

402 – Brechung, Beugung und Linsengleichung

1. Aufgaben

- 1.1 Beobachten Sie die Lichtbrechung an mindestens einem Probekörper und bestimmen Sie dessen Brechzahl. Messen Sie dazu die Einfallswinkel und Brechungswinkel und stellen Sie diese graphisch dar.
- 1.2 Bestimmen Sie die Wellenlängen der beiden von Ihnen benutzten Laser indem Sie die Interferenzmaxima nach Beugung an einem Gitter ausmessen.
- 1.3 Bestimmen Sie die Brennweite von Sammell- und Zerstreuungslinsen durch Messung der Gegenstands- und Bildweite und vergleichen Sie die erhaltenen Resultate mit den Herstellerangaben!

2. Grundlagen

Stichworte:

Basiswissen: Spektrum des sichtbaren Lichts, Reflexion, Brechung, Beugung, Interferenz, optische Abbildung, Linsengleichung, Bildkonstruktion

Weiterführend: Hauptebenen, dünne und dicke Linsen, Linsenfehler

Zur besseren Veranschaulichung finden Sie weitere Informationen im Internet z.B. unter:
<http://www.foto-net.de/net/objektive/linsen.html>

2.1 Eigenschaften von Licht

Zur Beschreibung der Eigenschaften und dem Verhalten von (sichtbaren) Licht an Grenzflächen werden 2 Modelle heran gezogen. Das ältere der beiden Modelle ist die Strahlenoptik (auch geometrische Optik genannt). Dieses Modell betrachtet das Licht als einen Strom von Teilchen, der sich geradlinig im Raum ausbreitet. Beobachtbare Erscheinungen wie **Reflexion** und **Brechung** von Lichtstrahlen werden durch Stöße der Lichtteilchen mit den Teilchen des interagierenden Mediums erklärt. Aufgrund geometrischer Überlegungen ist der Verlauf von Lichtstrahlen berechenbar. Die Entstehung vergrößerter und verkleinerter Bilder mit Hilfe von Linsen ist durch **optische Konstruktion** und der Berechnung von Längenbeziehungen mittels Dreieckssätzen konkret nachvollziehbar.

Jedoch existieren einige Effekte die im Rahmen der Strahlenoptik ungeklärt bleiben. Bei sichtbarem Licht kann man **Beugung** an Kanten beobachten. Bedeutet: Trifft Licht auf ein endlich ausgedehntes Hindernis, sollte es nach der Strahlenoptik einen klar abgegrenzten Bereich zwischen Licht und Schatten (Lichtintensität ist Null) geben. Bei genauerer Betrachtung findet man jedoch eine sicht-/messbare Lichtintensität hinter Kanten vor. Das Phänomen Beugung ist eine typische Eigenschaften von Wellen. Im Rahmen der **Wellenoptik**, die Licht als eine Solche sich im Raum ausbreitende Welle betrachtet, können die Lücken der

Strahlenoptik geschlossen werden. Auch die bereits bekannten Gesetze der Reflexion und der Lichtbrechung gehen aus ihr hervor.

Das sichtbare Licht ist eine **elektromagnetische Welle**, die sich im Vakuum (und näherungsweise auch in Luft) mit der Geschwindigkeit $c = 299\,792\,458 \frac{m}{s} \approx 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$ ausbreitet. Es umfasst einen kleinen Teil des elektromagnetischen Spektrums, der für das menschliche Auge detektierbar ist. Dieser Bereich liegt etwa bei Wellenlängen zwischen 380 nm (violett Licht) und 780 nm (rotes Licht). Je kleiner die Wellenlänge, desto energiereicher ist die Strahlung. Röntgenstrahlung beispielsweise liegt in einem Bereich von 10 nm ... 0,1 pm. Die Welleneigenschaften des sichtbaren Lichts treten dominant zu Tage, wenn die Abmessungen der Gegenstände mit denen das Licht interagiert in der Größenordnung der Wellenlänge liegen. In diesem Fall muss zur Beschreibung der auftretenden Effekte zwingend die **Wellenoptik** herangezogen werden.

2.2 Licht an der Grenzfläche zweier Medien

Zur Beschreibung der Lichtausbreitung geht man von Lichtstrahlen aus, die sich geradlinig im homogenen Medium ausbreiten. Trifft ein Lichtstrahl auf die Grenzfläche zweier Medien, sind mehrere Effekte beobachtbar (siehe Bild 1). Man betrachte einen Lichtstrahl der unter dem Winkel α zum Lot auf eine Grenzfläche trifft. Ein Teil des auftreffenden Lichts wird an der Grenzfläche entsprechend dem **Reflexionsgesetz** ($\alpha = \alpha'$) reflektiert (1). Ein weiterer Teil dringt in das zweite Medium ein, nimmt jedoch einen anderen Verlauf als der einfallende Lichtstrahl. Der Lichtstrahl wird gebrochen (2).

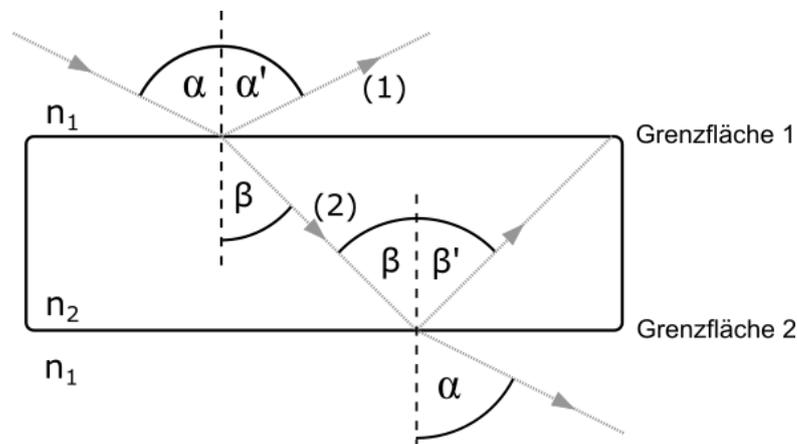


Bild 1: Strahlengang an einem endlich ausgedehnten Körper. Das Lot steht senkrecht auf der jeweiligen Grenzfläche (gestrichelte Linie).

(1) Reflektierter Teilstrahl an der Grenzfläche. (2) Gebrochener Teilstrahl.
Auch an der zweiten Grenzfläche kommt es zur Reflexion und Brechung.

Der Verlauf der Lichtstrahlen ist abhängig von den Brechzahlen der beiden Medien. Die **Brechzahl n** ist ein Maß für die optische Dichte eines Materials. Diese dimensionslose Zahl gibt den Faktor an, um den die Ausbreitungsgeschwindigkeit im Medium gegenüber der Vakuumlichtgeschwindigkeit vermindert ist.

$$\frac{c}{c_{\text{Medium}}} = n_{\text{Medium}} \quad (1)$$

Für den Verlauf des gebrochenen Teilstrahls gilt das **Brechungsgesetz**. Für Luft kann in guter Näherung eine Brechzahl von 1,0 angenommen werden.

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} \quad (2)$$

Desweiteren nimmt die Lichtintensität beim Passieren eines Mediums nach und nach ab, da ein Anteil der elektromagnetischen Welle vom Material absorbiert wird (Absorptionsgesetz).

2.3 Beugung und Interferenz

Charakteristisch für die Welle sind Ihre Wellenlänge λ sowie deren Schwingungsfrequenz f . Die Wellenlänge gibt den kleinsten Abstand zwischen zwei Punkten gleicher Phase an, also beispielsweise den Abstand zweier Wellenberge. Alle Wellenlängen im Spektrum des sichtbaren Lichts sind mit einer bestimmten Farbeindruck gekoppelt. Weißes Licht ist eine Überlagerung aus dem gesamten Bereich des sichtbaren Spektrums.

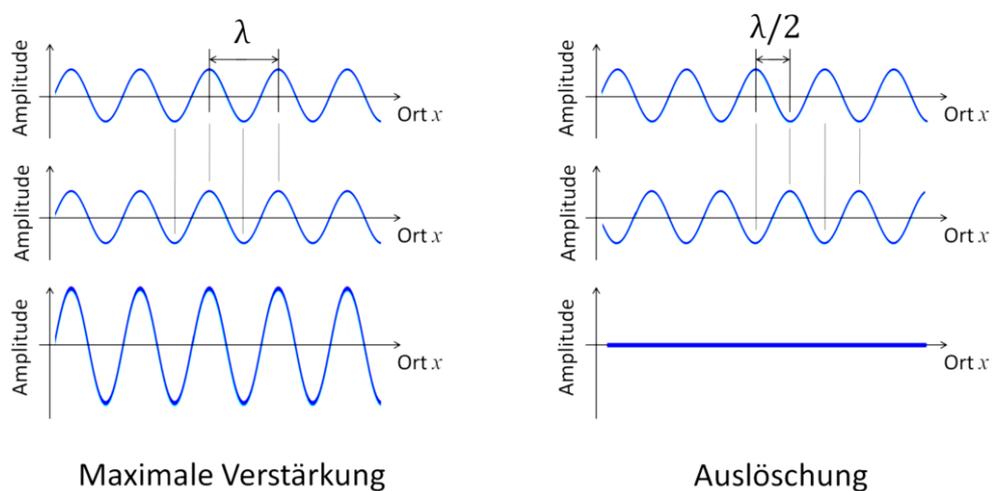


Bild 2: Überlagerung von jeweils zwei Sinuswellen (obere + mittlere) mit unterschiedlicher Phasendifferenz. Das Ergebnis der Interferenz ist jeweils darunter dargestellt.

Überlagert man Wellen gleicher Wellenlänge kann man Interferenzen erzeugen. Je nach der Lage der Wellen zueinander können sie sich verstärken oder gegenseitig auslöschen (Bild 2). Verstärken sie sich maximal, so spricht man von konstruktiver Interferenz. Dazu entspricht die Verschiebung der Wellen zueinander einem ganzzahligen Vielfachen der Wellenlänge. Sind die Wellen um die Weglänge $\lambda/2$ gegeneinander verschoben kommt es zur Auslöschung der Wellen. Man spricht von destruktiver Interferenz.

Beobachten kann man diesen Effekt, wenn monochromatisches Licht auf ein geeignetes Gitter gelenkt wird. Nach jedem Einzspalt des Gitters breitet sich das Licht in Form einer Kugelwelle aus (siehe Bild 3a). Es kommt zur Überlagerung der Einzelwellen. Je nach Ort kommt es jetzt zu einer Verstärkung (Wellenberg trifft auf Wellenberg) oder einer Auslöschung (Wellenberg trifft auf Wellental). Platziert man hinter dem Gitter einen Schirm, sind die Orte konstruktiver Interferenz klar erkennbar. Das intensivste liegt im Zentrum des Interferenzbildes und wird als Maximum 0. Ordnung bezeichnet. Im Abstand s_1 dazu erscheinen die Maxima 1. Ordnung usw.

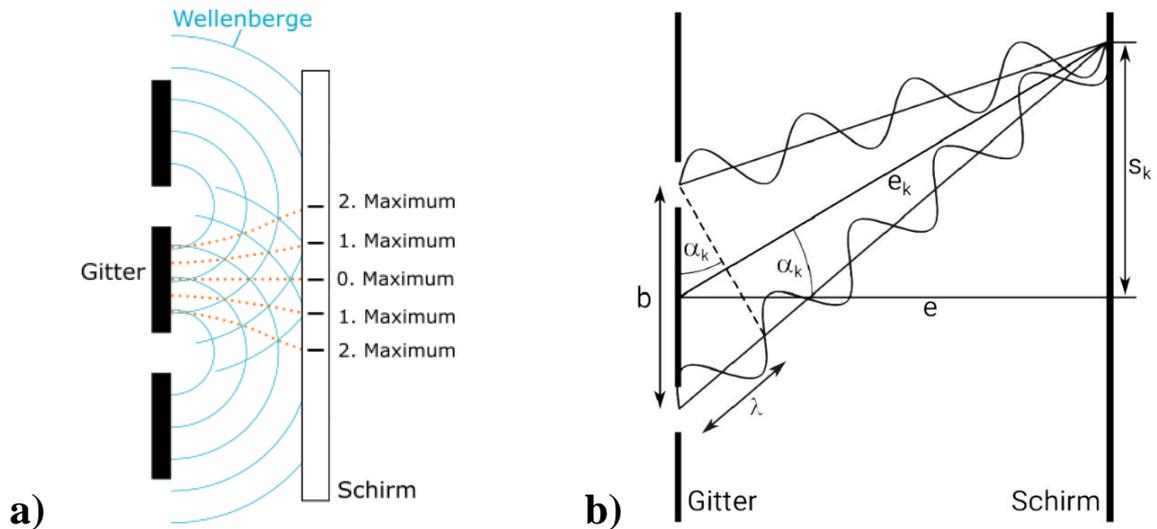


Bild 3: a) Eine ebene Welle nach dem Passieren eines Gitters.
 b) Entstehung der Interferenzmaxima (b ... Gitterkonstante, e ... Abstand Gitter und Schirm, s_k ... Abstand des k-ten Maximums vom Maximum 0. Ordnung)

Die Lage der Maxima ändert sich mit dem Abstand der Spalte im Gitter (Gitterkonstante b), der Lage des Schirms zum Gitter und der Wellenlänge des verwendeten Lichts. Der Zusammenhang ist mit Hilfe von Bild 3b herleitbar. Eingezeichnet sind 2 Wellenzüge. Auf dem Schirm wird am Auftreffort ein Maximum zu sehen sein, da sich die Wellenzüge um eine ganze Wellenlänge voneinander unterscheiden. Allgemeiner müssen sich die Wellenzüge um ein ganzzahliges Vielfaches voneinander unterscheiden (also $k \cdot \lambda$). Bei genauem Hinsehen erkennt man in der Skizze 2 rechtwinklige Dreiecke, die beide den Winkel α_k aufweisen. Für den Sinus der Winkel in den jeweiligen Dreiecken gilt:

$$\sin \alpha_k = \frac{k \cdot \lambda}{b} = \frac{s_k}{e_k} \tag{3}$$

Wenn man von kleinen Winkeln für α_k ausgeht kann man für e_k näherungsweise vom Abstand e ausgehen. Umgestellt nach der Wellenlänge ergibt sich:

$$\lambda = \frac{b \cdot s_k}{k \cdot e} \tag{4}$$

2.4 Optische Abbildung und Linsengleichung

Linsen und Spiegel dienen der **optischen Abbildung**. Parallel zur optischen Achse einfallendes Licht wird durch eine **Sammellinse** im Brennpunkt F vereinigt, der Abstand des Brennpunktes F von der Hauptebene der Linse ist die Brennweite f (Bild 4a). Anstatt der Brennweite wird bei Linsen für gewöhnlich die Brechkraft D in der Einheit Dioptrie ($dpt = \frac{1}{m}$) angegeben. Die Brechkraft ist der Kehrwert der Brennweite.

$$D = \frac{1}{f} \tag{5}$$

Parallel zur optischen Achse einfallende Strahlen werden durch eine **Zerstreuungslinse** so gebrochen, als kämen sie von einem (auf der Gegenstandsseite liegenden) Brennpunkt F_z . Auch hier ist der Abstand des Brennpunktes von der Hauptebene der Linse die Brennweite f_z (Bild 1b). Für Zerstreuungslinsen ist die Brechkraft eine negative Zahl.

Die **Hauptebene** der Linse ist dabei diejenige gedachte Ebene, an der die Strahlen – unabhängig von den realen Linsenoberflächen – abknicken.

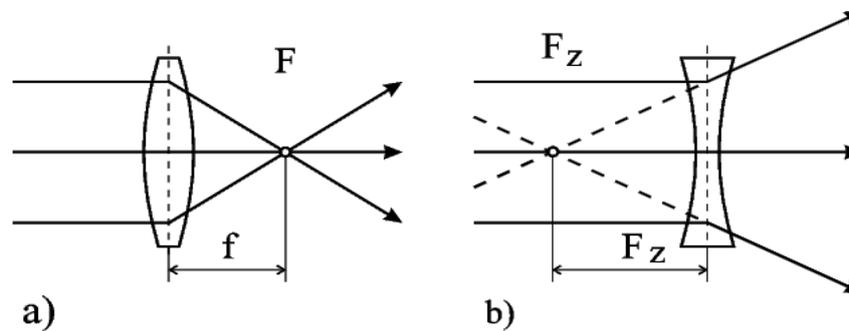


Bild 4: Lichtbrechung an einer Sammellinse (a) und einer Zerstreuungslinse (b) bei senkrecht zur Hauptebene einfallenden Lichtstrahlen.

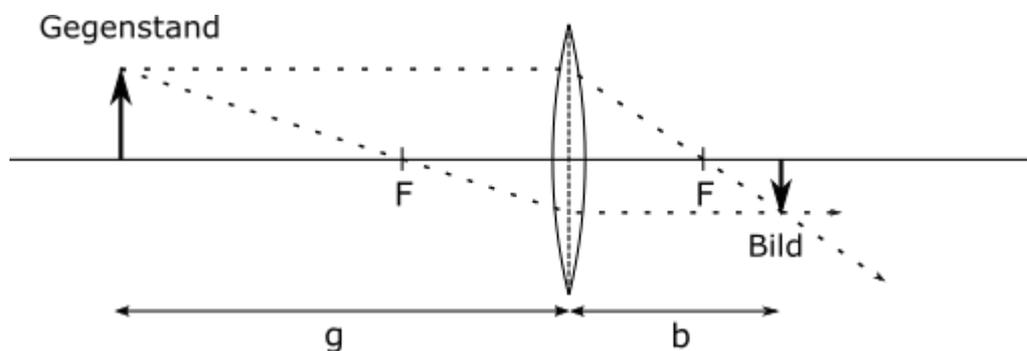


Bild 5: Geometrische Bildkonstruktion eines reellen Bildes bei einer dünnen Sammellinse. Beim hier gewählten Abstand zur Linse entsteht ein verkleinertes Bild. Es können Parallel-, Mittelpunkt- und Brennpunktstrahl benutzt werden. Zur Abbildungskonstruktion wurden hier nur Parallel- und Brennpunktstrahlen dargestellt.
 g ... Gegenstandsweite, b ... Bildweite, F ... Brennpunkte vor und hinter der Linse.

Wir betrachten ein **reelles Bild**. Ein reelles Bild entsteht, wenn die Gegenstandsweite größer als die Brennweite ist. Es entsteht auf der vom Gegenstand abgewandten Seite der Sammellinse und könnte prinzipiell auf einem Projektionsschirm im Abstand b von der Linse aufgefangen werden. Den Zusammenhang zwischen Gegenstandsweite g , Bildweite b und Brennweite f vermittelt die **Linsengleichung**.

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad (6)$$

Steht der Gegenstand innerhalb der einfachen Brennweite, kann die Linse als Lupe verwendet werden. Sieht man durch die Linse hindurch auf das Bild (welches sich nun auf der Gegenstandsseite befindet) so spricht man von einem virtuellen Bild. Bei virtuellen Bildern bzw. Brennpunkten nehmen b bzw. f negative Werte an.

Optische Systeme bestehen aus mehreren Linsen. Auch das Auge weist mehrere Komponenten auf, die an der Lichtbrechung und Bildentstehung mitwirken (Hornhaut, Linse und Glaskörper). Bei dünnen Linsen die im Vergleich zu den Brennweiten eng zusammen stehen, ergibt sich die Gesamtbrechkraft des Systems einfach aus der Addition der Einzelbrechkräfte (Gleichung 7).

$$D_{\text{System}} = D_1 + D_2 \quad (7)$$

Entsprechend ergibt sich bei Verwendung der Brennweiten anstelle der Brechkräfte für die Brennweite f_{System} des Linsensystems:

$$\frac{1}{f_{\text{System}}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad (8)$$

Bei **Zerstreuungslinsen** ist eine direkte Brennweitenmessung nicht möglich, da die Abbildung hier nur virtuelle Bilder liefert. Man setzt deshalb eine Zerstreuungslinse mit einer Sammellinse bekannter Brechkraft zu einem Linsensystem zusammen. Die Brennweite der Zerstreuungslinse ist dann aus der Brennweite des Gesamtsystems bestimmbar. Vorausgesetzt die Brennweite der Sammellinse ist kleiner als der Betrag der Brennweite der Zerstreuungslinse. Anstelle der Brennweiten, kann auch mit den Brechkräften gerechnet werden.

3. Versuchsdurchführung

3.1 Brechungs- und Beugungsexperimente

Für die ersten beiden Messaufgaben steht Ihnen ein Messsystem mit zwei um die selbe Achse drehbar gelagerten Diodenlasern zur Verfügung. Diese sind fest an einer Grundplatte angebracht und können auf einer Kreisbahn verschoben werden, sodass die Laserstrahlen immer das Zentrum des Kreises durchqueren. Die zu vermessenden Körper und Beugungsgitter gibt Ihnen der Assistent vor. An der Grundplatte sind Orientierungspunkte angebracht, damit können die Messkörper stets so positioniert werden, dass eine Grenzfläche des Körpers das Kreiszentrum schneidet.

Für Aufgabe 1 nutzen Sie die zur Verfügung stehende Messunterlage mit dem Winkelmesser. Da die Grundplatte transparent ist können Sie so die Einfallswinkel der Lichtstrahlen an der Skala ablesen. Beachten Sie dabei aber stets, dass es auch bei Ihrem Ablesevorgang zu Lichtbrechung kommt! Daher sollten sie das Ablesen aus einem schrägen Blickwinkel vermeiden. Das Ablesen des Austrittswinkels erfolgt an einer Messskala. Je nach Probekörper ist sie auf diesem Körper selbst oder auf einem Messschirm aufgebracht. Nehmen Sie Messreihen von mind. 10 Einfallswinkeln pro Körper auf und stellen sie diese in einem Diagramm graphisch dar. Fertigen Sie ein zweites Diagramm an. Tragen sie hier den Sinus des Einfallswinkels über den Sinus des Austrittswinkels auf und bestimmen Sie aus der resultierenden linearen Funktion die Brechzahl des Mediums.

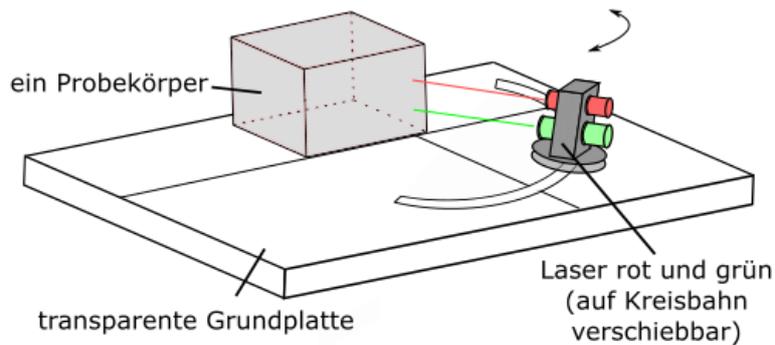


Bild 6: Skizze des Versuchsaufbaus für die Aufgaben 1 und 2

3.2 Interferenz am Gitter

Anstelle des Probekörpers platzieren Sie die Halterung für Beugungsgitter auf der Grundplatte. Platzieren Sie einen Schirm in mindestens 20 cm Entfernung zum Beugungsgitter (Nutzen Sie die Markierungen der Messunterlage). Platzieren Sie die Laser senkrecht zum Gitter. Verwenden Sie zunächst beide Laser gleichzeitig und beobachten Sie die beiden Interferenzmuster auf dem Schirm. Vergleichen Sie es auch mit dem Interferenzmuster bei Verwendung eines anderen Gitters. Wie viele Maxima sind bei den verschiedenen Beugungsgittern auf dem platzierten Messschirm sichtbar? Notieren Sie Ihre Beobachtung und diskutieren Sie diese! Messen Sie für eines der Beugungsgitter die Abstände aller sichtbaren Maxima und berechnen Sie daraus die Wellenlängen des roten und grünen Lasers! Passt Ihr berechneter Wert zum Spektrum des sichtbaren Lichts?

3.3 Bestimmung der Brennweiten

Zur Durchführung der Aufgabe 3 steht Ihnen eine optische Bank mit fest angebrachtem Maßstab, beleuchtetem Gegenstand (Pfeil-Blende), Abbildungsschirm, Planspiegel sowie Linsenhalterungen zur Verfügung. Die zu vermessenden Linsen werden vom Assistenten ausgegeben. Stellen Sie pro Linse 5 verschiedene Gegenstandsweiten und Bildweiten ein und bestimmen Sie daraus die Brennweite. Es bietet sich an die gemessenen Weiten in die zugehörigen Brechkräfte umzurechnen, da es die Berechnungen vereinfacht.

Die Brennweite einer Zerstreuungslinse kann nur aus einer gemeinsamen Messung mit einer Sammellinse bestimmt werden. Messen Sie dazu die Brennweite des Linsensystems. Gehen Sie beim Linsensystem genauso vor, wie Sie es bereits bei der Sammellinse taten. Achten Sie darauf, dass beide Linsen möglichst eng zusammen stehen. Wie hat sich die Brennweite der Sammellinse durch hinzufügen der Zerstreuungslinse geändert?

3.4 Messungenauigkeit

Die auftretenden Messfehler sind Ablesefehler. Sie sollten also im Laufe Ihrer Messung abschätzen wie genau das Ablesen von den vorhandenen Skalen möglich ist. Bei Aufgabe 2 bietet sich eine Betrachtung der relativen Fehler an. Wird eine Messung mehrmals wiederholt ist auch eine statistische Auswertung mit Berechnung von Mittelwert und Standardabweichung möglich.

3.5 Lasersicherheit!

Die in diesem Versuch verwendeten Diodenlaser werden der Laserschutzkategorie 2 zugeordnet. Diese sind unbedenklich, solange der Strahl nicht für längere Zeit auf die Netzhaut trifft. Beim gegebenen Versuchsaufbau ist ein Strahl, der direkt in das Auge trifft unwahrscheinlich, da alles auf der Ebene des Tisches propagiert. Zu Ihrer Sicherheit und der Sicherheit der weiteren Personen im Raum, gibt es daher nur folgende zwei Punkte zu beachten: 1. Experimentieren Sie mit den Augen niemals auf der Ebene der Laser. 2. Schalten Sie die Laser aus, wenn Sie Komponenten (z. B. Beugungsgitter) austauschen, um unerwünschte Reflexionen im Raum zu vermeiden. Sollte wider erwarten Laserstrahlung das Auge treffen, schützt Sie automatisch der Lidschutzreflex. Dieser sollte nicht unterdrückt werden. Er begrenzt die Exposition auf unter 0,25 s.