

354 – Schwingungserzeugung

1 Aufgaben

1. Bestimmen Sie die Phasenlage sowie die Verstärkung einer invertierenden Verstärkerschaltung mit OPV.
2. Nehmen Sie die Amplitudenübertragungsfunktion eines LC-Schwingkreises auf.
3. Kombinieren Sie den LC-Schwingkreis mit dem Verstärker zu einer Meißner-Oszillatorschaltung. Bestimmen Sie die Frequenz des Oszillators sowie deren Stabilität.

2 Grundlagen

Stichworte: Schwingkreis, Resonanzfrequenz, Übertragungsfunktion, Operationsverstärker, Meißner-Schaltung

2.1 Operationsverstärker (OPV)

Der OPV stellt ein wichtiges Bauelement moderner elektronischer Schaltungen dar. Er ist ein sogenannter Differenzverstärker und besitzt damit 2 Eingänge (siehe Abb. 1). Der Eingangswiderstand eines idealen OPVs ist unendlich, d.h. das Eingangssignal muss für die korrekte Funktion des Verstärkers keinen Strom aufbringen \Rightarrow die Signalquelle wird nicht belastet.

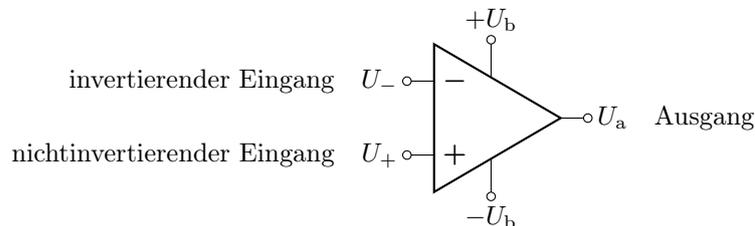


Abbildung 1: Schaltbild des Operationsverstärkers. Mit $+U_b$ und $-U_b$ ist die symmetrische Betriebsspannung gemeint, ohne die der OPV nicht funktioniert.

Die Ausgangsspannung des *unbeschalteten* OPV ist gegeben durch:

$$U_a = V_0 \cdot (U_+ - U_-) \quad (1)$$

d.h. die Ausgangsspannung entspricht der verstärkten Differenz der Eingangssignale. Ein typischer OPV besitzt eine (Leerlauf-)Spannungsverstärkung V_0 im Bereich von 10^5 bis 10^6 .

Mit solch hohen Verstärkungen lässt sich in der Praxis vielfach nicht arbeiten, da bereits Störsignale im μV -Bereich dann große Ausgangssignale liefern. Darüber hinaus sind häufig nur kleine Signalverstärkungen (z.B. 10 oder 100) notwendig. Man erreicht dies durch eine sogenannte Gegenkopplung. Hierzu wird ein Teil der Ausgangsspannung auf den invertierenden Eingang zurückgeführt (siehe Abb. 2). Sobald die Ausgangsspannung ansteigt, wird mehr und mehr auf den invertierenden Eingang zurückgeführt. Dadurch sinkt die Eingangsspannungsdifferenz. Es bildet sich eine Regelschleife – je stärker das Ausgangssignal ansteigt, desto kleiner wird das Eingangssignal. Wenn der rückgekoppelte Spannungsanteil der Spannung am nichtinvertierenden Eingang entspricht, stellt sich ein Gleichgewicht ein und die Regelschleife stabilisiert sich.

Die Einstellzeit für dieses Regelgleichgewicht ist sehr klein \Rightarrow es können Frequenzen im MHz-Bereich verarbeitet werden. Im ausgeregelten Zustand ist die Differenz der Eingangsspannungen Null. Beachten Sie, dass dies nicht bedeutet, dass die Ausgangsspannung auch Null sein muss. Gleichung (1) gilt nur für den unbeschalteten OPV!

In der Praxis werden im Wesentlichen zwei Möglichkeiten genutzt, die Gegenkopplung zu realisieren: der invertierende und der nichtinvertierende Verstärker (siehe Abb. 2). Die Spannungsverstärkung der Schaltungen kann einfach berechnet werden.

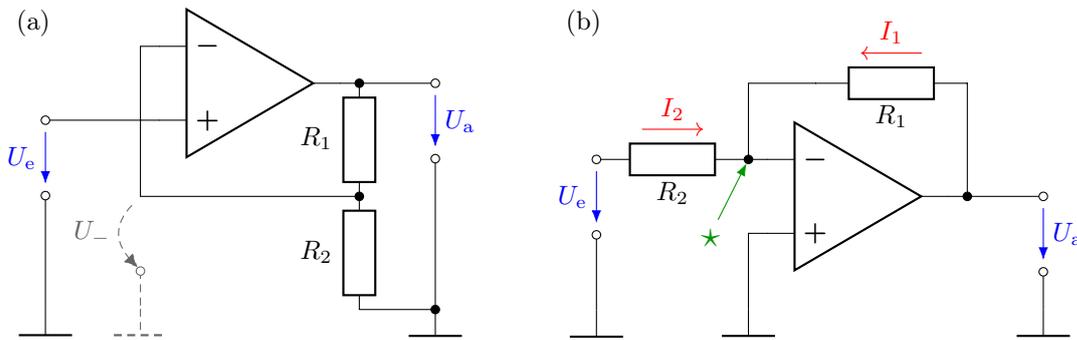


Abbildung 2: Die beiden Grundschaltungen des OPV mit Gegenkopplung: (a) nichtinvertierender Verstärker und (b) invertierender Verstärker, $\star \hat{=}$ virtuelle Masse.

Beim **nichtinvertierenden Verstärker** in Abb. 2(a) wird das rückzuführende Signal für die Gegenkopplung durch einen Spannungsteiler am Ausgang realisiert. Dadurch entsteht am invertierenden Eingang des OPV folgende Spannung ($\hat{=}$ Spannungsteilerregel, Versuch 350):

$$U_- = U_a \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \tag{2}$$

Im ausgeregelten Zustand gilt $U_+ = U_-$. Da hier die Eingangsspannung *direkt* auf den nichtinvertierenden Eingang gegeben wird, gilt für diesen Fall $U_+ = U_e$. Es ergibt sich damit für das Verhältnis zwischen Ausgangs- und Eingangsspannung $V = U_a/U_e$:

nichtinvertierender Verstärker: $V = 1 + \frac{R_1}{R_2}$ (3)

Man erkennt in Gleichung (3), dass die Gesamtverstärkung der Schaltung nur durch das Verhältnis der Widerstände im Spannungsteiler bestimmt wird, die Parameter des OPV spielen keine Rolle.

Für den **invertierenden Verstärker** in Abb. 2(b) bilanziert man die Ströme am invertierenden Eingang des OPV. Im ausgeregelten Fall muss wieder $U_+ = U_-$ gelten. Da der nichtinvertierende Eingang hier auf Masse liegt, muss dies auch für den invertierenden Eingang gelten. Weil dieser durch den OPV künstlich auf Masse gehalten wird, bezeichnet man diesen Punkt auch als virtuelle Masse. Alle Ströme am Summierungspunkt (\star in Abb. 2(b)) folgen der Knotenregel: die Summe der einfließenden ist gleich der Summe der ausfließenden Ströme. Der OPV hat einen sehr hohen Eingangswiderstand, so dass kein Strom in den invertierenden Eingang hineinfließt. Deshalb müssen die beiden Ströme I_1 und I_2 zusammen Null ergeben. Die beiden Ströme berechnen sich wie folgt:

$$I_1 = \frac{U_a}{R_1} \quad , \quad I_2 = \frac{U_e}{R_2} \quad , \quad I_1 + I_2 = 0 \tag{4}$$

Somit ergibt sich für die Spannungsverstärkung $V = U_a/U_e$:

$$\text{invertierender Verstärker:} \quad V = -\frac{R_1}{R_2} \quad (5)$$

Auch hier wird die Verstärkung wieder lediglich durch das Verhältnis der Widerstände festgelegt. Zusätzlich ergibt sich durch das negative Vorzeichen eine Phasenverschiebung von π bzw. 180° zwischen dem Eingangs- und dem Ausgangssignal.

▲ In (3) und (5) ist die jeweilige Spannungsverstärkung V des beschalteten OPV nicht mit der (Leerlauf-)Spannungsverstärkung V_0 des unbeschalteten OPV in (1) zu verwechseln!

Der Vorteil des OPV ist, dass die Schaltungsfunktion nur durch die externe Beschaltung festgelegt wird. Es lassen sich zahlreiche Schaltungsverknüpfungen realisieren, bis hin zu analogen Rechenoperationen wie Differentiation und Integration.

2.2 Schwingkreis

Schaltet man eine Induktivität L und eine Kapazität C parallel, so erhält man einen Parallelschwingkreis. Energie kann zwischen der Kapazität und der Induktivität periodisch ausgetauscht werden. Ein vollständig aufgeladener Kondensator baut seine elektrische Feldenergie im Fall eines geschlossenen Stromkreises ab. Durch den fließenden Strom baut sich in der Spule ein Magnetfeld auf. Nach vollständigem Entladen des Kondensators befindet sich die gesamte Energie des Systems im magnetischen Feld der Spule. Beim erneuten Abbau des Magnetfelds entsteht ein Strom, der dem ursprünglichen Strom entgegengesetzt ist (Induktionsgesetz, Lenzsche Regel). Das elektrische Feld im Kondensator baut sich erneut auf und der Prozess kann von Neuem beginnen. Findet der gesamte Prozess verlustfrei statt (kein ohmscher Widerstand), so bleibt die Amplitude der Schwingung konstant.

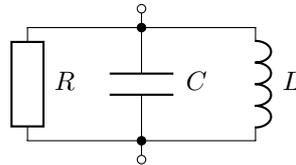


Abbildung 3: Parallelschwingkreis bestehend aus Kapazität C , Induktivität L und ohmschem Widerstand R .

Abbildung 3 zeigt einen Parallelschwingkreis bestehend aus einer Spule mit der Induktivität L , einem Kondensator der Kapazität C sowie einem ohmschen Widerstand R , der alle Verluste (Leitungsverluste, Verluste im Kernmaterial) repräsentiert. Der Schwingkreis besitzt eine ausgezeichnete Frequenz, bei der sich die Blindkomponenten der Spule und des Kondensators kompensieren. Man nennt diese Frequenz Resonanzfrequenz f_0 des Systems. Für sie gilt:

$$i\omega_0 C + \frac{1}{i\omega_0 L} = i \left(\omega_0 C - \frac{1}{\omega_0 L} \right) = 0 \quad (6)$$

$$\Rightarrow \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \Leftrightarrow \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (7)$$

▲ Bei realen Bauelementen müssen L_p und C_p für den Parallelschwingkreis verwendet werden! Im Resonanzfall ist die Impedanz des Parallelschwingkreises maximal. 🤔 Warum?

Speist man den Parallelschwingkreis über einen Vorwiderstand, so bildet sich ein frequenzabhängiger Spannungsteiler aus (siehe Abb. 4). Die Spannung über dem Parallelschwingkreis ändert sich je nach Frequenz. Im Resonanzfall wird sie am größten, da die Impedanz des Schwingkreises in diesem Fall am größten wird. Man kann den Verlauf mithilfe der 🤔 Spannungsteilerregel berechnen:

$$U_a = U_e \cdot \frac{Z_C \parallel Z_L}{R + Z_C \parallel Z_L} \quad (8)$$

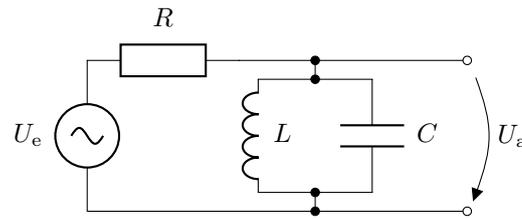


Abbildung 4: LC-Parallelschwingkreis als Bestandteil eines Spannungsteilers.

Nach einigen Umformungen erhält man für den Spannungsverlauf am Ausgang:

$$U_a = U_e \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{RC}{L}\right)^2 \cdot \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \cdot \exp\left\{-i \arctan\left[\left(\frac{RC}{L}\right) \cdot \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right]\right\} \quad (9)$$

Die entsprechenden Verläufe für Amplitude und Phase sind in Abb. 5 geplottet.

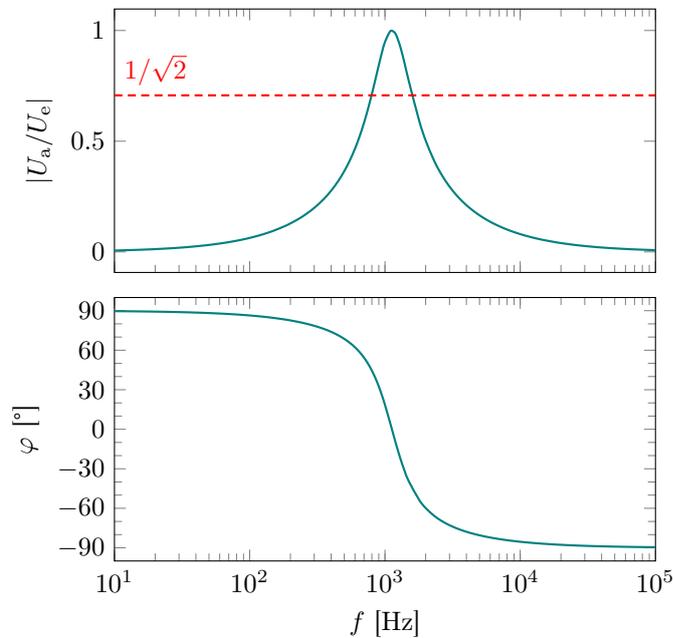


Abbildung 5: Amplitudengang (oben) und Phasengang (unten) der in Abb. 4 gezeigten Schaltung für $R = 1 \text{ k}\Omega$, $C = 200 \text{ nF}$, $L = 100 \text{ mH}$, siehe Gleichung (9). $|U_a|$ ist für den Fall der Resonanz maximal. Signale mit (oder nahe) der Resonanzfrequenz werden vom Spannungsteiler gut durchgelassen, während Signale mit anderen Frequenzen stark bedämpft werden. Die Schaltung 4 ist ein Filter, der nur Signalkomponenten in einem schmalen Frequenzband passieren lässt \Rightarrow Bandpass.

Die Güte des Schwingkreises (= „Schärfe der Resonanz“) ist definiert als:

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{\sqrt{\frac{1}{LC}}}{\frac{1}{RC}} = R \cdot \sqrt{\frac{C}{L}} \quad (10)$$

Δf stellt die Bandbreite des Systems dar (Frequenzabstand der Punkte, bei denen die Amplitude auf $1/\sqrt{2}$ des Maximalwerts abgefallen ist). f_0 ist die Resonanzfrequenz des Schwingkreises.

2.3 Meißner-Schaltung

Ein Schwingkreis hat stets verlustbehaftete Komponenten – beispielsweise Leitungswiderstände der Spule, dielektrische Verluste im Dielektrikum des Kondensators oder Streuverluste in der Spule. Dadurch kommt eine einmal gestartete Schwingung schnell zum Erliegen. Vielfach ist es jedoch wünschenswert, einer Schaltung eine dauerhafte Schwingung entnehmen zu können, beispielsweise als Frequenzgenerator oder Zeitnormal. Ähnlich wie bei einer Schaukel muss man dem Schwingkreis zum richtigen Zeitpunkt Energie zuführen, so dass die Schwingung erhalten bleibt. Man kann diese Energie mithilfe eines Verstärkers zuführen (siehe Abb. 6). Um eine stabile Ausgangsspannung zu erhalten, muss das rückgeführte Signal dafür sorgen, dass

- mindestens die verlorengangene Energie wieder zugeführt wird,
- die Energie phasenrichtig (Vielfache von 2π) zugeführt wird.

Diese *beiden* Bedingungen lassen sich im Komplexen durch $\underline{k} \cdot \underline{V} = 1$ (die Barkhausensche Anschwingbedingung) auf elegante Weise ausdrücken.

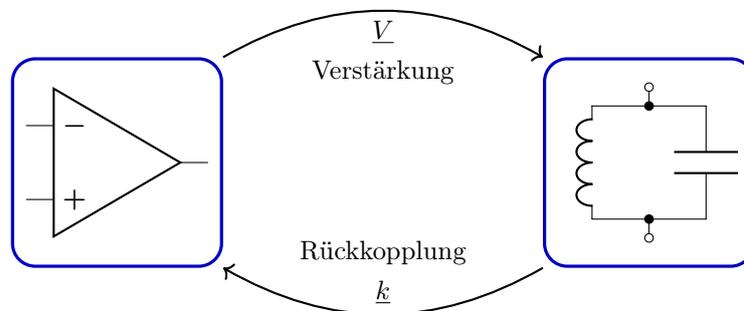


Abbildung 6: Erzeugung einer Schwingung mithilfe eines mitgekoppelten Verstärkers.

Um mithilfe eines Schwingkreises und eines Verstärkers eine stabile Schwingung erzeugen zu können, muss man einen Teil der Schwingkreisenergie auskoppeln und phasenrichtig auf den Verstärker zurückführen. Ein mögliches Beispiel ist hierbei die sogenannte Meißner-Schaltung, die in Abb. 9 dargestellt ist. Der Schwingkreis wird mithilfe einer Sekundärspule angezapft (Transformatorprinzip). Die in der Sekundärspule induzierte Spannung ist proportional zur Spannung des Schwingkreises. Man führt diese nun direkt auf den invertierenden Eingang des Verstärkers zurück. Wählt man die richtige Polarität der Sekundärspule, so ist das rückgeführte Signal um 180° gegenüber dem Schwingkreis phasenverschoben. Der invertierende Verstärker fügt nochmals 180° hinzu und sorgt so für die notwendige Phasenbedingung. Mithilfe einer variablen Verstärkungseinstellung kann man nun soviel Signal rückkoppeln, dass die Verluste im Schwingkreis kompensiert werden \Rightarrow eine stabile Schwingung wird erzeugt.

3 Versuchsdurchführung

- Bauen Sie eine invertierende Verstärkerschaltung nach Abb. 7 auf und messen Sie deren Verstärkung $|V| = |U_a/U_e|$. Legen Sie hierzu eine sinusförmige Wechselspannung (Amplitude: 100 mV, Frequenz: 1000 Hz) an den Eingang und bestimmen Sie die Ausgangsamplitude. Beobachten Sie Eingangs- und Ausgangsspannung mittels Oszilloskop im Zweikanalbetrieb. Falls Signalverzerrungen am Ausgang auftauchen, müssen Sie die Eingangsamplitude verringern. In welchem Bereich (V_{\min} , V_{\max}) lässt sich die Verstärkung der Schaltung einstellen? Vergleichen Sie mit den theoretischen Vorhersagen, siehe Gleichung (5). Welche Phasenlage besteht zwischen Eingangs- und Ausgangssignal?

⚠ Belassen Sie den invertierenden Verstärker nach Abschluss des Versuchsteils im zusammengebauten Zustand. Sie werden genau diese Baugruppe für Aufgabe 3 wieder benötigen.

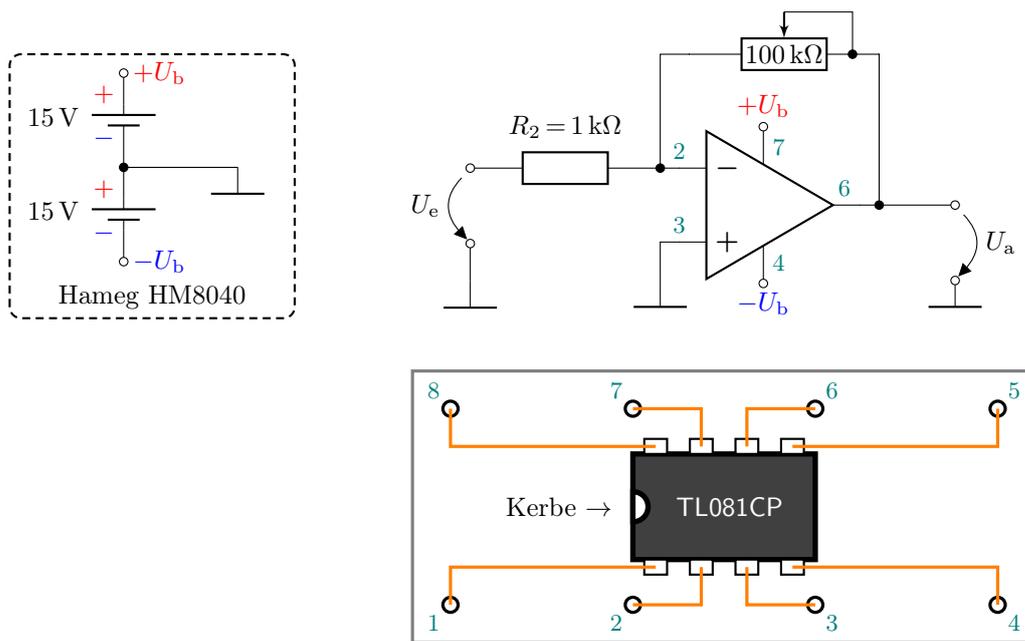


Abbildung 7: Invertierende Verstärkerschaltung mit symmetrischer Betriebsspannung von $\pm 15\text{ V}$, die Sie der Hameg DC-Spannungsversorgung entnehmen. In der Gegenkopplung wird ein variabler $100\text{ k}\Omega$ Widerstand benutzt. Die Ziffern am OPV-Schaltzeichen sind auch auf dem Sockel aufgedruckt. Achten Sie auf die Kerbe.

2. Bauen Sie die Schaltung nach Abb. 8 zur Aufnahme der Amplitudenübertragungsfunktion eines Parallelschwingkreises auf. Benutzen Sie zum Aufzeichnen der Amplitudenübertragungsfunktion den bereitstehenden Computermessplatz im Praktikum.

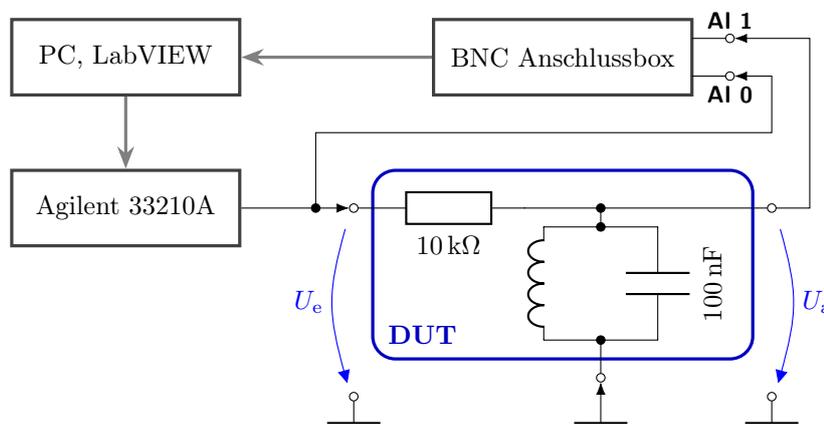


Abbildung 8: Schaltung zur Aufnahme der Amplituden- und Phasenübertragungsfunktion des Schwingkreises mithilfe des Computermessplatzes. **DUT** = Device Under Test.

- ⚠ Benutzen Sie als Induktivität eine Spule des bereitgestellten Transformators, auch wenn in Abb. 8 aus Gründen der Übersichtlichkeit die zweite Spule nicht dargestellt ist.
- ⚠ Eine Anleitung zur Software sowie Hinweise zum Aufbau der Schaltung finden Sie am Messplatz.
- ⚠ Bestimmen Sie aus der aufgenommenen Kurve die Resonanzfrequenz f_0 sowie die Güte Q Ihres Schwingkreises.
- ⚠ **Belassen Sie den Schwingkreis nach Abschluss des Versuchsteils im zusammengebauten Zustand. Sie werden genau diese Baugruppe für Aufgabe 3 wieder benötigen.**

3. Bauen Sie die Meißner-Schaltung nach Abb. 9 auf.

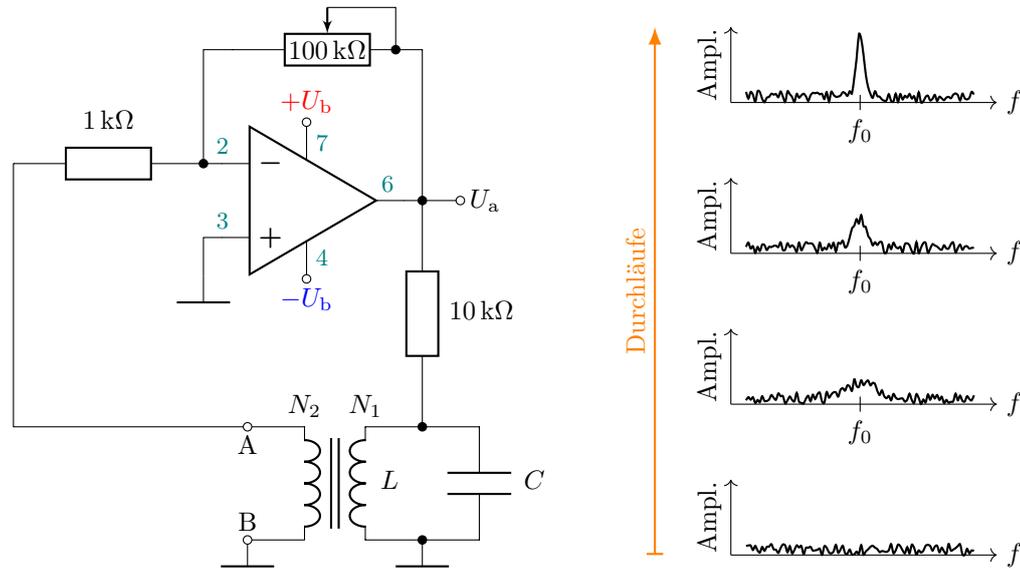


Abbildung 9: (Links) Aufbau der Meißner-Schaltung. Verwenden Sie den in Aufgabe 2 untersuchten Schwingkreis bestehend aus dem Transformator sowie dem Kondensator von $C = 100 \text{ nF}$. (Rechts) Entstehung der Schwingung durch die Rückkopplungsschleife (schematisch). Wegen des immer vorhandenen Rauschuntergrunds gibt es unkorrelierte Signalamplituden über einen sehr weiten Frequenzbereich („weißes Rauschen“). Frequenzen in der Umgebung der Resonanzfrequenz des Schwingkreises werden weniger stark bedämpft. Bei hinreichend hoher Verstärkung entsteht nach einigen Durchläufen durch die Schleife ein Signal, da beim Anschwingen die Verstärkung durch die OPV-Schaltung größer gewählt wird, als zur Kompensation der Verluste notwendig wäre.

- Verändern Sie die Verstärkung so lange, bis eine stabile Schwingung am Ausgang U_a des OPV vorliegt (Kontrolle durch Oszilloskop). Sollte dies nicht möglich sein, müssen Sie die Verstärkung der Schaltung weiter erhöhen. Besprechen Sie dazu eine mögliche Schaltungsänderung mit Ihrem Betreuer. Bestimmen Sie die notwendige Verstärkung für das Einsetzen einer stabilen Schwingung.
- Tauschen Sie nun die Anschlüsse A & B der Auskoppelspule N_2 am Übertrager. Beschreiben Sie Ihre Beobachtung.
- Messen Sie die Frequenz des Oszillators und vergleichen Sie mit den theoretischen Werten (Ausmessen der Bauteilwerte). Vergleichen Sie die erhaltenen Werte mit der Amplitudenübertragungsfunktion \hat{H} siehe Aufgabe 2.
- Beobachten Sie die Frequenz des Oszillators über einen Zeitraum von 2 Minuten und geben Sie die Schwankungsbreite der Frequenz des Ausgangssignals an.
- Schließen Sie einen Kopfhörer an den Ausgang des Operationsverstärkers an. Verändern Sie die Kapazität des Schwingkreises unter Zuhilfenahme eines variablen Kondensators. Beschreiben Sie den Höreindruck und messen Sie die zugehörigen Frequenzen.