der maximale Beugungswinkel, der in der Ausgangsebene zum Beugungsbild beiträgt, ist näherungsweise durch  $\theta_m \approx \tilde{a}/z$  gegeben. Für eine Spaltbreite  $b = 35 \mu\text{m}$ ,  $\tilde{a} \leq 12$  mm und die obigen Brennweiten gilt:  $N_F \theta_m / 4 \leq 0.10$ , d.h. der Phasenfehler für große radiale Entfernungen ist sehr gering, so daß die Fresnelnäherung noch anwendbar sein sollte.

Numerische Berechnungen mit der exakten Übertragungsfunktion  $\exp\{-i\sqrt{(k^2 - \alpha^2 - \beta^2)}z\}$  (bei evaneszenten Feldern muß das Minuszeichen weggelassen werden) für die drei obigen Brennweiten lieferten monofrequente Beugungsbilder, die praktisch identisch zu den Fresnel-Beugungs-

bildern waren. Außerdem stimmten die Nullstellen im gemessenen Einzelspalt-Beugungsbild (für  $b = 30 \mu\text{m}$ ) im Rahmen der Meßgenauigkeit mit den nach Fresnel berechneten überein.

### 4.3 Vermessung der Pulsfront mit dem Doppelspalt

Wenn die Pulse in der Doppelspaltebene (Eingangsebene) zu unterschiedlichen Zeiten ankommen, dann verschiebt sich der Ort des Sichtbarkeitsmaximums auf der CCD-Zeile (siehe Abb. 4.6). Entsprechend Abb. 4.3 bedeutet daß eine Verschiebung des gesamten Interferenzbildes nach links oder rechts von der optischen Achse. Der Betrag und die Richtung der Verschiebung der Interferenzstruktur von der optischen Achse hängen vom Betrag und Vorzeichen von  $\Delta$  ab (siehe Gl. 4.15). Wenn der Strahl über den Doppelspalt geschoben wird, können deshalb Informationen über die Pulsfrontdeformation gewonnen werden. Um die Leistungsfähigkeit dieser Technik zu zeigen, wurde das Teleskop  $f_1=54 \text{ mm} / f_2=38 \text{ mm}$ , für das bereits interferometrische Meßergebnisse vorlagen (Abb. 3.8), mit dieser Technik untersucht. Das Teleskop befand sich zur Einjustierung im Objektarm des Michelson-Interferometers. Die Doppelspaltparameter waren:  $b=35\pm 8 \mu\text{m}$  und  $2\eta=700\pm 8 \mu\text{m}$ . Es wurde eine Linse mit der Brennweite  $f=400 \text{ mm}$  (Achromat) hinter den Doppelspalt gestellt.

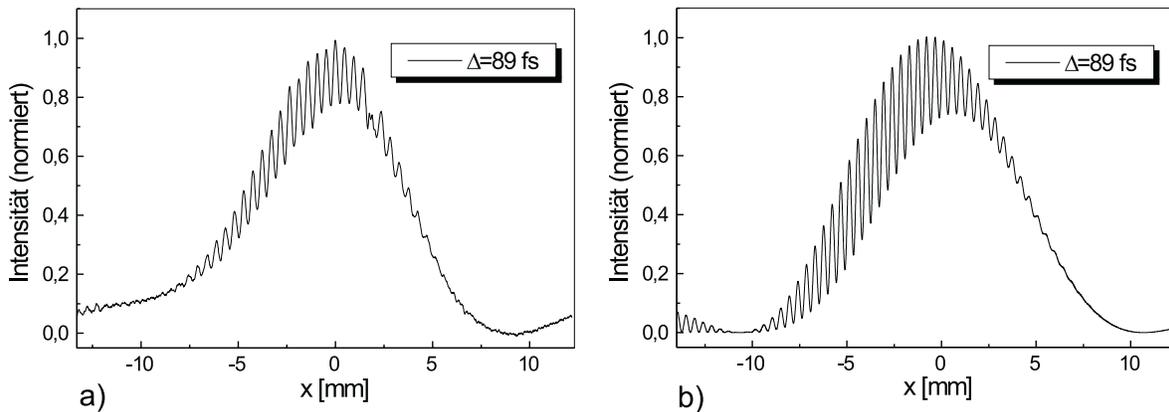


Abbildung 4.6: Gemessenes [a)] und nach Gleichung 4.15 berechnetes [b)] Beugungsbild als Funktion der Position  $x$  in der Brennebene für eine zeitliche Verzögerung von  $\Delta=89 \text{ fs}$  zwischen den Pulsen an den beiden Spaltöffnungen. Die zeitliche Verzögerung wurde mit einer  $50 \mu\text{m}$  dicken Glasfolie vor einer der beiden Spaltöffnungen realisiert. Die spektrale Halbwertsbreite betrug  $\Delta\lambda=17.5 \text{ nm}$  und  $\tau_p=46 \text{ fs}$ .

Die Position des Sichtbarkeitsmaximums auf der CCD wurde analog zu Abschnitt 3.2.1 mittels einer FFT, spektraler Filterung und einer inversen FFT ermittelt. Es ist nun nicht möglich, aus Gl. 4.15 einen einfachen Zusammenhang zwischen der Position des Sichtbarkeitsmaximums auf der CCD ( $x_{max}$ ) und  $\Delta$  herzustellen, deshalb mußte eine Kalibrierung erfolgen. Dazu wurde ein Spalt mit einem Deckglas abgedeckt, so daß zwischen den an den jeweiligen Spalten ankommenden Lichtimpulsen eine Zeitverzögerung vorhanden war, die eine Interferenz unmöglich machte (siehe Abb. 4.7 a). Nun wurden aber 2 Lichtimpulse aus dem Michelson-Interferometer auf den Doppelspalt geschickt und folglich konnten durch Variation des zeitlichen Abstandes  $\tau_d$  zwischen den Impulsen aus dem Interferometer Interferenzen erzeugt und im Beugungsbild

verschoben werden. Auf diese Weise ergab sich ein funktioneller Zusammenhang zwischen  $\Delta$  und  $x_{max}$ . In Abb. 4.7 b) ist das Ergebnis graphisch dargestellt. Auch ist anhand dieser Abbildung die Exaktheit von Gl. 4.15 zu erkennen, denn mit dieser Gleichung wurde die gemessene Kalibrierkurve bestätigt. Gl. 4.15 stellt eigentlich eine Näherung dar, denn innerhalb einer Spaltöffnung wurde die Ankunftszeit des Pulses als konstant angenommen,  $\Delta$  ist sozusagen keine Funktion von  $x'$ . Um Gl. 4.15 dann berechnen zu können, muß lediglich der Faktor  $\exp[i\Delta(\omega - \omega_0)]$  an die Transmissionsfunktion des Doppelspaltes innerhalb irgendeiner der beiden Spaltöffnungen multipliziert werden und dann wird entsprechend Abschnitt 4.2 die Berechnung fortgesetzt. Es ist noch darauf hinzuweisen, daß der Faktor aber nur die Zeitverschiebung der Pulsfront berücksichtigt, soll auch die Phase eingeschlossen werden, so muß in dem Faktor  $\omega_0$  weggelassen werden. Dann taucht  $\Delta$  auch in den cos-Termen, in denen  $\eta$  vorkommt, in Gl. 4.15 auf, das hat aber keine Auswirkungen auf die Position des Sichtbarkeitsmaximums  $x_{max}$ .

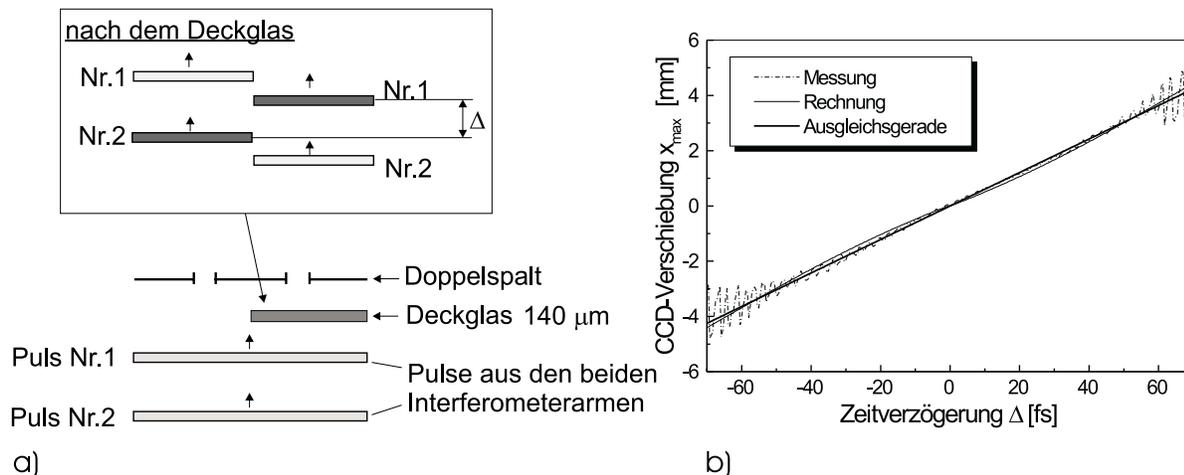


Abbildung 4.7: Bestimmung des funktionellen Zusammenhanges zwischen der Zeitverzögerung  $\Delta$  und der Verschiebung des Sichtbarkeitsmaximums  $x_{max}$  von der optischen Achse. a) Prinzip der Kalibrierung; b) Ergebnis der Kalibrierung und Rechnung nach Gl. 4.15

Nach dem die Kalibrierung durchgeführt worden war, konnte nun der Laserstrahl nach dem zweifachen Teleskopdurchgang über den Doppelspalt geschoben werden. Das Ergebnis ist in Abb. 4.8 zu sehen. Die theoretische Kurve in Abb. 4.8 wurde mit Hilfe des interferometrisch bestimmten Pulsfrontverlaufes (siehe Abb. 3.8) bestimmt. Die interferometrische Kurve in Abb. 3.8 wurde durch ein Polynom 4.Grades, welches die gemessene interferometrische Kurve sehr gut beschreibt, approximiert. Dann konnte mit Hilfe von Gl. 4.15 und dem Polynom 4.Grades die "theoretische" Kurve in Abb. 4.8 berechnet werden. Außerdem ist noch eine numerisch exakte Berechnung durchgeführt worden, exakt bedeutet dabei, daß der tatsächliche Verlauf der Pulsfront innerhalb der Spaltöffnungen (die  $x'$ -Abhängigkeit) berücksichtigt wurde. Beide berechneten Kurven waren praktisch identisch. Die gemessene Kurve in Abb. 4.8 weicht allerdings für Positionen, die betragsmäßig größer als 3.5 mm sind, von der berechneten Kurve ab. Die Ursache könnte darin liegen, daß die Phasenfront in den Randgebieten des Laserstrahles nach dem Teleskop nicht eben war, was sich in Interferenzringen am Strahlrand bemerkbar machte. Die äußeren Interferenzringe sind vermutlich auf die sphärische Aberration zurückzuführen. Eine geneigte Phasenfront in der Doppelspaltebene führt, wie mit einem Keil, dessen Keilwinkel etwa 1 Grad betrug, bestätigt werden konnte, zu einer Verschiebung der Einhüllenden des

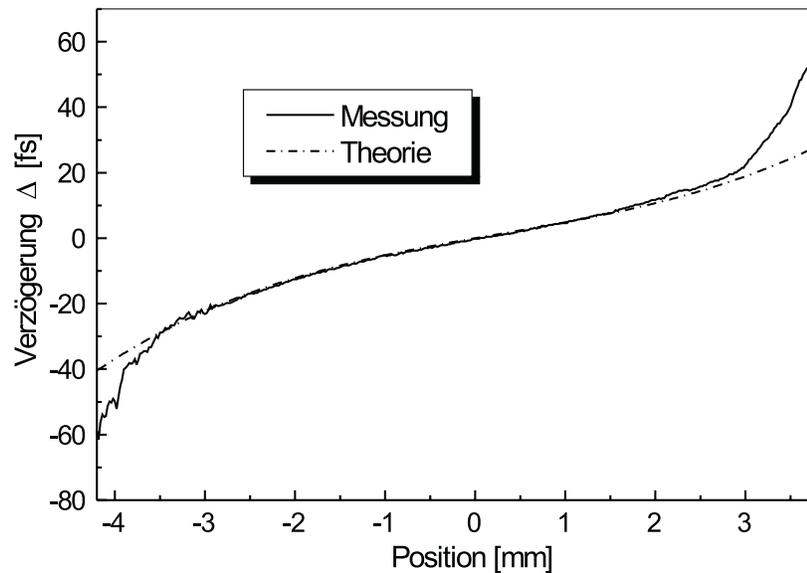


Abbildung 4.8: Der differentielle Pulsfrontverlauf des Teleskop  $f_1=54$  mm /  $f_2=38$  mm nach zweifachen Durchgang als Funktion der Position im Strahlquerschnitt mit dem Doppelspalt ermittelt. Es sind das experimentelle und theoretische Ergebnis dargestellt.

Beugungsbildes (Einzelspalt-Beugungsbild) in der Brennebene und dies unabhängig davon, ob sich der Laser im cw- oder Puls-Betrieb befindet. Die hohe Symmetrie und vor allem die zunehmende Steigung der gemessenen Kurve zum Rand hin (Abb. 4.8) sind deutliche Merkmale für eine zunehmende Krümmung der Phasenfront mit wachsenden Radius – die sphärische Aberration einer plan-konvex-Linse ist durch eine Phasenverschiebung gekennzeichnet, die mit der 4. Potenz des Radius wächst [12]. Man hätte ganz einfach den Laserstrahl im cw-Betrieb über den Doppelspalt verschieben können und dann wäre aus den Beugungsbildern die Position des Sichtbarkeitsmaximums in der Brennebene bestimmbar gewesen. Mit dieser Kurve wäre dann eine Korrektur der Meßkurve in Abb. 4.8 sinnvoll gewesen.

Wenn über die spektrale Filterung die Einhüllende (Einzelspalt-Beugungsbild) des Doppelspalt-Beugungsbildes für jede Position im Strahlquerschnitt bestimmt wird, dann stellt man eine schwache nahezu lineare Verschiebung der Einhüllenden auf der CCD mit dem Verschieben des Laserstrahles über den Doppelspalt fest. Zieht man diese CCD-Verschiebung der Einhüllenden von der CCD-Verschiebung der Sichtbarkeitsmaximums ab, dann stimmen zwar die gerechnete und die gemessene Kurve in Abb. 4.8 an den äußeren Strahlpositionen gut überein, aber im Bereich der inneren Strahlpositionen ist die gemessene Kurve dann zu flach. Wie sich eine Phasenfrontkrümmung bei gleichzeitiger Anwesenheit einer Pulsfrontdeformation auf die Verschiebung des Sichtbarkeitmaximums in der Brennebene (CCD-Verschiebung) auswirkt, kann nur numerisch oder wie weiter oben beschrieben, experimentell herausgefunden werden.

Die Empfindlichkeit der Doppelspalt-Scan-Technik kann mit Hilfe einer einfachen Gleichung, die man unter der Annahme unendlich dünner Spalte (Zylinderwellen) und bei Vernachlässigung der Linse (Prinzip des Young-Experimentes) erhält, diskutiert werden. Die Gleichung lautet:

$$\Delta = \frac{x 2\eta}{f c} \quad (4.17)$$

$f$  ist die Brennweite der Linse hinter dem Doppelspalt,  $x$  die Position in der Brennebene der Linse hinter dem Doppelspalt (auf der CCD). Die Gl. 4.17 liefert zwar Ergebnisse ( $\Delta$ -Werte), die nur halb so groß wie die tatsächlichen sind, aber qualitativ ist die Gleichung sehr aussagekräftig. Man sieht, was anschaulich auch verständlich ist, daß mit Vergrößerung der Brennweite und Verringerung von  $2\eta$  kleinere  $\Delta$ -Werte aufgelöst werden können. Aber  $2\eta$  darf natürlich nicht zu klein werden, weil bei stetiger Pulsfront  $\Delta$  dann ebenfalls sehr klein wird, diese beiden Größen sind nicht unabhängig voneinander. Zusätzlich muß die Spaltbreite so gewählt werden, daß die Einhüllende (Einzelspalt-Beugungsbild) breit genug ist, um die auf der Einhüllenden sitzenden Interferenzen ohne starke Deformationen aufnehmen zu können, da sonst die Position des Sichtbarkeitmaximums verfälscht werden kann.

#### 4.4 Pulslängenmessung mit dem Doppelspalt

Die Tatsache, daß die Doppelspaltanordnung in Kombination mit einem nichtlinearen Kristall zu einer interferometrischen Kurve führt, die vergleichbar mit konventionellen interferometrischen Kurven 2.Ordnung ist, kann folgendermaßen erklärt werden. Unter der Annahme von Zylinderwellen, die aufgrund unendlich dünner Einzelspalte in einer Entfernung von  $2\eta$  in der Eingangsebene entstehen, läßt sich das nichtlineare Beugungsbild im Fernfeld unter Verwendung eines linear frequenzmodulierten Gauß'schen Pulses (Gleichung A.19) durch die sich anschließende Gleichung approximieren,

$$\begin{aligned} S_d \propto & 1 + 2 \exp \left[ -\frac{(s_1 - s_2)^2}{\tau_g^2 c^2} \right] \\ & + 4 \exp \left[ -\frac{(s_1 - s_2)^2}{4\tau_g^2 c^2} (3 + a^2) \right] \cos \left[ \frac{a(s_1 - s_2)^2}{2\tau_g^2 c^2} \right] \cos \left[ \frac{\omega_l (s_1 - s_2)}{c} \right] \\ & + \exp \left[ -\frac{(s_1 - s_2)^2}{\tau_g^2 c^2} (1 + a^2) \right] \cos \left[ \frac{2\omega_l (s_1 - s_2)}{c} \right] \end{aligned} \quad (4.18)$$

wobei  $s_1$  und  $s_2$  die Entfernungen des Beobachtungspunktes in der Bildebene von der beiden Spaltöffnungen sind. Wenn  $(s_1 - s_2)/c$  durch  $\Delta t$  ersetzt wird –  $\Delta t$  kann als Verzögerung zwischen den beiden Zylinderwellen interpretiert werden – dann ergibt sich die interferometrische Autokorrelationsfunktion 2.Ordnung.

Da im Experiment die Spaltbreite nicht so klein war, daß die Gleichung 4.18 angewendet werden kann, muß die Beugungstheorie bemüht werden. Die Wirkung der Linse hinter dem Doppelspalt ist in der Beugungstheorie auch enthalten. Daß der Einfluß der Linse nicht vernachlässigt werden kann, zeigte sich bereits in Abschnitt 4.3, wo es um die differentielle Pulsfrontvermessung ging.

Denn die Gleichung 4.17, die auch auf der Annahme von Zylinderwellen beruht, lieferte quantitativ falsche Werte (siehe Abschnitt 4.3). Vor allem im Bereich sehr kurzer Brennweiten wird der Einfluß der Linse sehr stark.

Die mit dem in Abb. 4.1 a) dargestellten Aufbau gemessenen nichtlinearen Beugungsmuster lassen sich unter Verwendung von Gl. 4.13 berechnen:

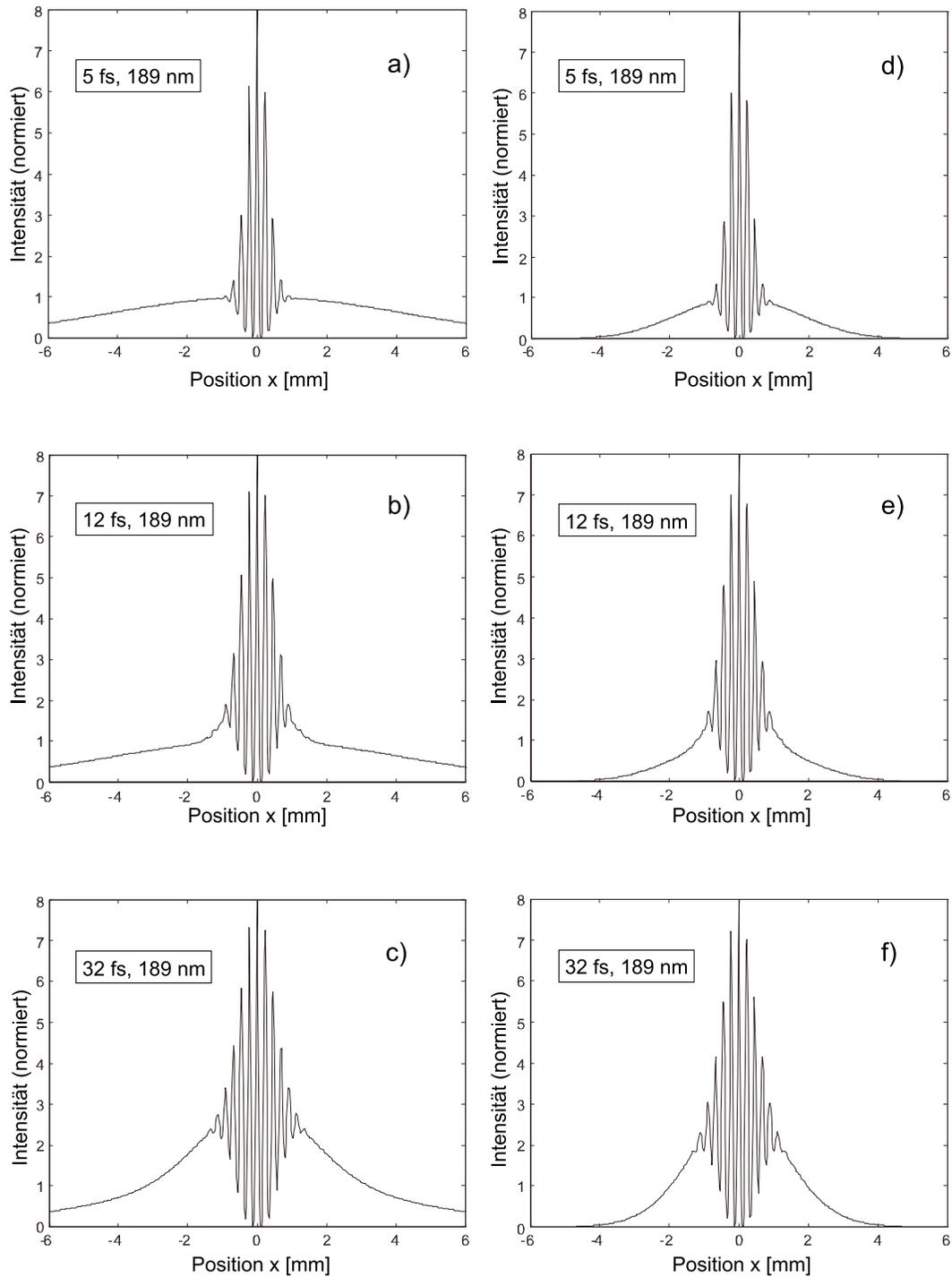


Abbildung 4.9: Berechnete nichtlineare Beugungsbilder vom Doppelspalt als Funktion von  $x$  für 2 verschiedene Spaltbreiten: a)...c)  $b=10 \mu\text{m}$ , d)...f)  $b=25 \mu\text{m}$  und 3 verschiedene Pulslängen (5 fs, 12 fs, 32 fs). Die Pulslängen sind in den Teilbildern eingezeichnet. Die spektrale Bandbreite (189 nm) wurde bei allen Pulslängen konstant gehalten.

$$B_d^{(2)}(x) \propto \int_{-\infty}^{\infty} dt |\mathcal{F}^{-1}\{u(x, \omega) \tilde{E}^+(\omega)\}(t)|^4 \quad (4.19)$$

$B_d^{(2)}$  hängt, wie von einem nichtlinearen Prozeß zu erwarten ist (analog zu Gleichung 4.18), von der spektralen als auch von der zeitlichen Breite der Laserpulse ab. Deshalb ist die Doppelspaltanordnung eine geeignete Methode zur Messung von Pulsbreiten, die sonst beispielsweise mit einem konventionellen Autokorrelator ermittelt werden (Abb. 3.14). Abbildung 4.9 zeigt Beugungsbilder 2. Ordnung einer Doppelspalt-Anordnung. Zwei verschiedene Spaltbreiten und drei verschiedene Pulslängen wurden verwendet (die spektrale Breite wurde konstant gehalten). Eine detaillierte numerische Analyse von  $B_d^{(2)}$  zeigt, daß die Leistungsfähigkeit eines auf der Beugung basierenden Autokorrelators mit kleiner werdender Pulsdauer wächst. Dies liegt daran, daß mit kürzer werdender Pulslänge sich der Einfluß des Einzelspaltes verringert. Die wenigen Modulationen sitzen, analog zur linearen Beugung am Doppelspalt, bei kurzen Pulsen in unmittelbarer Nähe zum Maximum des Beugungsbildes, dort wo der Einzelspalt das Bild noch nicht dominiert (Abb. 4.9). Bei kleiner Spaltbreite können zwar größere Pulslängen prinzipiell bestimmt werden, dann ist aber die Intensität in der Brennebene zu gering, um genügend SHG-Signal zu bekommen, dann kann nur eine Verringerung der Brennweite der Linse oder des fokussierenden Spiegels helfen. Entscheidend ist also, daß man eine hohe Intensität bei kleinen  $b/2\eta$ -Verhältnis erreicht und dies ist vor allem mit extrem kurzen Laserpulsen realisierbar. Die Doppelspaltanordnung ist bei Vorgabe der geometrischen Parameter ( $b$  und  $2\eta$ ) nur dann zur Pulsbreitenmessung geeignet, wenn die Pulslänge in Abhängigkeit von den geometrischen Parametern unterhalb einer bestimmten Schwelle liegt. Man kann eine empirische Bedingung für die Pulsdauer analog zu Gl. 4.16 formulieren:

$$\tau_p \leq 0.3 \frac{2\eta}{b} \frac{1}{\omega_l} \quad (4.20)$$

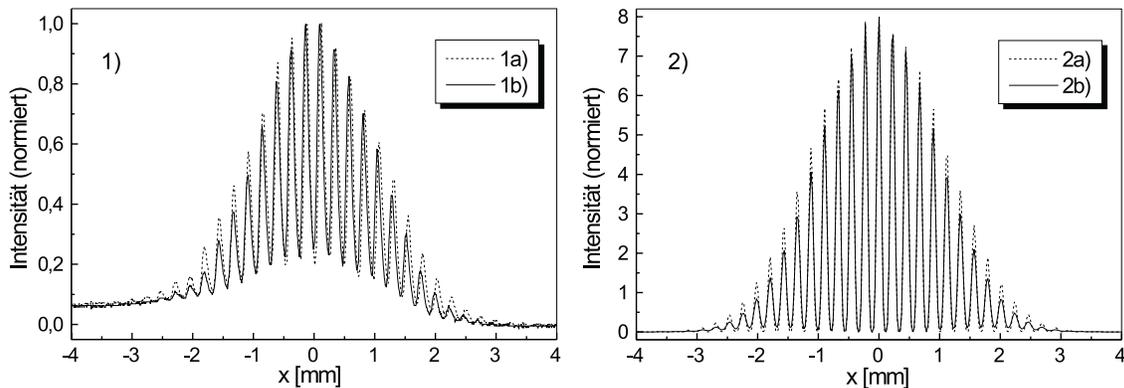


Abbildung 4.10: Gemessene [1a), 1b)] und berechnete [2a), 2b)] nichtlineare Beugungsbilder vom Doppelspalt als Funktion der Position  $x$  in der Brennebene für verschiedene spektrale Halbwertsbreiten  $\Delta\lambda$  bei  $b=35 \mu\text{m}$  und  $2\eta=700 \mu\text{m}$ . 1a),2a):  $\Delta\lambda=18.5 \text{ nm}$ ,  $\tau_p=54 \text{ fs}$ ; 1b),2b)  $\Delta\lambda=45 \text{ nm}$ ,  $\tau_p=42 \text{ fs}$ ;

Wenn diese Bedingung erfüllt ist, dann sollte das Autokorrelationssignal (wenn es auf acht normiert wurde) an den Grenzen (große Verzögerung, so daß die beiden Pulse zeitlich weit aus-

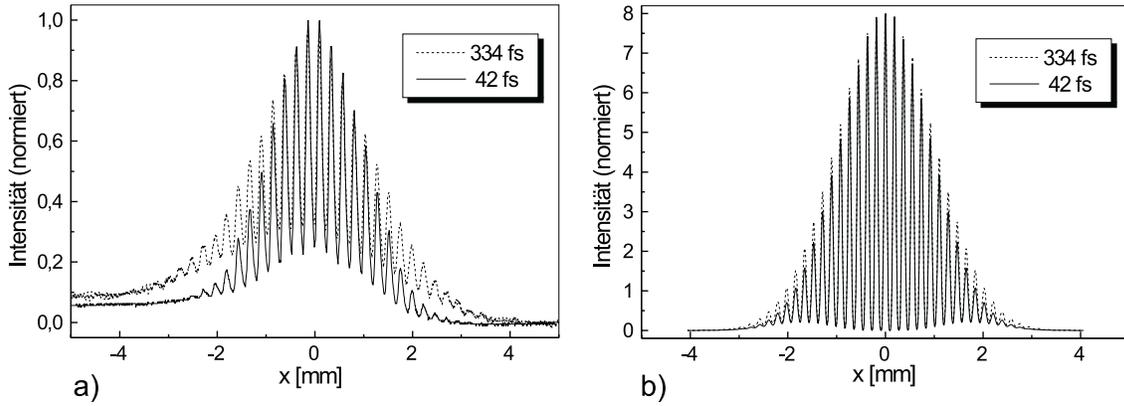


Abbildung 4.11: Nichtlineare Beugung am Doppelspalt bei verschiedenen Pulslängen (42 fs und 335 fs). Die Einzelspalte waren  $35 \pm 8 \mu\text{m}$  breit und  $700 \pm 8 \mu\text{m}$  voneinander entfernt. Die spektrale Halbwertsbreite betrug  $\Delta\lambda = 45 \text{ nm}$ . In a) sind Meßergebnisse und in b) theoretische Kurven dargestellt.

einander liegen) über 0.9 liegen. Das bedeutet gleichzeitig, daß man sich bezüglich der Form des nichtlinearen Beugungsbildes sehr nahe dem der interferometrischen Autokorrelation (Gleichung 4.18) befindet. Um beispielsweise eine Pulsdauer von 32 fs mit der Doppelspaltanordnung gut detektieren zu können, braucht man bei  $2\eta = 700 \mu\text{m}$  und einer Zentralwellenlänge von 800 nm eine Spaltbreite  $b \leq 2.8 \mu\text{m}$ . Bei diesen Spaltbreiten ist es schier unmöglich, ein SHG-Signal zu bekommen. Damit wird nochmal deutlich, daß vor allem kurze Pulslängen für diese Art der Pulsdauer-Messung geeignet sind.

Wenn die spektrale Akzeptanz des nichtlinearen Kristalls für die großen Bandbreiten zu klein ist, kann der Kristall durch eine Photodiode oder ein Photodiodenarray mit nichtlinearer Antwort ersetzt werden [21].

In den Abbildungen 4.10 und 4.11 sind experimentelle und berechnete Ergebnisse dargestellt. Abbildung 4.10 zeigt nichtlineare Beugungsbilder für zwei unterschiedliche spektrale Halbwertsbreiten (18.5 nm und 45 nm) bei nur geringfügig unterschiedlichen Pulslängen. In Abb. 4.11 ist dagegen die spektrale Breite  $\Delta\lambda$  konstant und die Pulslänge variabel (42 fs und 334 fs bei  $\Delta\lambda = 45 \text{ nm}$ ). Die minimalen Unterschiede an den Bildrändern werden von den theoretischen Kurven bestätigt. Die geringere Modulationstiefe im Zentrum der gemessenen Kurven wird durch die Theorie nicht wiedergegeben, es sei denn, man führt einige Asymmetrien in das Doppelspaltexperiment ein. In Abbildung 4.12 sind solche pathologischen Fälle veranschaulicht. Die Kurven wurden mit den Gleichungen 4.15, 4.14 und 4.19 berechnet. Man erkennt, daß der Verlauf der Interferenzen in den Abbildungen 4.10 und 4.11 am ehesten von Abb. 4.12 f) wiedergegeben wird, da dort der Abstand der Minima von der x-Achse erst ab der Mitte des Beugungsbildes wieder kleiner wird, während in den anderen Teilbilder die Umkehrung früher einsetzt.

Es ist aber unrealistisch, daß bei den Messungen die Pulslängen an den Spaltöffnungen derart unterschiedlich waren. Selbst nach Hinzunahme unterschiedlicher Amplituden in den Spaltöffnungen (Abb. 4.12 e), daß zu einer Verstärkung des Effektes in Abb. 4.12 f) führen kann, bleibt der Pulslängenunterschied an den Spaltöffnungen unakzeptabel, zumal das Pulslängenverhältnis bei den Messungen etwa eins war. Das Amplitudenverhältnis konnte nach einigen Kontrollmessungen auf größer 0.8 festgelegt werden. D.h. die drei in Abb. 4.12 dargestellten Asymmetrien

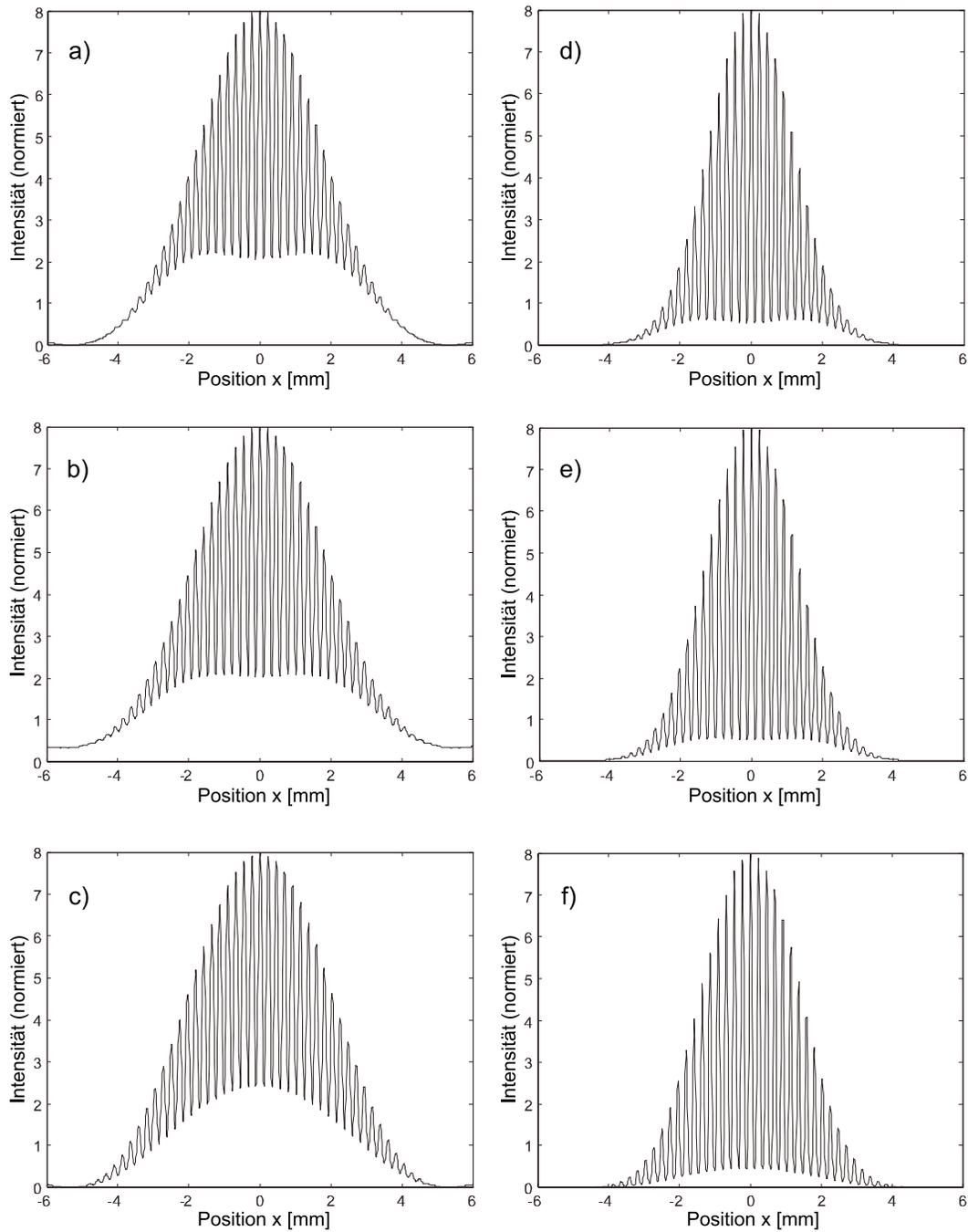


Abbildung 4.12: Berechnete lineare [a)...c)] und nichtlineare [d)...f)] Beugungsbilder vom Doppelspalt als Funktion von  $x$  bei Variation einiger Parameter: a),d) Verhältnis der Pulsamplituden an den Spaltöffnungen  $1/3$ , Pulsdauer  $\tau_p=32$  fs; b),e) Verhältnis der beiden Spaltöffnungen  $1/3$ , Pulsdauer  $\tau_p=32$  fs; c),f) Verhältnis der Pulslängen an den Spaltöffnungen  $1/4$ ,  $\tau_p^{(1)}=32$  fs und  $\tau_p^{(2)}=128$  fs. Weitere für alle Teilbilder identische Parameter sind:  $\Delta\lambda=36$  nm  $b=35$   $\mu\text{m}$ ,  $2\eta=700$   $\mu\text{m}$  und  $f=200$  mm.

kommen als Erklärung der zu geringen Modulationstiefe in den gemessenen Kurven in den Abb. 4.10 und 4.11 nicht in Frage, vorausgesetzt die Berechnungen sind richtig.

Es taucht nun die Frage nach der Bestimmung der Pulslänge aus dem Beugungsbild auf. Die einfachste Möglichkeit wäre, die Pulsparameter so lange zu variieren, bis Gl. 4.19 die gemessenen Daten reproduziert.

## 4.5 Zusammenfassung

Mit Hilfe des Einfach- und des Doppelspaltes können also Informationen über ultrakurze Laserpulse gewonnen werden. Das lineare Beugungsbild des Doppelspaltes beherbergt Informationen zur spektralen Halbwertsbreite und zur Pulsfrontdeformation ultrakurzer Laserpulse. Dagegen steckt im nichtlinearen Beugungsbild des Doppelspaltes ein nicht geringes Potential zur Pulslängenmessung ultrakurzer Laserpulse. Hauptvorteile dieser Methode sind die wachsende Leistungsfähigkeit mit kürzer werdenden Pulslängen (Bedingungsgleichung 4.20) und das kein Strahlteiler erforderlich ist.

# Kapitel 5

## Zusammenfassung

Es ist mit großem zeitlichen Aufwand gelungen, die Femtosekunden-Lichtquelle – den Ti:Saphir Oszillator – in eine stabile Konfiguration zu bringen, die es ermöglichte, über eine ausreichende Anzahl von Stunden im Pulsbetrieb arbeiten zu können. Aber die Resonatorgeometrie, dazu gehört auch der Prismenabstand des internen Prismenkompressors, hat noch nicht den optimalen Zustand erreicht, d.h. hier sind durchaus noch Verbesserungen möglich.

Da der Laser nun stabil pulste, konnte mit ihm die Pulsfrontdeformation nach dem Durchgang des Laserstrahls durch verschiedene Objektive untersucht werden. Der experimentelle Aufbau bestand dabei im wesentlichen aus der Lichtquelle (dem Ti:Saphir Oszillator), einer Prechirp-Einheit (Prismenkompressor), um den Objektivglasweg kompensieren zu können und dem Michelson-Interferometer. Die Objektive wurden entweder in Form eines Teleskops in einem der beiden Interferometerarme eingebracht oder wenn nur ein Objektiv vorhanden war, dann wurde der Laserstrahl mit dem Objektiv auf einen der beiden Endspiegel des Interferometers fokussiert. Der Verlauf der Pulsfront wurde mit drei verschiedenen Methoden ermittelt. Dazu gehörten die Auswertung der mit einer CCD-Zeile aufgezeichneten räumlichen Interferenzen, die spektrale Interferometrie und die Intensitätskreuzkorrelation. Die drei Methoden lieferten annähernd die gleichen Ergebnisse (Tabelle 3.2), wobei die Intensitätskreuzkorrelation nur auf das Objektiv Plan Neofluar 20x/0.5 und das Teleskop  $f_1=54$  mm/  $f_2=38$  mm angewendet wurde. Für die Intensitätskreuzkorrelation werden hohe Intensitäten benötigt, die aufgrund der teilweise geringen Transmission der Objektive im vierfachen Durchgang nicht realisiert werden konnten. Außerdem machen sich bei den hohen Intensitäten im Fokus der Flüssigkeitsobjektive thermische Effekte bemerkbar, die die Interferenzen zerstören können.

Für das Objektiv LD Achroplan 40x/0.6 Korr. ergaben die Messungen mit -24 fs die größte Pulsfrontdeformation. Auch stimmen für dieses Objektiv Messung und Theorie am besten überein. Insgesamt zeigt sich, daß die Pulsfrontdeformation die minimal erreichbare Pulslänge im Fokus begrenzen kann. Vor allem Pulslängen kleiner als 50 fs im Fokus sind davon betroffen und es sind besonders die extrem kurzen Pulse, die in der Zweiphotonen-Mikroskopie für ein hohes Signal- Rausch-Verhältnis sorgen. Ein 20 fs-Impuls beispielsweise hätte im Fokus des Objektivs LD Achroplan 40x/0.6 Korr. praktisch die doppelte Länge wie ohne Pulsfrontdeformation.

Die Untersuchung der linearen Beugung am Einfach- und Doppelspalt ergab, daß lediglich die spektrale Halbwertsbreite des Impulses das Beugungsbild beeinflußt und dabei reagiert, wie die Messungen bestätigten, das Doppelspalt-Beugungsbild am empfindlichsten auf spektrale Veränderungen. Außerdem wurde gezeigt, daß mit der Doppelspaltanordnung die Pulsfront nach einem optischen Bauelement differentiell vermessen werden kann, die Empfindlichkeit der Methode wächst in erster Näherung linear mit der Brennweite. Probleme können aber durch ei-

ne deformierte Phasenfront auftreten, die die Interpretation der Beugungsbilder erschwert. Ein besonderes Merkmal dieser Methode der Pulsfrontvermessung ist der einfache experimentelle Aufbau.

Das Potential der Doppelspaltanordnung zur Pulslängenmessung konnte nur theoretisch nachgewiesen werden, was hauptsächlich daran lag, daß die Leistungsfähigkeit dieser Methode erst bei extrem kurzen Pulslängen vorliegt. Geringfügige Änderungen in den nichtlinearen Beugungsbildern bei Variation von Pulsdauer und spektraler Halbwertsbreite sind aber auch in den gemessenen Kurven sichtbar. Ein besonderer Vorteil der Doppelspaltanordnung ist, daß kein Strahlteiler erforderlich ist.

Auf der Grundlage der linearen Beugungstheorie und unter Berücksichtigung der Fresnelnäherung wurden Gleichungen angegeben, mit denen die linearen und nichtlinearen Beugungsbilder bei Beleuchtung des Einfach- bzw. des Doppelspaltes mit ultrakurzen Pulsen berechnet werden können. In den meisten Fällen zeigte sich eine gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment. Man kann zusammenfassend feststellen, daß durch lineare und nichtlineare Beugungsexperimente Informationen über charakteristische Größen ultrakurzer Pulse gewonnen werden können.

# Anhang A

## Ultrakurze Laserpulse

In den folgenden Abschnitten soll die häufig verwendete mathematische Beschreibungsweise von Lichtimpulsen und deren Wechselwirkung mit linearen Medien kurz erläutert werden.

Die Zusammenstellung der wichtigsten Eigenschaften von ultrakurzen Laserpulsen ist an die Abhandlungen in den Referenzen [23], [34] und [2] angelehnt.

### A.1 Mathematische Beschreibung

Die Ausbreitung und Wechselwirkung elektromagnetischer Felder wird in der klassischen Physik durch die Maxwell-Gleichungen beschrieben. Im Vakuum sind bei Kenntnis der elektrischen Feldgrößen die magnetischen über die Maxwell-Gleichungen eindeutig bestimmt. An einem festen Ort läßt sich immer ein Koordinatensystem finden in dem das elektrische Feld nur eine Komponente hat. Es soll daher mit skalaren Größen weiter gerechnet werden. Lichtimpulse können im Zeitbereich (Variable  $t$ ) oder im Frequenzbereich (Variable  $\omega$ ) beschrieben werden, da die Fouriertransformation eine eindeutige Abbildung realisiert.

$$E(t) = \mathcal{F}^{-1}[\tilde{E}(\omega)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \tilde{E}(\omega) \exp\{i\omega t\} \quad (\text{A.1})$$

Entsprechend gilt für die Transformation in den Frequenzraum:

$$\tilde{E}(\omega) = \mathcal{F}[E(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} dt E(t) \exp\{-i\omega t\} = |\tilde{E}(\omega)| e^{i\phi(\omega)} \quad (\text{A.2})$$

Da das elektrische Feld eine reelle Größe ist, gilt  $\tilde{E}(\omega) = \tilde{E}^*(-\omega)$  (hermitesch). Eine komplexe Darstellung des elektrischen Feldes im Zeitbereich erhält man, indem die Frequenzintegration auf die positiven und negativen Frequenzen aufgeteilt wird.

$$E^+(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} d\omega \tilde{E}(\omega) e^{i\omega t} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \tilde{E}^+(\omega) e^{i\omega t} \quad (\text{A.3})$$

$$E^-(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^0 d\omega \tilde{E}(\omega) e^{i\omega t} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \tilde{E}^-(\omega) e^{i\omega t} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} d\omega [\tilde{E}^+(\omega) e^{i\omega t}]^* \quad (\text{A.4})$$

$$E(t) = E^+(t) + E^-(t) = E^+(t) + [E^+(t)]^* \quad (\text{A.5})$$

$$\tilde{E}(\omega) = \tilde{E}^+(\omega) + \tilde{E}^-(\omega) \quad (\text{A.6})$$

$\tilde{E}^+(\omega)$  ist das auf den positiven Frequenzbereich beschränkte Spektrum  $\tilde{E}(\omega)$ . Das komplexe elektr. Feld  $E^+(t)$  wird gewöhnlich durch eine Amplitudenfunktion und einen Phasenterm repräsentiert:

$$E^+(t) = \frac{1}{2} \mathcal{E}(t) e^{i\Gamma(t)} \quad (\text{A.7})$$

Wenn die spektrale Amplitude nur um eine mittlere Frequenz  $\omega_l$  von Null verschieden ist und  $\Delta\omega \ll \omega_l$  erfüllt ist, dann ist die Einführung einer Trägerfrequenz im Zeitbereich sinnvoll.  $E^+(t)$  läßt sich dann schreiben:

$$E^+(t) = \frac{1}{2} \mathcal{E}(t) e^{i\varphi(t)} e^{i\omega_l t} = \frac{1}{2} \tilde{\mathcal{E}}(t) e^{i\omega_l t} \quad (\text{A.8})$$

wobei  $\varphi(t)$  die zeitabhängige Phase und  $\mathcal{E}(t)$  die Feldeinhüllende ist,  $\tilde{\mathcal{E}}(t)$  wird komplexe Feldeinhüllende genannt. Äquivalent zur Bedingung im Frequenzraum, ist folgende zu erfüllende Bedingung im Zeitbereich:

$$\left| \frac{d}{dt} \tilde{\mathcal{E}}(t) \right| \ll \omega_l |\tilde{\mathcal{E}}(t)| \quad (\text{A.9})$$

Die momentane Frequenz beträgt:

$$\omega(t) = \omega_l + \frac{d}{dt} \varphi(t) \quad (\text{A.10})$$

Verändert sich die Trägerfrequenz mit der Zeit, dann ist der Puls frequenzmoduliert (er hat einen chirp (aus dem Englischen)). Die Frequenzmodulation ist positiv wenn die Trägerfrequenz ansteigt (up-chirp) und negativ bei sich verringernder Trägerfrequenz (down-chirp).

Die Intensität  $I(t)$  ( $[I(t)] = W/cm^2$ ), der Photonenfluß  $F$  ( $[F] = \text{Photonen}/(cm^2 s)$ ) und die Pulsenergie  $E_P$  ( $[E_P] = J$ ) sind durch folgende Gleichungen gegeben:

$$I(t) = \epsilon_0 c n \frac{1}{T} \int_{t-T_p/2}^{t+T_p/2} dt' E^2(t') \quad (\text{A.11})$$

$$= \frac{1}{2} \epsilon_0 c n \mathcal{E}^2(t) = 2 \epsilon_0 c n E^+(t) E^-(t) = \frac{1}{2} \epsilon_0 c n \tilde{\mathcal{E}}(t) \tilde{\mathcal{E}}^*(t) \quad (\text{A.12})$$

$$F(t) = \frac{I(t)}{\hbar\omega_l} \quad (\text{A.13})$$

$$E_p = \int_{-\infty}^{\infty} dt' \int_A dS I(t') \quad (\text{A.14})$$

$c$  ist die Vakuumlichtgeschwindigkeit,  $\epsilon_0$  ist die Dielektrizitätskonstante des Vakuums und  $\int_A dS$  steht für die Integration über den Strahlquerschnitt. Die Pulsdauer  $\tau_p$  ist als die Halbwertsbreite (FWHM) des Intensitätsprofils definiert. Die spektrale Halbwertsbreite wird mit  $\Delta\omega_p$  bezeichnet. Da die zeitlichen und spektralen Eigenschaften des elektrischen Feldes über die Fouriertransformation miteinander verknüpft sind, können  $\Delta\omega_p$  und  $\tau_p$  nicht unabhängig voneinander sein. Diese beiden Größen sind über das Pulsdauer-Bandbreite-Produkt (Unschärferelation)

$$\Delta\omega_p \tau_p = 2\pi \Delta\nu_p \tau_p \geq 2\pi c_B \quad (\text{A.15})$$

miteinander verknüpft.

| Einhüllende | Intensitätsprofil   | spektrales Intensitätsprofil   | $c_B$ |
|-------------|---|--|-------|
| Gauß        | $e^{-4 \ln(2) \left(\frac{t}{\tau_p}\right)^2}$                   | $\exp \left\{ -\frac{(\omega - \omega_l)^2}{\Delta\omega_p^2} 4 \ln(2) \right\}$             | 0.441 |
| sech        | $\operatorname{sech}^2 \left( \frac{1.763 t}{\tau_p} \right)$     | $\operatorname{sech}^2 \left( \pi(\omega - \omega_l) \frac{1.122}{2 \Delta\omega_p} \right)$ | 0.315 |
| Lorentz     | $\left[ 1 + \left( \frac{1.287 t}{\tau_p} \right)^2 \right]^{-2}$ | $\exp \left\{ -2 \omega - \omega_l  \frac{\ln(2)}{\Delta\omega_p} \right\}$                  | 0.142 |

Tabelle A.1: Profile einiger wichtiger Pulsformen und ihr Pulsdauer-Bandbreite-Produkt

Man kann die komplexe Einhüllende  $\tilde{\mathcal{E}}(t)$  so normieren, daß sich die Pulsleistung aus dem Betragsquadrat der normierten Größe ergibt:

$$A(t) = \sqrt{\frac{\epsilon_0 c n A_p}{2}} \tilde{\mathcal{E}}(t) \quad (\text{A.16})$$

$$P(t) = |A(t)|^2 \quad (\text{A.17})$$

$A_p$  ist die Querschnittsfläche des Laserstrahls.

Eine wichtige mathematische Beziehung ist das Parseval'sche Theorem, das unmittelbar aus der Fouriertransformation folgt [23]:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{E}(\omega)|^2 d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} |E(t)|^2 dt \quad (\text{A.18})$$

**Gauß'sche Pulse:** Gauß'sche Pulse sind deshalb so interessant, da Berechnungen mit ihnen oft sehr einfach sind und Laserpulse aus dem Ti:Saphir Oszillator sich gut durch Gauß'sche Pulse beschreiben lassen (neben dem sech-Profil). Es soll angenommen werden, daß der Puls nur eine lineare Frequenzmodulation besitzt (linearer chirp).

Die komplexe Feldstärke ist dann:

$$E^+(t) = \frac{\mathcal{E}_0}{2} e^{-(1+ia)(t/\tau_g)^2} e^{i\omega_l t} \quad (\text{A.19})$$

$$\text{mit der Pulsdauer} \quad \tau_p = \sqrt{2 \ln(2)} \tau_g \quad (\text{A.20})$$

$$\text{und der Frequenz} \quad \omega(t) = \omega_l - \frac{2a t}{\tau_g^2} \quad (\text{A.21})$$

Die Fouriertransformation liefert das Spektrum

$$\tilde{E}^+(\omega) = \frac{\mathcal{E}_0 \sqrt{\pi} \tau_g}{2 \sqrt[4]{1+a^2}} \exp \left\{ i\phi - \frac{(\omega - \omega_l)^2 \tau_g^2}{4(1+a^2)} \right\} \quad (\text{A.22})$$

$$\text{mit der spektralen Phase} \quad \phi(\omega) = -\frac{1}{2} \arctan(a) + \frac{a\tau_g^2}{4(1+a^2)} (\omega - \omega_l)^2 \quad (\text{A.23})$$

$$\text{und die spektrale Intensität} \quad |\tilde{E}^+(\omega)|^2 = \frac{\mathcal{E}_0^2 \pi \tau_g^2}{4 \sqrt[4]{1+a^2}} \exp \left\{ -\frac{(\omega - \omega_l)^2}{\Delta\omega_p^2} 4 \ln(2) \right\} \quad (\text{A.24})$$

Für das Pulsdauer-Bandbreite-Produkt findet man:

$$\Delta\nu_p\tau_p = \frac{2\ln(2)}{\pi}\sqrt{1+a^2} \quad (\text{A.25})$$

## A.2 Ausbreitung von Laserpulsen in optischen Medien

Die Ausbreitung eines ultrakurzen Pulses in einem optischen System wird durch die Dispersion des Systems charakterisiert. Diese bestimmt sich aus den Materialkonstanten des optischen Mediums und aus der Mittenwellenlänge des Pulses. Mit Hilfe der Dispersion kann die Pulsverbreiterung, d.h. die Pulslänge in der Probe für den entsprechenden Eingangspuls berechnet werden.

Die Dispersion kann mit folgenden Methoden gemessen werden: Zum einen kann sie aus der Messung der spektralen Breite, der Pulslänge des Eingangspulses und der Pulslänge in der Probe, d.h. nach Durchlaufen des Systems ermittelt werden. Man erhält somit einen nur von experimentell zu bestimmenden Größen abhängigen Wert.

Zum anderen kann die Dispersion durch die Kenntnis der optischen Wege und der genauen Zusammensetzung der optischen Materialien berechnet werden. Man erhält einen Wert, der nur von den Materialien abhängt und der zum Vergleich mit der experimentell ermittelten Dispersion herangezogen werden kann.

Einen weiteren Vergleichswert für die Dispersion erhält man aus der Bestimmung der zur Kompensation der GVD notwendigen negativen Dispersion in einer Prechirp-Einheit.

### A.2.1 Lineare Pulsausbreitung

In dispersiven Medien ist der Brechungsindex  $n = n(\lambda)$  eine Funktion der Wellenlänge. Wie schon gezeigt wurde, ist jeder Puls aus mehreren spektralen Komponenten zusammengesetzt. Durch die Dispersion bewegen sich diese Komponenten mit verschiedenen Geschwindigkeiten durch das Material und es kommt zur Veränderung der zeitlichen Pulsstruktur.

Aus den Maxwellgleichungen kann eine Wellengleichung für das elektrische Feld in kartesischen Koordinaten abgeleitet werden.

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \quad \text{mit} \quad \frac{1}{c^2} = \epsilon_0 \mu_0$$

Hierbei sind externe Ladungen, Ströme und magnetische Effekte weggelassen worden, da diese in optischen Materialien i.a. keine Rolle spielen. Aber die Polarisation enthält lineare und nichtlineare Effekte. Beschränkt man sich auf lineare, homogene (keine Ortsabhängigkeit) und isotrope (keine Richtungsabhängigkeit) Medien, dann erhält man nach Ersetzung der Polarisation durch eine Faltung der dielektrischen Suszeptibilität  $\chi(t)$  mit der elektr. Feldstärke  $E(t)$  und anschließender Fouriertransformation der Wellengleichung die wichtige Helmholtzgleichung:

$$\left( \Delta + \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{\epsilon}(\omega) \right) \tilde{E}(\omega, \vec{r}) = 0 \quad (\text{A.26})$$

Im folgenden soll nur eine Polarisationskomponente und die Ausbreitung in positiver z-Richtung betrachtet werden. Die Lösung der Helmholtzgleichung ist dann:

$$\tilde{E}(\omega, z) = \tilde{E}(\omega, 0) e^{-ik(\omega)z} \quad (\text{A.27})$$

mit der Dispersionsrelation

$$k^2(\omega) = \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{\epsilon}(\omega) = \frac{\omega^2}{c^2} (1 + \tilde{\chi}(\omega)) = \frac{\omega^2}{c^2} n^2(\omega) \quad (\text{A.28})$$

In der Systemtheorie würde man  $e^{-ik(\omega)z}$  als Übertragungsfunktion bezeichnen. In der Dispersionsrelation sind die über die Kramers-Kronig-Relation miteinander verknüpften Größen Absorption und Dispersion enthalten, wobei die Absorption im folgenden vernachlässigt wird. Die Feldstärke ergibt sich aus  $E(t, z) = \mathcal{F}^{-1}[\tilde{E}(\omega, z)]$ . Die zusätzliche Phase  $\phi(\omega) = k(\omega)z$ , die der Puls nach Durchlaufen des Mediums akkumuliert hat, kann in eine Taylorreihe um die Zentralfrequenz  $\omega_l$  entwickelt werden:

$$\phi(\omega) = \phi(\omega_l) + \left. \frac{d\phi}{d\omega} \right|_{\omega_l} (\omega - \omega_l) + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2\phi}{d\omega^2} \right|_{\omega_l} (\omega - \omega_l)^2 + \frac{1}{6} \left. \frac{d^3\phi}{d\omega^3} \right|_{\omega_l} (\omega - \omega_l)^3 + \dots \quad (\text{A.29})$$

und mit  $\phi(\omega) = k(\omega)z$  ergibt sich daraus:

$$k(\omega)z = k(\omega_l)z + k'(\omega_l)z \cdot (\omega - \omega_l) + \frac{1}{2} k''(\omega_l)z \cdot (\omega - \omega_l)^2 + \frac{1}{6} k'''(\omega_l)z \cdot (\omega - \omega_l)^3 + \dots \quad (\text{A.30})$$

Die Phase des Pulses wird also beim Durchlaufen des Mediums um  $t_\phi = k(\omega_l)z/\omega_l = z/v_{\phi(\omega_l)}$  verzögert, wobei  $v_{\phi(\omega_l)}$  die Phasengeschwindigkeit im Medium ist. Die Einhüllende des Pulses verzögert sich dagegen um  $t_g = k'(\omega_l)z = \phi'(\omega_l) = z/v_g$ .  $v_g$  ist die Gruppengeschwindigkeit im Medium. Als GVD wird  $k''(\omega_l) = \left. \frac{d}{d\omega} \frac{1}{v_g(\omega)} \right|_{\omega_l}$  bezeichnet.

Da die Phase über die Dispersionsrelation mit der Brechzahl  $n(\omega)$  verknüpft ist, gelten folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned} \phi(\omega) &= \frac{z}{c} \omega n(\omega) \\ \frac{d\phi}{d\omega} &= \frac{z}{c} \left( n(\omega) + \omega \frac{dn}{d\omega} \right) \\ \frac{d^2\phi}{d\omega^2} &= \frac{z}{c} \left( 2 \frac{dn}{d\omega} + \omega \frac{d^2n}{d\omega^2} \right) \\ \frac{d^3\phi}{d\omega^3} &= \frac{z}{c} \left( 3 \frac{d^2n}{d\omega^2} + \omega \frac{d^3n}{d\omega^3} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.31})$$

Die Materialdispersion kann mit Hilfe der Frequenzabhängigkeit des Brechungsindex  $n(\omega)$  oder mit der Wellenlängenabhängigkeit  $n(\lambda)$  beschrieben werden. Für die Umrechnung der 1. bis 3. Ableitung von der Frequenz- in die Wellenlängendarstellung ergeben sich folgende Faktoren:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\omega} &= -\frac{\lambda^2}{2\pi c} \frac{d}{d\lambda} \\ \frac{d^2}{d\omega^2} &= \frac{\lambda^2}{(2\pi c)^2} \left( \lambda^2 \frac{d^2}{d\lambda^2} + 2\lambda \frac{d}{d\lambda} \right) \\ \frac{d^3}{d\omega^3} &= -\frac{\lambda^3}{(2\pi c)^3} \left( \lambda^3 \frac{d^3}{d\lambda^3} + 6\lambda^2 \frac{d^2}{d\lambda^2} + 6\lambda \frac{d}{d\lambda} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.32})$$

Somit sind die Gruppengeschwindigkeit, die GVD und die TOD durch die folgenden Gleichungen berechenbar, allerdings ist dazu eine konkrete Wellenlänge einzusetzen.

$$\frac{dk}{d\omega} = \frac{1}{v_g(\omega)} = \frac{1}{c} \left( n - \lambda \frac{dn}{d\lambda} \right) \quad (\text{A.33})$$

$$\frac{d^2k}{d\omega^2} = \frac{\lambda^3}{2\pi c^2} \left( \frac{d^2n}{d\lambda^2} \right) \quad (\text{A.34})$$

$$\frac{d^3k}{d\omega^3} = -\frac{\lambda^4}{4\pi^2 c^3} \left( 3 \frac{d^2n}{d\lambda^2} + \lambda \frac{d^3n}{d\lambda^3} \right) \quad (\text{A.35})$$

In der Literatur werden u.a.  $\phi'(\omega)$  und  $\phi''(\omega)$  als GVD bzw. TOD bezeichnet, diese Größen ergeben sich aus den letzten beiden Gleichungen nach Multiplikation mit  $z$ .

### Ausbreitung eines Gauß'schen Pulses

Die Phasenfunktion soll nur bis zur 2.Ordnung entwickelt werden (Gl. A.30), dann wird die Übertragungsfunktion an das Spektrum multipliziert (Gl. A.22) und die inverse Fouriertransformation ausgeführt und es ergibt sich die Feldstärke im Zeitbereich:

$$E^+(t, z) = \frac{\mathcal{E}_0 \tau_g}{4\sqrt[4]{1+a^2}} \frac{e^{i(\omega_l t - k(\omega_l)z - \frac{1}{2} \arctan(a))}}{\sqrt{\frac{\tau_g^2}{4(1+a^2)} + i \left( \frac{k''(\omega_l)z}{2} - \frac{a\tau_g^2}{4(1+a^2)} \right)}} \dots$$

$$\exp \left[ -\frac{(t - k'(\omega_l)z)^2}{4 \left( \frac{\tau_g^2}{4(1+a^2)} + i \left( \frac{k''(\omega_l)z}{2} - \frac{a\tau_g^2}{4(1+a^2)} \right) \right)} \right] \quad (\text{A.36})$$

$a$  ist der Parameter der Frequenzmodulation, die der Puls vor dem Eintritt in das Medium bereits aufweist. Die Pulsdauer nach dem Medium der Länge  $z$  mit der Eingangspulsdauer  $\tau_g$  ist dann:

$$\tau_g(z) = \sqrt{\frac{16(1+a^2)}{\tau_g^2} \left( \left[ \frac{\tau_g^2}{4(1+a^2)} \right]^2 + \left[ \frac{a\tau_g^2}{4(1+a^2)} - \frac{k''(\omega_l)z}{2} \right]^2 \right)} \quad (\text{A.37})$$

Anhand von dieser Gleichung ist zu erkennen, das eine minimale Pulsdauer bei ungleichen Vorzeichen von  $k''(\omega_l)$  und  $a$  beim Verschwinden des 2.Klammerausdrucks unter der Wurzel erreicht werden kann, bei gleichem Vorzeichen wird die Pulsverbreiterung größer. Gl. A.37 kann bei bekannter Eingangs- und Ausgangspulsdauer  $\tau_g(z)$  zur Bestimmung der GVD ( $k''(\omega_l)z$ ) benutzt werden. Es ergeben sich aber 4 Lösungen bei unbekanntem Vorzeichen von  $a$  oder bei bekannten Vorzeichen von  $a$  2 Lösungen aufgrund der quadratischen Gleichung. Der neue Parameter der Frequenzmodulation wird durch

$$\frac{d}{dt}\varphi(t) = -\frac{\frac{a\tau_g^2}{4(1+a^2)} - \frac{k''(\omega_l)z}{2}}{\frac{\tau_g^2}{4(1+a^2)}} \cdot \frac{2t}{\tau_g^2(z)} \quad (\text{A.38})$$

charakterisiert.

Beim Ausbreiten eines Gauß'schen Pulses in einem Medium mit Dispersion 3.Ordnung wird die Pulsform asymmetrisch. Es entstehen Oszillationen an einer Flanke des Pulsprofils. Für eine negative Dispersion 3.Ordnung bilden sich die Oszillationen am Anfang des Pulses und für eine positive Dispersion 3.Ordnung am Ende des Pulses [22].

# Literaturverzeichnis

- [1] R. Wolleschensky, T. Feurer, R. Sauerbrey: Appl. Phys. B **67**, 87 (1998)
- [2] R. Wolleschensky-Diplomarbeit: FSU Jena , (1998)
- [3] R. Weidner-Diplomarbeit: FSU Jena , (1998)
- [4] Zs. Bor, B. Rácz: Appl. Optics **24**, 3440 (1985)
- [5] Zs. Bor: Journal of Modern Optics **35**, 1907 (1988)
- [6] Zs. Bor, Z. Gogolak, G. Szabo: Opt. Lett. **14**, 862 (1989)
- [7] Z.L. Horvath, Zs. Bor: Opt. Commun. **94**, 249 (1992)
- [8] Z.L. Horvath, Zs. Bor: Opt. Commun. **100**, 6 (1993)
- [9] Z.L. Horvath, Zs. Bor: Opt. Commun. **108**, 333 (1994)
- [10] Zs. Bor, K. Osvay, Z.L. Horvath: Opt. Commun. **111**, 478 (1994)
- [11] M. Kempe, U. Stamm, B. Wilhelmi: Opt. Commun. **89**, 119 (1992)
- [12] M. Kempe, W. Rudolph: Opt. Lett. **18**, 137 (1993)
- [13] M. Kempe, W. Rudolph: Phy. Rev. A **48**, 4721 (1993)
- [14] J. Jasapara, W. Rudolph: Opt. Lett. **24**, 777 (1999)
- [15] L. Lepetit, G. Cheriaux, M. Joffre: JOSA B **12**, 24 (1995)
- [16] C. Radewicz, M.J. la Grone, J.S. Krasinski: Opt. Commun. **126**, 185 (1996)
- [17] Z.L. Horvath, Z. Benkö, A.P. Kovacs, H.A. Hazim, Z. Bor: Opt. Engineering **32**, 2491 (1993)
- [18] W.H. Knox, N.M. Pearson, K.D. Li, C.A. Hirlimann: Opt. Lett. **13**, 574 (1988)
- [19] M. Beck, I.A. Walmsley: Opt. Lett. **15**, 492 (1990)
- [20] C. Sáinz, P. Jourdain, R. Escalona, J. Calatroni: Opt. Commun. **111**, 632 (1994)
- [21] T. Feurer, A. Glaß, R. Sauerbrey: Appl. Phys. B **65**, 295 (1997)
- [22] G.P. Agrawal: 'Nonlinear fiber optics', Academic Press (2nd ed.), San Diego (1995)
- [23] J.C. Diels, W. Rudolph: 'Ultrashort Laser Pulse Phenomena', Academic Press Inc. (1996)

- [24] B. Saleh, M Teich: 'Fundamentals of photonics', John Wiley and Sons, Inc., USA (1991)
- [25] W. Koechner: 'Solid-State Laser Engineering', Springer (1991)
- [26] J. Hawkes, I Latimer: 'Lasers', Prentice Hall, UK (1995)
- [27] Spectra-Physics: 'User's Manual Millennia <sup>TM</sup> V', (1997)
- [28] R.L. Fork, C.H. Brito Cruz, P.C. Becker, C.V. Shank: Opt. Lett. **12**, 483 (1987)
- [29] E.B. Treacy: IEEE **5**, 454 (1969)
- [30] C.V. Shank, R.L. Fork, R. Yen, R.H. Stolen: Appl. Phys. Lett. **40**, 761 (1982)
- [31] J.-P. Tache: Appl. Opt. **26**, 427 (1987)
- [32] R.L. Fork, O.E. Martinez, J.P. Gordon : Opt. Lett. **9**, 150 (1984)
- [33] B.E. Lemoff, C.P.J. Barty: Opt. Lett. **18**, 57 (1993)
- [34] U. Keller, Ultrakurzzeit-Laserphysik, Wahlfachvorlesung QE, ETHZ, Schweiz,1999
- [35] R. Fluck, I.D. Jung, G. Zhang, F.X. Kärtner, U. Keller: Opt. Lett. **21**, 743 (1996)
- [36] T. Brabec, P.F. Curley, C. Spielmann, E.Winter, A.J. Schmidt: JOSA B **10**, 1029 (1993)
- [37] G. Cerullo, S.De Silvestri, V. Magni: Opt. Lett. **19**, 1040 (1994)
- [38] S. Gatz, J. Herrmann: JOSA , (1994/1995)
- [39] M. Lai, J. Nicholson, W. Rudolph: Opt. Commun. **142**, 45 (1997)
- [40] C. Spielmann, P.F. Curley, T. Brabec, F. Krausz: IEEE **30**, 1100 (1994)
- [41] P.F. Curley, C. Spielmann, T. Brabec, E. Wintner, F. Krausz: JOSA B **10**, 1025 (1993)
- [42] H.A. Haus, J.G. Fujimoto, E.P. Ippen: IEEE **28**, 2086 (1992)
- [43] L. Wenke, Physikalische Optik, Grundvorlesung, FSU Jena, WS 1996/1997
- [44] L. Wenke, Fourieroptik, Wahlvorlesung, FSU Jena, SS 1998
- [45] F. Lederer, Theoretische Optik, Grundvorlesung, FSU Jena, WS 1996/1997
- [46] Joseph.W. Goodman: 'INTRODUCTION TO FOURIER OPTICS', McGraw-Hill Companies, INC. (1996)
- [47] E.T.J. Nibbering, G. Grillon, M.A. Franco, B.S. Prade, A. Mysyrowicz: JOSA B **14**, 650 (1997)

# Erklärung

Ich erkläre, daß ich die vorliegende Arbeit selbständig verfaßt und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Jena, am 15. September 1999

---

Ralf Netz

# Danksagung

Dank sagen möchte ich an dieser Stelle all denjenigen, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Mein besonderer Dank gilt:

Herrn Prof. Dr. R. Sauerbrey für die Vergabe dieses interessanten und vielseitigen Themas der Diplomarbeit.

Herrn Dr. Thomas Feurer als Betreuer für die vielen anregenden und klärenden Diskussionen und Hinweise zu den Experimenten sowie zur Anfertigung der Diplomarbeit,

und

Herrn Diplom-Physiker Ralf Wolleschensky von der Firma Carl Zeiss Jena GmbH für die Bereitstellung der Mikroskopobjektive und des dazugehörigen theoretischen Datenmaterials.

Weiterhin möchte ich allen Mitarbeitern der Arbeitsgruppe Quantenelektronik danken.

Der Carl-Zeiss-Schott-Förderstiftung im Stifterverband für die Deutsche Wissenschaft gilt mein Dank für die finanzielle Unterstützung der Diplomarbeit.