

# 330 - Oszilloskop

Das Oszilloskop ist ein unentbehrliches Messgerät in der Elektronik und in weiten Bereichen der Wissenschaft sowie eine grundlegende Komponente vieler moderner Messgeräte. Mit seiner Hilfe kann der zeitliche Verlauf elektrischer Signale dargestellt werden, und man kann darüber hinaus auch beliebige andere Vorgänge, welche sich in elektrische Signale umwandeln lassen, verfolgen. Heutzutage werden oftmals rein digitale Oszilloskope oder kombinierte Geräte (digital und analoge Anzeigemöglichkeit, so genannte Combiscope) verwendet. Für ein grundlegendes Verständnis wird in diesem Versuch aber ein rein analoges Gerät – ein Elektronenstrahloszilloskop – verwendet.

## 1. Aufgaben

- 1.1 Stellen Sie eine sinusförmige Wechselspannung dar und zeichnen Sie die Kurve ab (Achsenbeschriftung!). Messen Sie Amplitude und Periodendauer und berechnen Sie daraus Effektivwert und Frequenz!
- 1.2 Messen Sie die Phasenverschiebung an einem  $RC$ -Tiefpass! Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem Theoriewert!
- 1.3 Messen Sie für verschiedene Frequenzen die Amplituden ( $U_R$ ,  $U_C$ ) an Hoch- und Tiefpass! Stellen Sie  $U_R(f)$  und  $U_C(f)$  grafisch dar!
- 1.4 Erzeugen und skizzieren Sie verschiedene Lissajous-Figuren!

## 2. Grundlagen

### Stichworte:

Oszilloskop, Elektronenstrahlröhre, Wechselspannung, harmonische Schwingung, Ohmsches Gesetz, Spannungsteiler, Tiefpass, Hochpass, Lissajous-Figur

### 2.1 Aufbau und Wirkungsweise

Der wichtigste Bestandteil des (analogen) Oszilloskops ist die so genannte Braunsche Röhre, in der Elektronen aus einer geheizten Katode austreten, durch eine hohe Spannung beschleunigt und auf einem Leuchtschirm sichtbar gemacht werden. In der Röhre sind verschiedene Elektroden angebracht, an die eine Spannung angelegt werden kann. Dadurch erfolgt eine Ablenkung des Elektronenstrahls. Da der Strahl nahezu trägheitslos auf Änderungen der angelegten Spannung reagiert, liegt die Stärke des Oszilloskops im Vergleich zu anderen Messinstrumenten vor allem in der Darstellung schnellveränderlicher oder periodischer Signale. Es ergeben sich dabei grundsätzlich zwei Messmöglichkeiten:

- Unter Verwendung des im Oszilloskop vorhandenen Sägezahn-Generators für die  $X$ -Ablenkung kann der zeitliche Verlauf einer am  $Y$ -Eingang anliegenden Spannung sichtbar gemacht werden.

- Beim gleichzeitigen Anlegen zweier Spannungen kann das Zusammenspiel (Überlagerung, z.B. Lissajous-Figuren) beider Signale beobachtet werden.

Abhängig vom Gerät und konkreten Messaufgaben sind mehrere Variationsmöglichkeiten gegeben, z.B. die gleichzeitige Darstellung des Zeitverlaufs zweier Signale (zwei Y-Eingänge: CH 1 und CH 2) oder die Zeitablenkung mit Hilfe eines äußeren Signals (X-Eingang, externe Triggerung).

Detaillierte Hinweise zu den Einstellungen des Oszilloskops finden Sie im Anhang 1 dieser Versuchsanleitung.

## 2.2 Darstellung einer Wechselspannung

Die einem Generator entnommene Wechselspannung wird an den Y-Eingang gelegt. Durch geeignete Wahl der Y-Verstärkung und des Zeitmaßstabs der X-Ablenkung kann ein stehendes Bild des Signals (eine oder einige wenige Perioden) erzeugt werden.

Allgemein wird eine harmonische (reine) Schwingung durch folgende Gleichung beschrieben:

$$U = U_0 \cdot \sin(2\pi f \cdot t + \varphi) \quad (1),$$

wobei  $U$  ... der Spannungswert zur Zeit  $t$ ,  $U_0$  ... die Amplitude,  $f$  ... die Frequenz,  $t$  ... die Zeit und  $\varphi$  ... ein Phasenwinkel ist, der eine Verschiebung des Sinussignals auf der X-Achse (gegenüber einem Zeitpunkt  $t = 0$ ) bedeutet.

Aus der Darstellung einer Sinusschwingung (Bild 1: Beispiel mit  $f = 1$  kHz und  $\varphi = 0$ ) können unmittelbar die Periodendauer  $T$  und damit die Frequenz  $f = 1/T$  sowie die Amplitude  $U_0$  abgelesen werden.

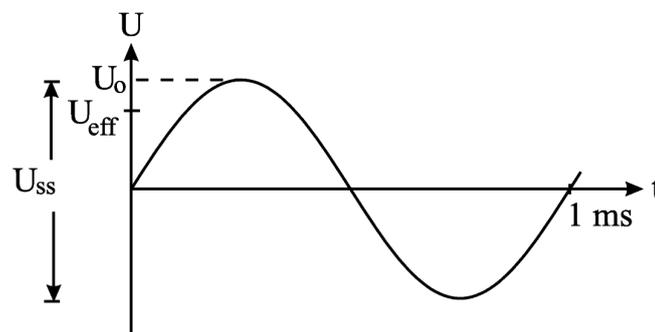


Bild 1: Sinusschwingung mit Periodendauer  $T = 1$  ms.  $U_{ss}$  ist der (Amplituden-)Spitze-Spitze-Spannungswert ( $= 2 \cdot U_0$ ) und  $U_{eff}$  charakterisiert die Effektivspannung.

Die mit einem Voltmeter messbare Effektivspannung  $U_{eff}$  ist kleiner als die Spitzenspannung  $U_0$ . Die Effektivspannung berechnet sich aus der, über die Schwingungsperiode gemittelten, Leistung (vgl. Anhang 2). Es gilt:

$$U_{\text{eff}} = \frac{U_o}{\sqrt{2}} = \frac{U_{\text{ss}}}{2\sqrt{2}} \quad (2).$$

### 2.3 RC - Tiefpass

Ein Tiefpass ist eine elektronische Schaltung, die ein angelegtes Wechselspannungssignal in Abhängigkeit von dessen Frequenzen so beeinflusst, dass niedrige Frequenzen die Schaltung mit geringer Amplitudendämpfung und Phasendrehung passieren. Dagegen werden hochfrequente Eingangssignale beim Durchlaufen der Schaltung bezüglich ihrer Amplitude stark geschwächt. Gleichzeitig entsteht dabei eine Phasendifferenz zwischen dem (geschwächten) Ausgangssignal  $U_C$  und dem Eingangssignal  $U_E$ . Eine einfache Spannungsteilerschaltung (vgl. Anhang 3) aus einem Widerstand  $R$  und einer Kapazität  $C$  besitzt eine solche Eigenschaft und wird als  $RC$ -Tiefpass bezeichnet (Bild 2). Die Generatorspannung  $U_E$  liegt über der Reihenschaltung von  $R$  und  $C$  an. Die Ausgangsspannung  $U_C$  wird am Kondensator abgegriffen und auf den  $Y$ -Eingang CH 1 des Oszilloskops gelegt. An den zweiten  $Y$ -Eingang CH 2 legt man die Generatorspannung  $U_E$  zum Vergleich.

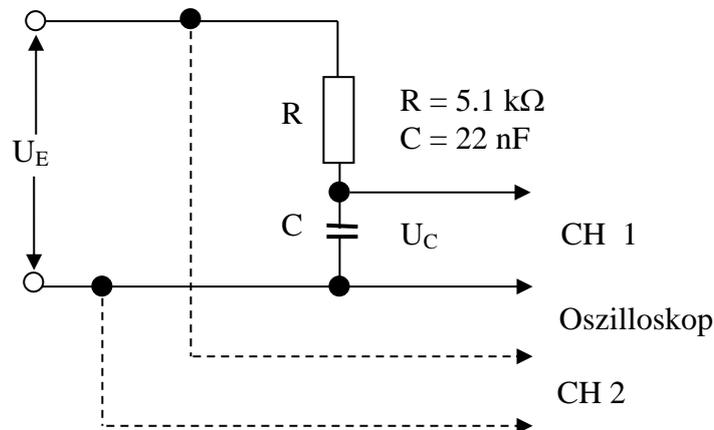


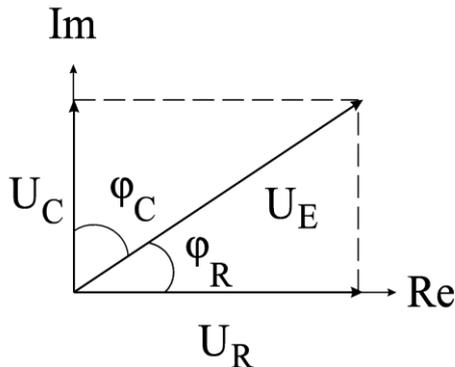
Bild 2: Schaltung zur Bestimmung der Phasenverschiebung eines  $RC$ -Tiefpasses.

### 2.4 Amplitude und Phase an Hoch- und Tiefpass

Die Tiefpasseigenschaften der Spannungsteilerschaltung (Bild 2) entstehen dadurch, dass sich der Blindwiderstand des Kondensators (Betrag:  $1/\omega C$ ) mit der Frequenz ändert (nimmt mit steigender Frequenz ab) während die Größe des ohmschen Widerstandes  $R$  unverändert bleibt. Dadurch ändert sich das Spannungsteilverhältnis. Bei tiefen Frequenzen ( $1/\omega C > R$ ) fällt der Hauptteil der Eingangsspannung an  $C$  (großer Widerstand) ab, während die Spannung am (kleinen) Widerstand  $R$  nur gering ist, bei hohen Frequenzen  $1/\omega C < R$  ist es umgekehrt. Schickt man also ein Frequenzgemisch, z.B. Musik, als Eingangsspannung auf die  $RC$ -Kombination und greift sich die Spannung über  $C$  zur weiteren Verstärkung heraus, so werden am Ende hauptsächlich die tiefen Töne zu hören sein (Tiefpass). Wird das Signal an  $R$  abgegriffen, so passiert genau das Gegenteil (Hochpass). Man hat damit eine einfache Form der Klangregelung realisiert.

Da der Widerstand des Kondensators eigentlich ein „Blindwiderstand“ ist ( $1/\omega C$ ) müssen die zugehörigen Rechnungen mit komplexen Zahlen erfolgen. Prinzipiell lassen sich die Verhältnisse am Spannungsteiler aber bereits grafisch durch vektorielle Addition in der komplexen

Zahlenebene veranschaulichen (Bild 3). Hier ist  $U_E$  die Eingangsspannung,  $U_R$  die Spannung am Widerstand (auf der reellen Achse) und  $U_C$  die Spannung am Kondensator (auf der imaginären Achse). Die Beträge (Amplituden) addieren sich wie im rechtwinkligen Dreieck:



$$U_E^2 = U_R^2 + U_C^2$$

Die Phasendifferenzen zwischen Eingang und Widerstand ( $\varphi_R$ ) sowie Eingang und Kondensator ( $\varphi_C$ ) errechnen sich nach:

$$\varphi_R = \arctan (U_C/U_R) = \arctan (1/\omega CR)$$

$$\varphi_C = \arctan (U_R/U_C) = \arctan (-\omega CR).$$

Bild: 3 Zeigerdiagramm.

## 2.5 Lissajous-Figuren

Lissajous-Figuren entstehen, wenn zwei sinusförmige Wechselspannungen an die senkrecht zueinander stehende Ablenkplatten angelegt werden. Es gilt:

$$\begin{aligned} U_x(t) &= A \cdot \sin(\omega_1 \cdot t) \\ U_y(t) &= B \cdot \sin(\omega_2 \cdot t + \varphi) \end{aligned} \quad (3).$$

Der Leuchtfleck beschreibt unter dem Einfluss der beiden Wechselspannungen verschlungene Kurvenbilder, die sogenannten Lissajous-Figuren. Diese Figuren sind also das Ergebnis der Überlagerung zweier senkrecht zueinander stehenden Schwingungen. Im einfachsten Fall (beide Wechselspannungen haben die gleiche Frequenz) entsteht dabei eine Ellipse bzw. bei geeigneter Phasendifferenz ein Kreis oder eine schrägliegende Gerade. Ist das Frequenzverhältnis der beiden Wechselspannungen ganzzahlig, so sieht man auf dem Bildschirm charakteristische geschlossene Figuren (vgl. Anhang 4).

## 3. Versuchsdurchführung

### 3.1 (zu 1.1)

Die Frequenz der Wechselspannung soll in der Größenordnung von 1 kHz liegen (siehe Anhang 5, Frequenzgeneratoren). Nach dem Erzeugen eines geeigneten Bildes auf dem Oszilloskop wird dieses auf Millimeterpapier übertragen. Die Achseneinteilungen ergeben sich aus den eingestellten Werten für Zeitmaßstab und Y-Verstärkung! Die Berechnung des Effektivwertes  $U_{\text{eff}}$  aus der abgelesenen Amplitude  $U_o$  erfolgt mit Gl.(2). Vergleichen Sie  $U_{\text{eff}}$  mit der Anzeige des Generators bzw. der eines Voltmeters. Vergleichen Sie den Kehrwert der Periodendauer mit der eingestellten Frequenz!

## 3.2 (zu 1.2)

Bauen Sie die Schaltung nach Bild 2 auf, und schalten Sie auf „DUAL“, damit so die beiden Signale (CH1, CH2) gleichzeitig sichtbar werden (triggern mit  $U_E$ ; Null-Linie mit Taste GND korrigieren).

Die Frequenz  $f$  soll im Bereich 1 bis 2 kHz liegen. Die theoretisch zu erwartende Phasenverschiebung kann mit Gl.(4) berechnet werden:

$$\varphi = \arctan(2\pi \cdot f \cdot R \cdot C) \quad (4).$$

Es wird die Zeitdifferenz  $t$  zwischen den Nulldurchgängen von  $U_E$  und  $U_C$  gemessen und mit der Dauer einer vollen Periode  $T$  verglichen. Man erhält die Phasendifferenz  $\varphi$ :

$$\frac{t}{T} = \frac{\varphi}{360^\circ} \quad \varphi = \frac{t}{T} \cdot 360^\circ \quad (5).$$

Hinweis: Um die maximal mögliche Messgenauigkeit zu erreichen, ist es sinnvoll,  $T$  und  $t$  in unterschiedlichen Zeitbereichen zu messen, d.h. im Protokoll wird notiert:

$$\begin{aligned} T &= \dots \pm \dots (\text{in cm}) \quad \text{im Messbereich (MB)} \quad \dots \text{ ms/cm} \\ t &= \dots \pm \dots (\text{in cm}) \quad \text{im Messbereich (MB)} \quad \dots \text{ ms/cm}. \end{aligned}$$

Danach werden die Messwerte in Millisekunden (ms) umgerechnet!

Vergleichen Sie Ihre Messung mit der Theorie. Prüfen Sie dazu nach, ob der aus Gl.(4) berechnete Wert im Fehlerintervall ( $\varphi \pm \Delta\varphi$ ) Ihres Ergebnisses liegt!

Physikstudenten bestimmen zusätzlich die Phasenverschiebung mit Hilfe der Lissajous-Figuren (siehe Anhang 4).

## 3.3 (zu 1.3)

Messen Sie für verschiedene Frequenzen (0,5; 1; 2; 5 und 10 kHz) jeweils die Amplituden  $U_E$  (sinnvollerweise konstant lassen) sowie  $U_C$  (Tiefpass) und  $U_R$  (Hochpass). Zum Aufbau eines Hochpasses genügt es, in der Schaltung nach Bild 2 einfach  $R$  und  $C$  zu vertauschen. Stellen Sie  $U_C(f)$  und  $U_R(f)$  in einem Diagramm grafisch dar, und diskutieren Sie das Ergebnis! Physikstudenten können in Absprache mit dem Assistenten zusätzlich den Phasengang  $\varphi_C(f)$  und  $\varphi_R(f)$  aufnehmen.

## 3.4 (zu 1.4)

Für diese Messung wird das Oszilloskop auf den *X-Y-Betrieb* umgeschaltet. Die beiden Signale werden an die Eingänge CH 1 und CH 2 angelegt. Stellen Sie drei typische Lissajous-Figuren ein (z.B. im Frequenzverhältnis 1:1, 1:2, 3:4) und fertigen Sie dazu jeweils eine Skizze an!

## Anhang

### Anhang 1: Beschreibung des Elektronenstrahloszilloskopes „HM 400“

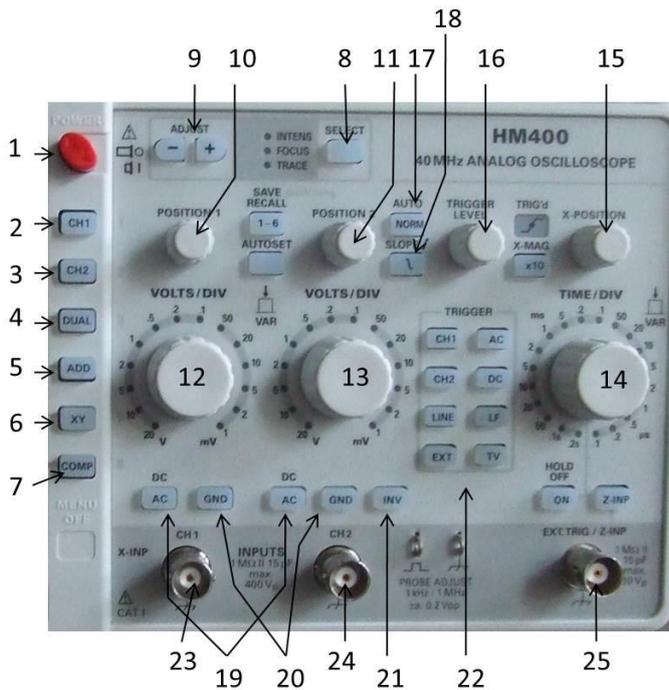
Das im Praktikumsversuch eingesetzte Oszilloskop HM 400 (HAMEG) ist ein universell einsetzbares Zweistrahloszilloskop. Bild 4 zeigt die auf der Frontplatte befindlichen Bedienelemente. In den folgenden Darlegungen werden insbesondere diejenigen Bedienelemente eingehender beschrieben, die für die Versuchsdurchführung von Bedeutung sind. In der Mitte oben befindet sich der Netzschalter [1] (Power, rote Taste). Die Buchse [23] (CH 1, Input-Kanal 1, Eingang) ist die Eingangsbuchse für die zu messende Signalspannung, die über einen Verstärker an die Y-Ablenkplatten geführt wird und somit eine Auslenkung in vertikaler Richtung erfährt. Die zur Messung erforderliche Y-Verstärkung wird mit dem Drehschalter [12] (VOLTS/DIV  $\hat{=}$  1 Volt/cm) eingestellt. Die Tasten „GND“ und „AC“ [19, 20] werden nicht gedrückt. Der gewünschte Zeitmaßstab der Strahlablenkung in X-Richtung wird mit dem Drehschalter [14] (TIME/DIV  $\hat{=}$  Zeit/cm) eingestellt. Eine zweite Signalspannung kann an die Buchse [24] (CH 2, INPUT-Kanal 2, Eingang) angeschlossen werden. Das Umschalten zwischen CH 1 und CH 2 erfolgt mit den Tasten [2] bis [4]: Taste [2] = Anzeige nur des Signals CH 1, Taste [3] = nur CH 2, Taste [4] = beide Signale CH 1 und CH 2.

Die Aufzeichnung eines Signals ist nur dann möglich, wenn die Zeitablenkung ausgelöst (getriggert) wird. Damit sich ein stehendes Bild ergibt, muss die Auslösung synchron mit dem Messsignal erfolgen. Dies ist möglich durch das Messsignal selbst oder durch eine extern zugeführte, aber ebenfalls synchrone Signalspannung – die s.g. Triggerspannung. Diese muss eine gewisse Mindestamplitude haben, damit die Triggerung überhaupt einsetzt. Diesen Wert nennt man Triggerschwelle. Wird die Triggerspannung intern dem Messsignal entnommen, kann als Triggerschwelle die vertikale Bildschirmhöhe in mm angegeben werden bei der die Triggerung gerade einsetzt. Die interne Triggerschwelle beträgt  $\geq 5$  mm. Dies bedeutet, dass bei einer Bildhöhe ab 5 mm die Triggerung einsetzt. Beim Einsetzen der Triggerung leuchtet das Leuchtfeld „TRIG'd“ auf und das Signalbild steht stabil auf dem Bildschirm. Für die Versuchsdurchführung wird die automatische Triggerung verwendet. Die automatische Triggerung ist eingeschaltet, wenn die Taste [17] (NORM) nicht gedrückt ist. Die Zeitablenkung wird dann periodisch ausgelöst, auch ohne angelegte Signalspannung oder externe Triggerspannung. Ohne Signalspannung sieht man nur eine Zeitlinie. Bei anliegender Signalspannung beschränkt sich die Bedienung auf die richtige Amplituden- und Zeitbasiseinstellung bei immer sichtbarem Elektronenstrahl.

Die Helligkeitseinstellung des Elektronenstrahls kann folgenderweise verändert werden: die Taste [8] (SELECT), so oft drücken, bis die entsprechende Leuchtdiode bei (INTENS) leuchtet. Mit Hilfe der (ADJUST)-Tasten [+] oder [-] lässt sich nun durch mehrmaliges Drücken die gewünschte Helligkeit ([+] entspricht mehr Helligkeit, [-] weniger) einstellen. Die Schärfereinstellung erfolgt in analoger Weise bei der (SELECT)-Einstellung (FOCUS). Eine Verschiebung des Elektronenstrahls in horizontaler Richtung kann mit dem Drehknopf [15] (X-POSITION) und in vertikaler Richtung mit den Drehknöpfen [10] (POSITION 1) und [11] (POSITION 2) erreicht werden.

Zur Darstellung von Lissajous-Figuren wird das Oszilloskop durch Drücken der Taste [6] (XY) auf X-Y-Betrieb umgeschaltet. Damit wird das Signal von CH 1 an die X-Ablenkplatten gelegt (horizontale Auslenkung). Das Signal von CH 2 geht an Y (vertikale Auslenkung). Alle in diesen Darlegungen nicht erwähnten Tastenschalter werden für die Versuchsdurchführung nicht benötigt und verbleiben in ungedrückter Stellung.

Die Massepunkte des Oszilloskops sind leitend mit dem Gehäuse, d.h. auch mit dem Schutzkontakt, verbunden. Deshalb müssen bei der Verwendung mehrerer Signalspannungen die Massen der Signalspannungen auf gleichem Potential liegen, um Verzerrungen und Kurzschlüsse zu vermeiden. Um das Oszilloskop mit anderen Geräten oder Schaltungen störungsfrei zu verbinden, werden so genannte BNC-Steckverbindungen (*Bayonet Neill Concelman*) benutzt, benannt nach den Entwicklern Paul Neill und Carl Concelmann (1940). BNC-Kabel sind Koaxialkabel mit konzentrischem Aufbau. Ein Innenleiter wird in konzentrischen Abstand von einem hohlzylindrischen Außenleiter umgeben. Dazwischen befindet sich ein Isolator oder ein Dielektrikum. Dieser Leitungsaufbau bewirkt eine Abschirmung gegenüber (hoch-)frequenten (Stör-)Signalen. Bitte beachten: Das BNC-Oszilloskop-Adapterkabel besitzt einen messspannungsführenden Bananenstecker (rot oder dick) und einen „an Masse“ angeschlossenen Stecker (schwarz oder dünn).



- 1 Power
- 2/3 Darstellung des Signals an Kanal 1 (CH1) bzw. 2 (CH2)
- 4 Darstellung beider Signale CH1 und GH2
- 5 Addition beider Signale (CH1 + CH2)
- 6 XY-Darstellung: CH1 auf der x-Achse; CH2 auf y
- 7 Component-Tester
- 8 Auswahl mit LED für  
Intensität = Helligkeit des Bildschirms,  
Fokus = Bildschärfe,  
TRACE = Strahldrehung
- 9 Veränderung von „8“ (mehr = „+“ oder weniger = „-“)
- 10/11 Verschiebung der Cursorposition entlang der y-Achse
- 12/13 Empfindlichkeitsumschalter für das Eingangssignal
- 14 Umschalter für verschiedene Zeitbereichsdarstellungen
- 15 X-Verschiebung für Zeitachse
- 16 Triggerlevel
- 17 Umschalten zwischen autom. und Normaltriggerung
- 18 Umschalter für die Triggerung auf positive oder negative Flanke
- 19 Auswahl der Gleich- (DC) oder Wechselspannungs- (AC)-kopplung
- 20 „Nullen“ (auf Masse legen) des Signaleingangs (GND)
- 21 Invertierte Darstellung
- 22 Triggereinstellungen:  
Ext = extern, LINE = Netz als Triggerquelle;  
LF = Triggerkopplung über Niederfrequenzankopplung;  
TV = TV-Signaltriggerung für Videosignale
- 23/24 Buchse für X/Y
- 25 externer Triggereingang

Bild 4: Frontplatte des Zweistrahloszilloskops „HM 400“.

### Anhang 2: Effektivwert einer Sinusspannung

Die in einem Gleichstromkreis an einem Verbraucher umgesetzte Leistung ist  $P = U \cdot I$ . Wegen  $I = U / R$  kann man auch schreiben  $P = U^2 / R$ . Die geleistete Arbeit ergibt sich da-raus zu  $W = P \cdot t$ . Da sich bei Wechselstrom die Größen  $U$  und  $I$  ständig ändern, muss zur Bestimmung von  $W$  über die Funktion  $U(t)$  integriert werden. Die während einer Schwingungsperiode  $T$  geleistete Arbeit  $W_T$  beträgt also:

$$W_T = \int_0^T \frac{U^2(t)}{R} \cdot dt \tag{6}$$

Im Gegensatz zum Wechselstrom, wo der Maximalwert der Spannung während einer vollen Periode  $T$  nur zwei Mal erreicht wird ( $+U_o$ ,  $-U_o$ ), ist bei Gleichstrom die volle Spannung  $U$  und damit auch die Leistung  $P$  über die gesamte Zeit  $T$  verfügbar. Soll die gleiche Energie umgesetzt werden wie im Wechselstromkreis, so kann die Spannung deutlich niedriger sein als  $U_o$ . Man nennt diese Spannung den Effektivwert  $U_{\text{eff}}$ . Es gilt also (im Gleichstromkreis):

$$W_T = \frac{U_{\text{eff}}^2}{R} \cdot T \quad (7).$$

Aus beiden Ausdrücken ergibt sich:

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T U^2(t) dt} \quad (8).$$

Für den speziellen Fall einer sinusförmigen Wechselspannung erhält man aus Gl.(8):

$$U_{\text{eff}}^2 = \frac{U_o^2}{2} \quad \text{bzw.} \quad U_{\text{eff}} = \frac{U_o}{\sqrt{2}} = \frac{U_{\text{ss}}}{2\sqrt{2}} \quad (9).$$

Betrachten Sie zur Veranschaulichung dieses Sachverhaltes Bild 5. Dort sind die Sinusspannung  $U(t)$ , ihr Quadrat  $U^2(t)$  und das Quadrat des zugehörigen Effektivwertes  $U_{\text{eff}}^2$  dargestellt.

Das Integral in Gl.(6) ist der mathematische Ausdruck für die Fläche unter der Funktion  $U^2(t)$ . Wenn diese gleich der Fläche unter  $U_{\text{eff}}^2$  ist, dann ist auch die geleistete Arbeit dieselbe, d.h. der „Flächenüberschuss“ im Maximum der Wechselspannung muss durch die Fläche in der Nähe des Nulldurchgangs kompensiert werden. Das ist bei einer Sinusspannung dann der Fall, wenn  $U_{\text{eff}}^2$  genau halb so groß ist wie  $U_o^2$ , also  $U_{\text{eff}} = U_o / \sqrt{2}$  gilt (Gl. 9).

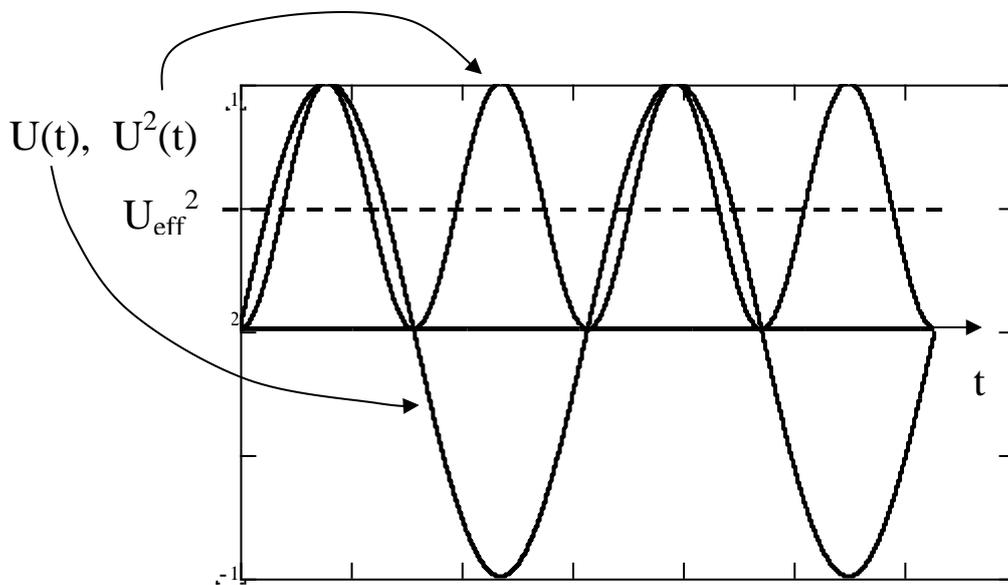


Bild 5: Vergleich von  $U^2(t)$  und  $U_{\text{eff}}^2$  bei sinusförmiger Wechselspannung.

### Anhang 3: Spannungsteiler

Legt man eine Spannung  $U$  an eine Reihenschaltung von zwei oder mehreren Widerständen (Beispiel: Lichterkette), so wird die Spannung aufgeteilt. Da der Strom  $I$  in einem Stromkreis überall gleich ist, fällt nach dem Ohmschen Gesetz  $U = R \cdot I$  an großen Widerständen eine hohe, an kleinen Widerständen eine niedrige Spannung ab. Es gilt (für zwei Widerstände, vgl. Bild 6) die Spannungsteilerregel:

$$U_1 / U_2 = R_1 / R_2 \quad \text{mit} \quad U_1 + U_2 = U_E \quad (10).$$

Im Falle unseres  $RC$ -Gliedes ist einer der beiden Widerstände frequenzabhängig. Der Widerstand des Kondensators (Kapazität  $C$ ) beträgt:  $R_C(f) = 1/(2\pi \cdot f \cdot C)$ . Dagegen besitzt der ohmsche Widerstand  $R$  unabhängig von der Frequenz immer denselben Wert.

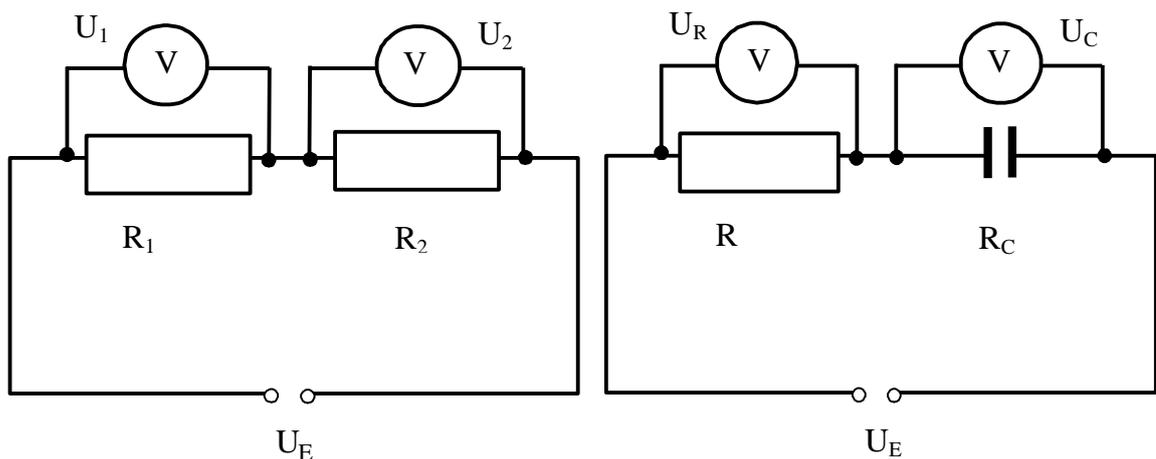


Bild 6: Spannungsteiler, links aus zwei ohmschen Widerständen, rechts aus  $R$  und  $C$ .

Für unterschiedliche Frequenzen ergeben sich also verschiedene Spannungsteilerverhältnisse  $R$  zu  $R_C$ , und die Eingangsspannung  $U_E$  wird unterschiedlich aufgeteilt:

Beispiel:

$$U_E = 10 \text{ V}$$

$$R \approx 5 \text{ k}\Omega \text{ (frequenzunabhängig)}$$

$$R_C \approx 20 \text{ k}\Omega \text{ (bei } f = 400 \text{ Hz, tiefe Frequenz, großer Widerstand des Kondensators)}$$

$$R_C \approx 2 \text{ k}\Omega \text{ (bei } f = 4 \text{ kHz, hohe Frequenz, kleiner Widerstand des Kondensators)}$$

$$\text{Daraus ergibt sich:} \quad \text{bei } 400 \text{ Hz:} \quad R_C : R \approx 20 : 5 = 4 : 1 \rightarrow U_C \approx 9.6 \text{ V}, U_R \approx 3.4 \text{ V}$$

$$\text{bei } 4 \text{ kHz:} \quad R_C : R \approx 2 : 5 = 1 : 2.5 \rightarrow U_C \approx 2.7 \text{ V}, U_R \approx 9.4 \text{ V.}$$

Wenn man beide Frequenzen mit derselben Amplitude (z.B. 10V) an das  $RC$ -Glied anlegt und die Spannung an  $C$  abgreift, so erscheint die tiefe Frequenz gegenüber der hohen gestärkt. Greift man die Spannung an  $R$  ab, ist es umgekehrt. Das erste ist ein Tiefpass, das zweite ein Hochpass.

(Da der Berechnung von  $U_C$  und  $U_R$  komplexe Rechnungen zugrundeliegen, entspricht das Spannungsverhältnis nicht genau dem der Widerstände.)

**Anhang 4: Lissajous-Figuren**

**Spezialfälle:** Bezüglich Amplitude, Frequenz und Phasenlage der beiden Wechselspannungen sind folgende Spezialfälle interessant:

- a) Die Frequenzen beider Spannungen sind gleich ( $\omega_1 = \omega_2$ ). Es entsteht eine Ellipse, deren Form und Lage vom Spannungsverhältnis und der Phasendifferenz  $\varphi$  abhängig ist. Für  $\varphi = 0$  entartet die Ellipse zu einer Geraden, für  $\varphi = \pi/2$  ergibt sich eine Ellipse in Hauptachsenlage. Für andere Phasenverschiebungen sind die Hauptachsen der Ellipse gegen die X- bzw. Y-Achse geneigt (Bild 7). Aus der Lage und der Form der Ellipse kann man deshalb Aussagen über die Phasenverschiebung gewinnen.

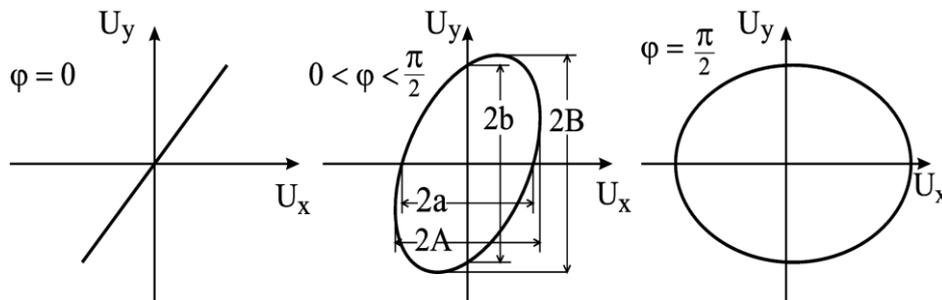


Bild 7: Lissajous-Figuren für gleiche Frequenzen  $\omega_1 = \omega_2$ .

- b) Die Frequenzen der beiden Spannungen unterscheiden sich nur wenig voneinander. Es entsteht eine Ellipse, deren Lage und Form sich ständig ändert. Man kann die Frequenzen als exakt gleich auffassen, aber mit einer sich stetig von 0 bis  $2\pi$  ändernden Phasendifferenz. Werden alle Phasenlagen zwischen 0 und  $2\pi$  in der Zeit  $T$  durchlaufen, so gilt für die Frequenzdifferenz:  $\Delta f = 1 / T$ .
- c) Ist das Frequenzverhältnis ganzzahlig, dann entstehen typische Figuren (vgl. Bild 8), deren Form allerdings wieder von der Phasendifferenz zwischen beiden Spannungen abhängt.

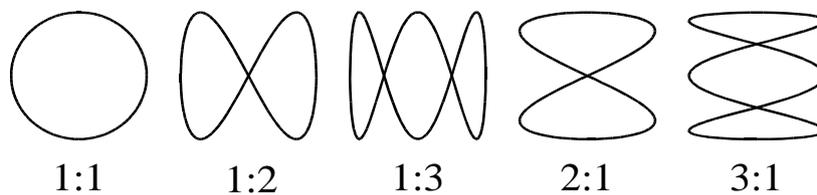


Bild 8: Lissajous-Figuren für ganzzahlige Frequenzverhältnisse.

- d) Ist das Frequenzverhältnis nicht ganzzahlig, so entstehen kompliziertere Schirmbilder, die sich ebenfalls auswerten lassen, wenn der Quotient  $\omega_1/\omega_2$  einem rationalen Bruch entspricht.

### Bestimmung der Phasenverschiebung

Das Oszilloskop wird im X-Y-Betrieb belassen. Der Bildschirm zeigt als Lissajous-Figur eine Ellipse. Zur Bestimmung der Phasendifferenz aus der Lissajous-Figur gehen wir vom Bild 7 aus. Beim Durchlaufen des Leuchtpunktes  $b$  gilt:

$$U_x(t_b) = 0 = A \cdot \sin(\omega \cdot t_b) \quad (11)$$

$$U_y(t_b) = b = B \cdot \sin(\omega \cdot t_b + \varphi) \quad (12).$$

Aus (11) folgt:

$$\omega \cdot t_b = k \pi \quad \text{mit} \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Durch das Einsetzen in (12) folgt:

$$\sin \varphi = \pm \frac{b}{B} \quad \varphi = \pm \arcsin \frac{b}{B} \quad (13)$$

Eine analoge Betrachtung am Punkt  $a$  ergibt:

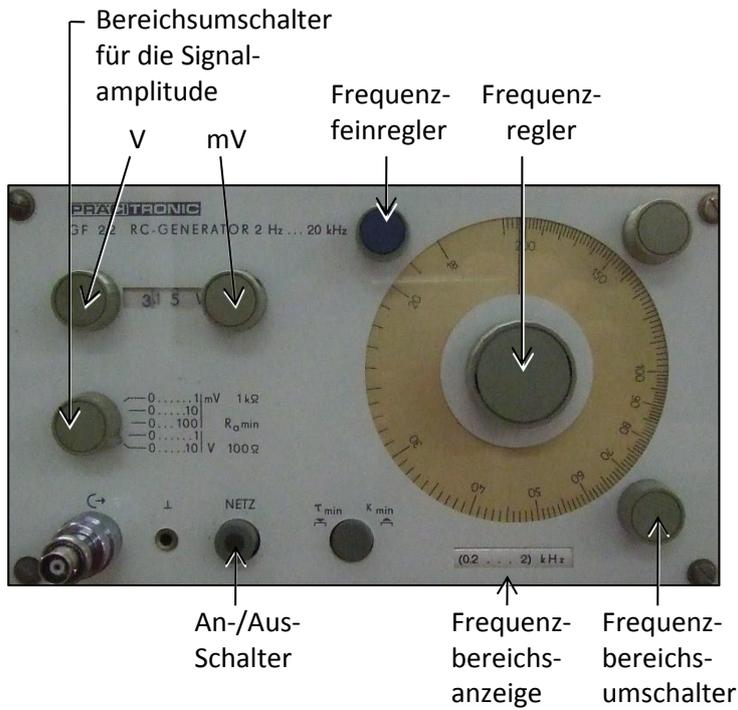
$$\sin \varphi = \pm \frac{a}{A} \quad \varphi = \pm \arcsin \frac{a}{A} \quad (14).$$

Aus der Lissajous-Figur erhält man nur den Betrag der Phasenverschiebung, kann jedoch keine Aussage über deren Vorzeichen (Vorauslaufen bzw. Nachlaufen der Spannungen) machen.

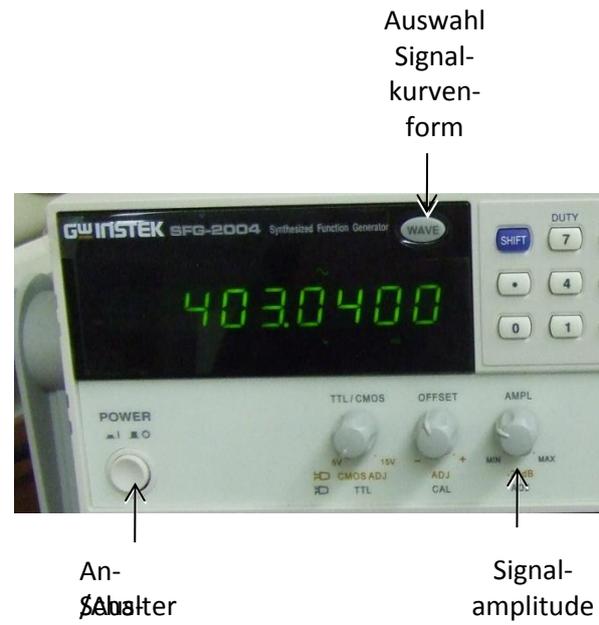
### Anhang 5: Bedienung der Frequenzgeneratoren

Am Versuchsplatz befinden sich zwei Frequenzgeneratoren zum Erzeugen von elektrischen Schwingungen verschiedener Kurvenformen mit einstellbaren Frequenzen und Amplituden. Der RC-Generator (GF 22) liefert nur eine sinusförmige Wechselspannung. Mittels eines großen, frontalen Drehschalters lässt sich die Frequenz innerhalb eines gewählten Bereiches einstellen. Der entsprechende Frequenzbereichsumschalter befindet sich unterhalb des Drehreglers (vier Messbereiche innerhalb von 2 Hz bis 22 kHz). Für eine sehr genaue Frequenzabstimmung kann ein Feinregler (Drehschalter in der Mitte, oben) genutzt werden. Die Amplitude des Signals ist über die Drehschalter auf der linken Seite einstellbar (siehe Bild 9a).

Der Funktionsgenerator INSTEK SFG-2004 (Bild 9b) kann verschiedene Wechselspannungen (Kurvenformen: Rechteck, Sinus, Sägezahn) erzeugen. Mit der Taste (WAVE) kann die Signalform geändert werden. Die gewünschte Frequenz wird über die Tastatur eingegeben, wobei über die Hz/kHz/MHz-Tasten der Frequenzbereich zugewiesen wird. Mit Hilfe der zwei Tasten unter dem Drehregler kann die digitale Stelle im Display ausgewählt werden, die durch Drehen des Reglers verändert (vergrößert oder verkleinert) werden soll.



a) RC-Generator GF 22



b) INSTEK SFG-2004

Bild 9: Am Platz befindliche Frequenzgeneratoren.

**Literatur:**

J. Czech: Oszillographen-Messtechnik

Virtuelles Oszilloskop im Internet: <http://www.virtuelles-osziloskop.de/>